FOR THE PEOPLE
FOR EDVCATION
FOR SCIENCE

LIBRARY
OF
THE AMERICAN MUSEUM
OF
NATURAL HISTORY

Bound
A.M.N.

COMMENTARII
ACADEMIAE SCIENTIARVM IMPERIALIS PETROPOLITANAE

TOMVS IV.

AD ANNVM cIↃ IↃcc xxix.

PETROPOLI

TYPIS ACADEMIAE

cIↃ IↃcc xxxv.

16. 7025 - April 28

INDEX

COMMENTARIORVM

IN CLASSE MATHEMATICA.

Frid. Criſtoph. Maier de Orbita ſolis definienda pag. 3.

Iac. Hermanni de Locis ſolidis ad mentem Carteſii concinne conſtruendis. pag. 15.

Frid. Criſtoph. Maier de Aequinoctiorum et Solſtitiorum momentis, nec non de Obliquitate Eclipticae obſeruandis. pag. 25.

Ejusdem Problema Trigonometricoſphaericum. p. 31.

Iac. Hermanni Conſideratio Curuarum in punctum poſitione datum projectarum, et de affectionibus earum inde pendentibus. pag. 37.

Ejusdem de Ellipſi Conica, cuius axis alterutter datus eſt, angulo poſitione et magnitudine dato ita inſcribenda, vt centrum eius intra datum angulum ſit etiam poſitione datum. pag. 46.

Leonh. Euler de innumerabilibus Curuis tautochronis in vacuo. pag. 49.

Ejusdem Curua tautochrona in fluido reſiſtentiam faciente ſecundum quadrata celeritatum. p. 67.

Dan. Bernoulli Problema aſtronomicum inueniendi altitudinem poli, vna cum declinatione ſtellae, eiusdemque culminatione ex tribus altitudinibus ſtellae et duobus temporum interuallis breui calculo ſolutum. pag. 89.

Iac.

Iac. Hermanni Problema ex obſeruatis tribus altitudinibus alicuius ſtellae immutabilem habentis declinationem, et interuallis temporis inter primam et ſecundam obſeruationem, et inter ſecundam et tertiam, inuenire altitudinem poli et declinationem ſtellae. pag. 94.

Leonh. Euleri Solutio problematis aſtronomici ex datis tribus ſtellae fixae altitudinibus, et temporum differentiis invenire eleuationem poli, et declinationem ſtellae. pag. 98.

Frid. Criſtoph. Maier Problema Sphaerico aſtronomicum. pag. 102.

Georg. Wolffg. Krafft Solutiones quorundam problematum aſtronomicorum. p. 110.

IN CLASSE PHYSICA.

Frid. Criſtoph. Maier de Luce boreali. pag. 121.

Ioh. Georg. Duvernoi de Sinibus cerebri. pag. 130.

Dan. Bernoulli Theorema de motu curuilineo corporum, quae reſiſtentiam patiuntur velocitatis ſuae quadrato proportionalem, vna cum ſolutione problematis in Act. Lipſ. M. Nou. 1728. propoſiti. pag. 136.

Georg. Bernh. Bulffingeri Solutio Problematis de vi centrifuga corporis ſphaerici in vortice ſphaerico gyrantis. pag. 144.

Joh. Georg. Duvernoi de Liene. pag. 156.

Georg. Bernh. Bulffingeri de Solidorum reſiſtentia ſpecimen. pag. 164.

Eiusdem de Tracheis plantarum ex Melone obſeruatio. pag. 182.

Eiusdem de Ventriculo et inteſtinis. pag. 187.

Dan.

Dan. Bernoulli Experimenta coram societate instituta in confirmationem theoriae pressionum, quas latera canalis ab aqua transfluente sustinent. p. 194.
Joh. Georg. Leutmann. Anamorphoseos polyedricae constructionis methodus vera atque certa notatis falsarum manuductionum passim propositarum anomaliis opticis. pag. 202.
Eiusdem Confirmatio dilationis atque contractionis metallorum atque vitrorum momentaneae per experimenta et instrumenta nouiter inuenta. pag. 216.
Jos. Weitbrecht de Actione musculorum ab ipsorum directione pendente specimen. pag. 234.
Eiusdem Ligamenti clauicularum communis descriptio. pag. 255.
Eiusdem Obseruationes anatomicae. pag. 258.
Joh. Georg. Leutmann Annotationes et experimenta quaedam rariora et curiosa ad rem sclopetariam pertinentia. pag. 265.
Joh. Christ. Buxbaum de Ocymophyllo nouo plantarum genere. pag. 277.
Eiusdem de Plantis submarinis obseruationes p. 279.
Eiusdem de Fungoidibus pediculo donatis. pag. 281.

IN CLASSE HISTORICA.

Theoph. Sigefr. Bayeri Elementa Brahmanica, Tangutana et Mungalica p. 289.
Eiusdem Numi duo Ptolemaei Lagidae explicati pag. 264.

Eius

Eiusdem de Venere Cnidia in crypta conchyliatā horti Imperatorii ad aulam aestiuam et in duobus numis Cnidiis. p. 259.
Eiusdem de Varagis. p. 275.

Obseruatio defectus lunae habita ab *Jo. Poleno* p. 315.
J. N. De L'Jsle Continuata relatio eclipsium satellitum Iouis. pag. 317.
Ludovici De L'Jsle de la Croyere Obseruatio Longitudinis penduli simplicis pag. 322.

CLASSIS PRIMA

CONTINENS

MATHEMATICA

DE ORBITA SOLIS DEFINIENDA.

Auctore F. C. Majero.

1.

Qui ſolem ſecundum Kepleri placita moveri ſupponunt, (quod hodierni omnes faciunt Aſtronomi) majores inveniunt difficultates in determinatione viæ ſolaris, quam qui alias ſequuntur hypotheſes. Suſcepi in me idem opus ad mentem Kepleri abſolvendum; ſenſi quoque difficultates ſolitas; ſuperavi tamen ſubſidio Theorematum Geometricorum, quæ, quantum ſcio, a nemine in hoc negotio uſurpata ſunt. Hæc profero nunc, ut quam bene opere defunctus ſim, alii judicare poſſint. M. Januario, 1729.

2. Tribus abſolvam capitibus omnia. Primo theoremata explicabo. Secundo exemplis illuſtrabo theoremata, idoneisque obſervationibus ſpeciem orbitæ definiam. Tertio capite de ſole varia huc pertinentia dicam.

CA-

CAPUT I.

Theorema I.

Fig. 1 3. *Sit datus radius circuli* $=r$, *et quadrilineum ABDE a diametro AB et chorda parallella DE formatum, cujus area ſit* $=2bb$; *Erit hoc pacto normalis*

$$FC=\frac{bb}{r}+\frac{b^6}{2.3.r^5}+\frac{1.b^{10}}{2.4.5r^7}+\frac{1.3.b^{14}}{2.4.6.7.r^{13}}+\frac{1.3.5.b^{18}}{2.4.6.8.9.r^{17}}+\text{- - - - - - - -}$$

Ponatur FC$=$x, et inde FE$=V(rr-xx)$; ſit *ſe* ipſi FE quam proxima, ut habeatur F*f*E*e* elementum ſpatii FCBE, ſcilicet $=V(rr-xx)\,dx$, cujus integrale eſt $=rx-\frac{x^3}{2.3.r}-\frac{1.x^5}{2.4.5r^3}-\frac{1.3.x^7}{2.4.6.7.r^5}-$ ——- - - - $=bb$. Extracta igitur radice ex hac æquatione, prodit $x=\frac{bb}{r}+\frac{b^6}{2.3.r^5}+\frac{b^{10}}{2.4.5.r^7}+$ - - - - - Q.E.D.

Problema I.

Fig. 2. 4. *Ex datis quatuor ſolis in ſua orbita locis, quorum bina ſibi oppoſita ſunt, et temporibus, quibus ibi ſol extitit, invenire locum apogæi et eccentricitatem.*

Sit ALPM eccentricus orbitæ ellipticæ, in quo quatuor data loca, ♈♎ et ♌♒, quaſi legitime ad eum reducta eſſent, exiſtant (reducentur autem poſtmodum ſi opus eſt.)

Quo-

Quoniam areae ☋♎P♒, & ♎P♒♈, ſunt ad integrum circulum, uti tempora ab ☋ ad ♒, itemque ab ♎ ad ♈ elapſa ad integrum ſolis circuitum, patet data eſſe magnitudine ſegmenta ☋P♒ & ♎P♈, & proinde etiam quadrilinea ☋L♒M, NO♎♈, quorum normales BC & CD ex centro C ductae innoteſcunt per §. 3.

Lineae oppoſitorum locorum ☋♒ & ♎♈ interſecant ſeſe in loco obſervatoris, hoc eſt in terra, exiſtit igitur Terra in T; ducta autem AP per centrum C & terram T tranſeunte, erit in A locus apogaei, in P locus perigaei, & CT erit eccentricitas. Haec omnia per ſe intelliguntur.

Ob data quatuor loca, datur diſtantia ipſius ☋ ab ♎ hoc eſt angulus ☋T♎, ſive ejus aequalis verticalis ♒TP. Hoc modo angulus BCD normalium BC & CD etiam datus eſt, aequalis quippe ang. ☋T♎.

In triangulo BCE datur BC & angulus ad C, dabitur inde quoque CE, quae ablata ab CD, relinquit ED; ſic in rectangulo EDT ex data ED, et angulis, invenitur DT. Tandem in rectangulo CDT, datis CD et DT, invenitur eccentricitas CT, et angulus ad T, quo linea apſidum AP inclinatur ad datam ♎♈, quo ipſo locus apogaei innoteſcit ultro.

Hoc pacto ſpecies ellipſis quaeſitae determinata eſt, ſed nondum quam exactiſſime. Supra enim quatuor data ſolis loca, quae in ellipſi ſunt, tanquam in eccentrico exiſtere ponebantur, ex qua

hypotheſi nonnihil erroris oritur. Corrigi autem nunc facile poteſt: *reducantur nimirum more ſolito quatuor hacc loca ex inventa ellipſi ad eccentricum, et repetatur calculus ut veritas diſpaleſcat quaeſita.* Ceterum exemplis poſthac patebit, correctione non opus eſſe, quia error nullius eſt momenti.

Theorema 2.

Fig. 3. 5. In ſemicirculo ANMB ſit datus radius AC$=r$, eccentricitas FC$=f$ angulus anomaliae verae MFB, adeoque et arcus MB$=q$, ejusque ſinus MP$=p$: dico eſſe anomaliam mediam NB$=\frac{fp}{r}+q$

Ob datas FC et PM eſt area trianguli FMC $=\frac{1}{2}fp$ et area ſectoris MCB$=\frac{1}{2}rq$, ob arcum MB datum; collectis ſectore et triangulo, habetur area anomaliae verae MFB$=\frac{fp+rq}{2}$, ſed tanta debet quoque eſſe area anomaliae mediae, hoc eſt ſector NCB, qui eſt $=$ arc. NB. $r:2=(bp+rq):2$ fit ergo reducta aequatione, arc. NB$=\frac{fp}{r}+q$. Q.E.D.

CAPUT II.

6. Exempla quibus praemiſſam illuſtrarem theoriam ab Hevelio mutuavi. Ex obſervationibus altitudinum ſolis meridianarum, quas per plures annos multa diligentia et fide habuit, loca ſolis ſibi mutuo oppoſita elicui, methodo paucis nunc indicanda.

7. Ad

7. Ad corrigendas altitudines, tabulas refractionum Hireanas adhibui, quoniam illarum ope vera altitudo poli Dantiscana, et obliquitas eclipticae ex maxima et minima altitudinibus producuntur. Altitudo solis maxima ab Hevelio in suis observationibus traditur $= 59^\circ\ 7'\ 20''$ minima autem $= 1^\circ\ 12'\ 45''$, altitudines hae, secundum Hiraei tabulas refractionum, correctae, dant altitudinem poli Dantiscanam $= 54^\circ\ 22'\ 40''$ et obliquitatem ecliptcae $= 23^\circ\ 29'\ 16''$ quae obliquitas congruit ei quam recepere Astronomi hodie fere omnes. Altitudo vero poli ab Hevelio, ex observatis stellae polaris altitudinibus inventa, traditur $= 54^\circ\ 22'\ 52''$ cui ante dicta valde appropinquat. Non dubito quin refractiones ab Hevelio ipso in tabulam redactae idem praestent, quod refractiones Hireanae; sed ad manus mihi non sunt. Aliorum Autorum refractionum tabulas consului quoque, deprehendi autem per eas omnes altitudinem poli et eclipticae obliquitatem obtineri avero nimis aberrantes, ut iis merito tabulam Hiraei longe praetulerim.

8. Datis itaque altitudine poli, obliquitate eclipticae, et altitudine meridiana correcta, invenitur locus solis ad illum meridiem; invenitur praeterea locus solis pro meridie sequente aut antecedente, si vel motus solis diurnus aliunde cognitus loco solis invento demitur aut adjicitur, vel si ad meridiem sequentem praecedentemve altitudo solis quoque observata fuit; Datis hoc pacto solis locis ad duos meridies contiguos dabitur etiam solis locus

ad

quodvis momentum intermedium, inſtituto ſimplici analogia, pro more ſolito.

9. Hac ratione plurima loca ſolis ſibi oppoſita inveni, maxime autem in eo fui ut aequinoctiorum intervalla certo cognoſcerem. Eo fine plures ſolis ingreſſus in arietem et libram methodo ante deſcripta, erui, quorum aliquot in ſequente tabula continentur.

Annus et æquinoctium		tempus apparens et completum Menſ.	D.	H.	′	″	Intervalla æquinoctiorum D.	H.	′	″
1657	vernale	Martii	18.	16.	18.	1.				
	autumnale	Septembr.	21.	7.	13.	18.	186.	14.	55.	17.
1658	vernale	Martii	18.	22.	18.	39.	178.	15.	5.	21.
	autumnale	Septembr.	21.	12.	39.	12.	186.	14.	20.	33.
1661	vernale	Martii	18.	15.	18.	0.				
	autumnale	Septemb.	21.	6.	38.	0.	186.	15.	20.	0.

10. Quam lubrica ſit et incerta methodus qua aequinoctia inquiſivi, (quae et ſola fere vulgo in uſu eſt,) patet non tam ex intuitu tabulae praecedentis, quam potiſſimum ex plurimis calculis quos hic non communico. Tria in tabula ſunt ab aequinoctio vernali ad autumnale intervalla, quae ultra ſemihorium a ſeſe differunt, quodnam verius ſit, dictu impoſſibile eſt; eligo autem ultimum, quod aequatione temporis rite correctum, eſt = 186D. 15*h*. 0′. et ſic cum intervallo a Caſſino proditum propius convenit, qui ei tribuit 186D. 14*h*. 53′.

11. Quae porro hic ſequitur tabula, diverſa alia continet eclipticae loca ſibi mutuo oppoſita, methodo priori reperta.

Annus

Annus	Tempus completum apparens				Locus ſolis				Intervalla temporis æquata.		
	Menſ.	D.	H.	′	S.	o.	′	″	D.	H.	′
1660	Maji.	11.	0.	0.	1.	22.	23.	10.	185.	13.	30.
	Nov.	12.	13.	42.	7.	22.	23.	10.			
1661	Maji.	8.	0.	0.	1.	19.	13.	15.	185.	16.	30.
	Nov.	8.	16.	40.	7.	19.	13.	15.			
1661	Maji.	9.	0.	0.	1.	20.	10.	53.	185.	15.	25.
	Nov.	10.	15.	37.	7.	20.	10.	53.			
1662	Febr.	9.	5.	48.	10.	22.	17.	57.	185.	10.	0.
	Aug.	13.	15.	36.	4.	22.	17.	57.			
1673	Maji.	2.	0.	0.	1.	13.	29.	35.	185.	22.	0.
	Nov.	3.	22.	11.	7.	13.	29.	35.			

Praeter haec loca oppoſita plura alia computavi, pauca haec ſpeciminis cauſa adducere volui. Id vero reticendum non eſt, intervalla haec aeque incerta eſſe, ac aequinoctiorum intervallum, quod ſupra (§§ 9 et 10) dubium deprehenſum eſt.

12. Ut nunc problema articulo 4to memoratum exemplo illuſtrem, aſſumo oppoſita ſolis loca quatuor haec: $\overset{S}{0}\ \overset{o}{0}\ \overset{'}{0}\ \overset{''}{0}$ et $\overset{S}{6}\ \overset{o}{0}\ \overset{'}{0}\ \overset{''}{0}$ item $\overset{S}{10}\ \overset{o}{22}\ \overset{'}{17}\ \overset{''}{57}$ et $\overset{S}{4}\ \overset{o}{22}\ \overset{'}{17}\ \overset{''}{57}$. Intervallum temporis duorum priorum eſt $= \overset{D}{186}\ \overset{H}{15}\ \overset{'}{0}$ quod ſupra §. 10. definitum eſt. Intervallum poſteriorum locorum temporarium eſt $\overset{D}{185}\ \overset{H}{10}\ \overset{'}{0}$ uti ad annum 1662 ex tabella praecedente conſtat.

Haec intervalla converto in areas circuli, inferendo: ut tota anni quantitas ($\overset{D}{365}\ \overset{H}{5}\ \overset{'}{49}$ ad intervallum aequinoctiorum ($\overset{D}{186}\ \overset{H}{15}\ \overset{'}{0}$) ita tota circuli area (3. 141593) ad ſegmentum ♎ A O ♈ Fig. 2.

(1. 605193) Sic et alterum segmentum ☊LA♒ reperitur esse = 1. 594770.

Auferatur ab inventis segmentis dimidia circuli area, residui sumatur semisis, ut restent quadrilinea ♈OCD=0. 017198 et ♒MCB=0. 011987. Haec quadrilinea repraesentantur in articulo 3. per *bb*. radius per *r*. et perpendicula BC et DC per *x*, igitur per theorema ibi demonstratum perpendicula reperiuntur. Sufficiunt autem ad calculum vel praecisissimum duo priora theorematis membra $\frac{bb}{r} + \frac{b^6}{6r^5}$

Dat inde calculus

$\frac{bb}{r} = 0.017198$

$\frac{b}{6r^5} = 0.000001$

$x = 0.017199 = DC$

eodem modo altera normalis BC reperitur = 0. 011987.

Porro angulus ☊T♎ = ang. BCD habetur auferendo $^{s}_{4}\ ^{\circ}_{22}\ ^{'}_{17}\ ^{''}_{57}$ ab $^{s}_{6}\ ^{\circ}_{0}\ ^{'}_{0}\ ^{''}_{0}$ is ergo est = $^{\circ}_{37}\ ^{'}_{42}\ ^{''}_{3}$. Igitur in rectangulo BCE, data normali BC et angulis, invenitur latus EC=0. 015149 quod ablatum a normali DC, relinquit lineam ED=0. 002050.

In rectangulo DET dato latere DE et angulis per priora, invenitur DT, tandemque in rectangulo EDT, datis DT, per antecedentem calculum, et normali CD, invenitur CT=0. 017404 *quae est excentricitas quaesita.* Invenitur etiam per eadem data angulus DCT= $^{\circ}_{8}\ ^{'}_{46}\ ^{''}_{2}$ = angulo AT♋ quo nimi-

mirum Apogaeum ſuperat principium cancri; igitur *locus apogaei ſolaris eſt in* ☋ $^{\circ}_{8}$ $_{46}'$ $_{2}''$. Q. E. I.

13. Reperta eccentricitas et locus apogaei correctione indigent. (§. 4.) Nam loca ſolis quatuor aſſumta pertinent ad Ellipſin, et in adjecto ſchemate deſignantur per ♈ ♎ ♌ ♒. In ſolutione problematis autem eccentricus ACBDA loco Ellipſeos adhibitus eſt, ergo adhibenda quoque erant loca ſolis ad eccentricum reducta. Nimirum pro loco ♌ in Ellipſi ſumendus erat locus C in eccentrico, qui, data nunc Ellipſeos ſpecie, ſolito more invenitur = $^{s}_{4}$ $^{\circ}_{22}$ $_{18}'$ $_{13}''$ ejusque oppoſitus D = $^{s}_{10}$ $^{\circ}_{22}$ $_{18}'$ $_{13}''$. Locorum ♈ et ♎ nulla eſt reductio, quia prope diagaeum verſantur. Reſtaurato igitur ſuperiore calculo (§. 12.) reperitur *eccentricitas correcta* = 0. 017404 *et apogaeum in* ☋ $^{\circ}_{8}$ $_{46}'$ $_{20}''$. Quo ipſo patet correctionem hanc nullius eſſe momenti; nam eccentricitas invariata manſit, locus autem apogaei $_{18}''$ auctus eſt. Fig. 4.

14. Quoniam computus oſtenſus brevis eſt et facilis, ex aliis datis plurimis eccentricitatem et apogaeum quaeſitum indagavi. Sic ex aſſumtis locis oppoſitis ad annum 1660 repertis (§. 11.) et aequinoctiorum intervallo inveni *eccentricitatem* = 0. 017381 et *locum apogaei* in ☋ $^{\circ}_{8}$ $_{16}'$ $_{20}''$. Ex oppoſitis locis anni 1661, elicui eccentricitatem = 0. 017496, et *locum apogaei* = ☋ $^{\circ}_{8}$ $_{36}'$ denique ex oppoſitione ad annum 1673 notata *eccentricitas prodiit* = 0. 01738 et locus apogaei = ☋ $^{\circ}_{8}$ $_{18}'$ $_{32}''$. (Notandum hic eſt, quod in omnibus hiſce caſibus altera oppoſitio ſemper fuerit aequinoctiorum.)

Commiſſis autem duabus oppoſitionibus annorum 1661 et 1662 ſc. ☌–☍ $20^{\circ}\ 10'\ 53''$ et ☊–♒ $22^{\circ}\ 17'\ 57''$ *apogaeum locatur in* ♋ $8^{\circ}\ 0'$ et *eccentricitas* proveuit = 0. 01722. Praeter hos caſus bene multos alios computavi, quorum pauci quidam ab allatis ultro citroque ita differunt, ut differentia in poſitione aphelii ad 4 gradus aſſurgat.

15. Paucorum caſuum diſſenſum non moror: ſufficit ad ſtabiliendam veritatem conſenſus plurium caſuum, quorum aliquot recenſui articulo praecedente. Dico illos conſentire, licet aliqui ultra ſemigradum diſcrepent ab invicem; Nam in hoc lubrico negotio multum me profeciſſe autumo, quod conſenſum intra gradum aſſecutus ſum. Si aliorum labores circa hanc rem conſidero, animadverto neminem facile tot caſus, calculo examinaſſe, nec quenquam tantum conſenſum plurium caſuum expertum eſſe. Nonnihil igitur tribuo meis repertis, inventamque *eccentricitatem* = 0. 0174, itemque *apogaeum in* ♋ $8^{\circ}\ 46'$ tamdiu pro verioribus amplector, donec certiora diſcam.

16. Reperta eccentricitate reliquae orbitae affectiones ex natura Ellipſeos determinantur. Subjecta tabula eas continet fere omnes.

			logarithmi
Axis major	=	2. 000000	10. 3010300
Axis minor	=	1. 999677	10. 3009642
Parameter	=	1. 999848	10. 3009971
Diſt. aphelii a ſole	=	1. 017400	10. 0074917
Diſt. perihelii	=	0. 982600	9. 9923768
Eccentricitas	=	0. 017400	8. 2405492

17 Da-

17. Dabo et modum quo prosthaphaereſium tabulam repertae eccentricitati congruam in meos uſus calculaverim. Uſui fuit theorema articulo 5to allatum, quod regulam praeſtat, qua ex vera anomalia computatur media. Exemplum ejus hoc eſto: In figura 5ta ſit anomalia vera BFM $= {}^{\circ}_{30}$ reducatur ea ad anomaliam circularem BFN ita: Fig. 5.

log. tang. 30° = 9. 7614394
log. ſin. tot. = 10. 0000000
19. 7614394

log. axis min. CD = 9. 9999342
log. tang. ang. NFB = 9. 7615052

ang. NFB = $30^{\circ}\ 0'\ 14''$

Inveniatur porro angulus NCB qui angulo NCF deinceps jacet:

log. FC, eccentr. = 8. 2405492
log. ang. $30^{\circ}\ 0'\ 14''$ = 9. 6990210
log. ang. FNC = 7. 9395702

	°	′	″
ang. ipſe =	0	29	55
ang. NFC =	30	0	14
ang. NCB =	30	30	9

Hujus anguli ſinus in theoremate allegato denotatur litera p ejusque arcus explicatus litera q; f, ibi-

dem eſt eccentricitas, ipſaque anomalia media eſt $= \frac{fp}{r} + q$. Hinc calculus oritur

$$\log. f = 8.\ 2405492$$
$$\log. p = 9.\ 7055010$$
$$\log. \frac{fp}{r} = 7.\ 9460502$$

ipſum $\frac{fp}{r} = 0.\ 008832 =$ arcui NM fig. 2.

	°	′	″
ſive =	0	30	22
q =	30	30	9
Anomalia media =	31	0	31

Q. E. F.

18. Pro conſtruendis tabulis proſthaphaereticis, problema prioris inverſum (quo ſc. ex media anomalia vera exquiritur) ſolvere vulgo ſolent; At vero ſolutio ſuas habet difficultates; Certe ad ſolutionis articulo 17. exhibitae facilitatem nunquam perducetur. Deinde nulla ratio eſt, cur potius hoc quam priore problemate tabulae condantur. Malo ergo ob facilitatem ſuam prius problema in uſum adhibere.

19. Tertium tandem caput conſcribendum eſſet quoque. Id vero ut omittam graves cogunt cauſae: erit tamen ubi id alio loco uberius excolam. Ago in eo de epocha motuum mediorum, quam ex obſervationibus Hevelii pluribus conſtitui. Ea cum epocha tabularum Rudolphinarum in ipſis ſecundis convenit, qua quidem re Rudolphinarum motus medii pro optimis declarantur. De aphelii loco et motu multa diſputo: ſtatuo locum ejus in Zodiaco immobi-

bilem, hoc eſt conſtanter in ♋ 8° 46′: ſed per conſequens ſub coelo ſtellato mobilem, motumque tribuo aequalem praeceſſioni aequinoctiorum. Oſtendo tandem, hiſce meis ſuppoſitionibus, Albategnii non ſolum, ſed et Hipparchi, antiquiſſimas obſervationes tam bene congruere quam aliis aliorum hypotheſibus. Haec vero omnia nunc miſſa faciam, donec opportunitas melius faveat.

DE LOCIS SOLIDIS AD MENTEM CARTESII CONCINNE CONSTRUENDIS.

A. I. Hermanno.

Per *loca geometrica* intelligunt Geometræ Figuras quascunque Curvilineas, quarum indoles per æquationes duas indeterminatas x et y, quas coordinatas vocant, et quantitates conſtantes involventes, explicatur. In hoc vero ſchediasmate ea tantum loca conſiderabimus, quæ, *ſectiones conicæ*, aut paſſim etiam, *loca ſolida*, appellantur; haud dubie ideo, quia ex ſolido, nempe ex cono ſecari poſſunt, et præterea ad conſtructionem problematum ſolidorum conducunt. Menſ. Febr. 1729.

Jam antiquitus geometræ hæc loca ſolida contemplati ſunt, teſtibus ſeptem, qui adhuc ſuperſunt, libris conicorum Apollonii Pergæi, et iis, quæ de *Euclidis* inventis circa ſectiones conicas et *Ariſtæi* ſenio-

nioris libris circa loca ſolida refert *Pappus Alexandrinus* in collectionibus ſuis mathematicis, ſed quæ temporum injuria perierunt.

Vocantur autem figuræ illæ *loca geometrica*, quia locum indicant, quem lineæ quædam variabiles, certam aliquam inter ſe relationem ubique ſervantes, occupant.

Inter recentiores inſignis ille Philoſophus *Renatus Des-Cartes* doctrinam locorum geometricorum primus, quod ſciam, algebraice excoluit, atque methodi ſuæ magnificum ſpecimen edidit Lib. II. Geometriæ, ubi veterum problema de loco ad quatuor lineas poſitione datas, quod narrante Pappo, veteribus inſolutum manſerat, feliciſſime expedivit, et ſectiones conicas aut ſubinde etiam circulum aut lineam rectam, pro circumſtantiarum varietate loco quæſito aſſignavit. Sed aſſertionum ſuarum demonſtrationes fere ubique reticuit, adeo ut *Florimundus a Beaune*, et *Franciſcus a Schooten* in hanc et alias Geometriæ Carteſianæ partes, notas et commentarios conſcribere neceſſum haberent, quibus aditum in hanc geometriam planiorem redderent. *Beaunius* quidem paucis & brevibus notis rem ſuam peregit; *Schootenius* vero ea quæ pertractanda ſumſit fuſius perſecutus eſt, percurrendo ſingulos caſus quibus modo hanc modo illam ſectionem conicam, circulum vel etiam lineam rectam in locum quæſitum abire Carteſius edixerat, adductis ubique demonſtrationibus analyticis.

Sed

Sed prolixa hæc Schootenii diligentia ſucceſſoribus procul dubio anſam dedit alias vias in doctrina locorum tentandi, quæ magis expeditæ eſſent. Nam Ill. *Joh. de Witt* in elementis linearum curvarum geometriæ Carteſii annexis, æquationes ſuas locales ut libet compoſitas, ad æquationes primitivas ſectionum conicarum reducere docuit. Hoc modo viam ad conſtructiones facilem ſternere conatus eſt.

Sed quia forte neque hæc methodus ſatis brevis viſa eſt, ideo in alias adhuc Geometræ inquiſiverunt. Sane Vir Cl. *Joh. Craige* ad calcem tractatus de *Quadraturis*, quem anno 1693 Londini edidit, rem paullo aliter aggreſſus eſt. Non enim ex æquatione conſtruenda, poſitionem et magnitudinem diametri ejusque parametri eruere ſuſcepit, ſed per comparationem ſingulorum terminorum æquationis conſtruendæ, cum totidem terminis homologis æquationis generalis illius ſectionis conicæ, quæ ad rem facit, omnia ea elicit, quæ ad loci quæſiti conſtructionem requiruntur. Dedit ideo pro ſingulis ſectionibus conicis æquationes generales, ad quos deinceps omnem æquationem localem exigere et conſtructionem inde derivare poſſet.

Ut pulchra eſt hæc methodus, ita non parum videtur placuiſſe Geometris. Nam Ill. *Hoſpitalius* in tractatu ſuo poſthumo de ſectionibus conicis eam non modo ſuam fecit; ſed in multis quoque illuſtravit, et Cel. *Wolfius*, hanc ſolum, miſſis reliquis, in ſuis analyſeos elementis expoſuit.

Veruntamen cum Carteſiana methodus æque brevis ſit, ſi non brevior quam ulla alia methodus ad eundem ſcopum tendens, præterea vero directe procedat, et hoc tamen non obſtante nunc pene oblivioni tradita ſit, eam nitori ſuo reſtitutam et illuſtratam poſtliminio in ſcenam producere viſum eſt. Hæc methodus enim nullis ſubſtitutionibus peregrinis, nullis reductionibus æquationis propoſitæ ad primitivas, aut aliis ejusmodi metamorphoſibus eget, ſed magnitudo et poſitio diametri et parametri ſectionis immediate ex æquatione conſtruenda, nullo fere negotio eruuntur, quibus inventis locus facile conſtrui poteſt.

I. Æquatio generalis ad ſectiones conicas ea eſt quæ ſignatur littera A - - - $\alpha yy + 2\beta xy + \gamma xx + 2\delta y + 2\varepsilon x + \Phi = 0$.

In hac x ſignificat abſciſſas, y applicatas, litteræ vero græcæ α, β, γ, δ, ε, Φ coefficientes indefinitas cum ſuis ſignis $+$ vel $-$. Extrahendo radices ex æquatione A, obtinetur altera B.

$$\text{B } y = \frac{-\beta x}{\alpha} - \frac{\delta}{\alpha} \pm \sqrt{\left(\frac{\beta\beta - \alpha\gamma}{\alpha\alpha} xx + \frac{2\beta\delta - 2\alpha\varepsilon}{\alpha\alpha} x + \frac{\delta\delta - \alpha\Phi}{\alpha\alpha}\right)}$$

Dicatur in hac pars rationalis u, et irrationalis z, et conſtruenda eſt utraque ſeorſim.

II. Conſtructio partis rationalis $\frac{-\beta x}{\alpha} - \frac{\delta}{\alpha} = u$, perfacilis eſt, nam ſi primum fingatur $x = 0$, fiet $u = \frac{-\delta}{\alpha}$. Aſſumo nunc in omnibus figuris adjectis PQ ſignificare lineam rectam in qua abſciſſæ x capiantur a puncto in ea fixo A, et ſi per hoc punctum ducatur in dato angulo altera indefinita Ll, capienda eſt in ea

ea portio $AB=\frac{-\delta}{\alpha}$, et quidem ſurſum verſus L ſi fractio $\frac{-\delta}{\alpha}$ eſt affirmativa, aut in partem oppoſitam *l* ſi negativa eſt, punctum B jam erit in linea illa in qua diameter ſectionis conicæ ſeu loci quæſiti ſita eſt.

Alterum punctum hujus lineæ reperitur ſi in æquatione $u=\frac{-\beta x}{\alpha}-\frac{\delta}{\alpha}$, nunc ponatur $u=o$, invenietur $x=\frac{-\delta}{\beta}$; abſcindatur ergo in indefinita PQ, pars $AC=\frac{-\delta}{\beta}$, ad partes Q ſi fractio $\frac{-\delta}{\beta}$ eſt quantitas affirmativa vel in partes oppoſitas P, ſi negativa eſt: linea BC quam vocabo ubique $=\eta$ quantum opus eſt producta, dat poſitionem diametri ſectionis reſpectu lineæ indefinitæ PQ.

III. Quantum ad partem irrationalem attinet æquationis B, ea debite evoluta manifeſtabit magnitudinem diametri ejusque conjugatæ, et locum verticum. Hos vertices ſignabimus in figuris per litteras *G*, *g*, centrum ſectionis littera O. Ductisque per puncta *G*, *g*, *O*, rectis *GN*, *gn*, et *OM* parallelis ad *Ll*, indefinitæ *PQ* occurrentibus in punctis *N*, *n* et *M*. Puncta *N*, *n* dicentur veſtigia verticum in recta *PQ*, et *M* veſtigium centri; Quare *Nn* veſtigium erit ipſius diametri.

IV. Conſideremus nunc æquationem $Z=\sqrt{(\frac{\beta\beta-\alpha\gamma}{\alpha\alpha}xx+\frac{2\beta\delta-2\alpha\varepsilon}{\alpha\alpha}x+\frac{\delta\delta-\alpha\Phi}{\alpha\alpha})}$ ex qua dixi eliciendas eſſe magnitudines parametri et diametri ſectionis; hæc vero æquatio ſic generaliter ſpectata eſt ad ſectiones conicas; veruntamen in quibusdam caſibus, mutatur in æquationem quæ eſt ad lineam rectam: nam ſi $\varepsilon=\frac{\beta\delta+\sqrt{(\beta\beta\delta\delta+\alpha\alpha\gamma\Phi-\alpha\gamma\delta\delta-\alpha\beta\beta\Phi)}}{\alpha}$, æquatio illa tranſit

fit in $Z = \frac{x\sqrt{\beta\beta-\alpha\gamma}+\sqrt{\delta\delta-\alpha\Phi}}{\alpha}$, et æquatio totius loci in $y = \frac{-\beta x-\delta \pm x\sqrt{\beta\beta-\alpha\gamma}\pm\sqrt{\delta\delta-\alpha\Phi}}{\alpha}$, quæ eſt ad lineam rectam, cujus conſtr. per §. 11. facile obtinetur.

Fig. 1. Nempe capiatur in PQ pars $AC = \frac{\delta}{\beta}$, et in L*l* pars $AB = \frac{\delta}{\alpha}$, producatur CB in utramque partem, et abſcindantur præterea in L*l* partes $BL = Bl = \frac{\sqrt{(\delta\delta-\alpha\Phi)}}{\alpha}$, in PQ vero pars $AN = \frac{\sqrt{(\delta\delta-\alpha\Phi)}}{\sqrt{(\beta\beta-\alpha\gamma)}}$, ductaque per N recta NG, jungantur GL, et G*l*, partes earum LF, et *l*f ſunt locus quæſitus. Nam applicatæ EF quæ ſunt in angulo LAQ præbent omnes $+y$, et applicatæ E*f*, quæ ſunt in angulo *l*AQ omnes $-y$. Demonſtratio facilis.

Ducta enim ubilibet FK*f* parallela L*l*, ſi ergo $AE = x$, et $EF = y$, propter parallelas FK et LB, invenientur $GB = \frac{\beta\eta\sqrt{(\delta\delta-\alpha\Phi)}}{\delta\sqrt{(\beta\beta-\alpha\gamma)}}$, $KE = \frac{\beta x+\delta}{\alpha}$, et $KF = \frac{x\sqrt{(\beta\beta-\alpha\gamma)}+\sqrt{(\delta\delta-\alpha\Phi)}}{\alpha}$, adeoque $+y(EF = KF-KE) = \frac{-\beta x-\delta+x\sqrt{(\beta\beta-\alpha\gamma)}+\sqrt{(\delta\delta-\alpha\Phi)}}{\alpha}$ et $-y(= Ef) = \frac{\beta x+\delta-x\sqrt{(\beta\beta-\alpha\gamma)}-\sqrt{(\delta\delta-\alpha\Phi)}}{\alpha}$. Qui eſt locus conſtruendus.

Si $\varepsilon = \frac{\beta\delta}{\alpha}$, et $\Phi = \frac{\delta\delta}{\alpha}$, erit etiam nunc locus quæſitus linea recta.

V. Si in æquatione $Z = V(\frac{\beta\beta-\alpha\gamma}{\alpha\alpha}xx+\frac{2\beta\delta-2\alpha\varepsilon}{\alpha\alpha}x+\frac{\delta\delta-\alpha\Phi}{\alpha\alpha})$ fit $\beta\beta\alpha\gamma = o$, vel $\gamma = \frac{\beta\beta}{\alpha}$, æquatio erit ad *Parabolam*, cujus vertex invenietur ponendo $Z = o$, inde enim reſultat $x = \frac{\delta\delta-\alpha\Phi}{2\alpha\varepsilon-2\beta\delta}$, quæ dat veſtigium N verticis Parabolæ G, in linea PQ. Si jam $\beta\delta-\alpha\varepsilon$ exiſtente affirmativa $\delta\delta-\alpha\Phi$ ſit negativa, fractio $\frac{\delta\delta-\alpha\Phi}{2\alpha\varepsilon-2\beta\delta}$ vel $\frac{\alpha\Phi-\delta\delta}{2\beta\delta-2\alpha\varepsilon} = x$. Ideo capienda eſt in PQ portio AN

$AN = \frac{\alpha\Phi - \delta\delta}{2\beta\delta - 2\alpha\varepsilon}$ versus Q, ductaque NG parallela L*l*, quæ BB productæ occurrat in G, erit hoc punctum vertex parabolæ. Ejus parameter vero, quam π deinceps vocabimus erit $= \frac{(2\beta\delta - 2\alpha\varepsilon)\delta}{\alpha\alpha\beta\eta}$. Pono autem α, β et δ æquationis A esse singulas affirmativas. His positis, vertice G, parametro $\pi = \frac{(2\beta\delta - 2\alpha\varepsilon)\delta}{\alpha\alpha\gamma\eta}$ descripta circa diametrum GK parabola FG*f*, pars ejus quæ est in angulo LAQ dat omnes $+y$, et pars ejus quæ est in angulo *l*AQ dat omnes $-y$. Fig. 2.

Ducta enim recta FK*f* parallela L*l*, vocandoque $AE = x$, $EF = y$, erunt $BK = \frac{\beta\eta x}{\delta}$, et $BG = \frac{(\alpha\Phi - \delta\delta)\beta\eta}{(\beta\delta - \alpha\varepsilon)2\delta}$, ergo $GK = (x + \frac{\delta\delta - \alpha\Phi}{2\beta\delta - 2\alpha\varepsilon})\frac{\beta\eta}{\varepsilon}$. Quare $V\pi\,GK = V(x + \frac{\delta\delta - \alpha\Phi}{2\beta\delta - 2\alpha\varepsilon})\frac{\beta\eta}{\delta} \times V\frac{2\beta\delta - 2\alpha\varepsilon}{\alpha\alpha\beta\eta} = V(\frac{2\beta\delta - 2\alpha\varepsilon}{\alpha\alpha}x + \frac{\delta\delta - \alpha\Phi}{\alpha\alpha}) = Z$, nec non $EK = \frac{\beta x + \delta}{\alpha}$, quare $y = \frac{-\beta x}{\alpha} - \frac{\delta}{\alpha} \pm V(\frac{2\beta\delta - 2\alpha\varepsilon}{\alpha\alpha}x + \frac{\delta\delta - \alpha\Phi}{\alpha\alpha})$. Qui erat locus construendus.

Secundo, si ambæ quantitates $2\beta\delta - 2\alpha\varepsilon$, et $\delta\delta - \alpha\Phi$ sint affirmativæ, erit $x = \frac{\delta\delta - \alpha\Phi}{2\alpha\varepsilon - 2\beta\delta}$ negativa, adeoque in hoc casu $AN = \frac{\delta\delta - \alpha\Phi}{2\beta\delta - 2\alpha\varepsilon}$ capienda est ad partes ipsius P, ductaque NG parallela LL, erit nunc vertex G parabolæ ad partes P inter A & P, parameter $\pi = \frac{(2\beta\delta - 2\alpha\varepsilon)\delta}{\alpha\alpha\beta\eta}$, ut in casu præcedenti, et parabola qualis Fig. 3. Fig. 3.

Tertio, si $\delta\delta - \alpha\Phi$ sit adhuc positiva, sed $2\beta\delta - 2\alpha\varepsilon$ negativa, invenietur $x = \frac{\delta\delta - \alpha\Phi}{2\alpha\varepsilon - 2\beta\delta}$ affirmativa. Propterea capienda est versus Q, pars $AN = \frac{\delta\delta - \alpha\Phi}{2\alpha\varepsilon - 2\beta\delta}$ propterea parabola FG*f*, vertice G, parametro Fig. 4.

$\pi = \frac{(2\beta\delta - 2\alpha\varepsilon)\delta}{\alpha\alpha\beta\eta}$ circa diametrum GC descripta habebit positionem qualis fig. 4 cernitur.

VI. Si in æquatione $Z = V(\frac{\beta\beta - \alpha\gamma}{\alpha\alpha} xx + \frac{2\beta\delta - 2\alpha\varepsilon}{\alpha\alpha} x + \frac{\delta\delta - \alpha\Phi}{\alpha\alpha})$ quantitas $\beta\beta - \alpha\gamma$ sit negativa, vel quod idem est, si γ excedit $\frac{\beta\beta}{\alpha}$, hæc æquatio pertinet ad *Ellipses*. Est enim $Z = \frac{V(\alpha\gamma - \beta\beta)}{\alpha} \times V(-xx + \frac{2\beta\delta - 2\alpha\varepsilon}{\alpha\gamma - \beta\beta} x + \frac{\delta\delta - \Phi\alpha}{\alpha\gamma - \beta\beta})$. Dicantur brevitatis causa $\lambda = \frac{\beta\delta - \alpha\varepsilon}{\alpha\gamma - \beta\beta}$, et $\mu = \frac{\delta\delta - \alpha\Phi}{\alpha\gamma - \beta\beta}$, eritque $Z = \frac{V(\alpha\gamma - \beta\beta)}{\alpha} \times V(-xx + 2\lambda x + \mu)$. Si nunc $Z = 0$, æquatio $-xx + 2\lambda x + \mu = 0$ duas habet radices nempe $x = \lambda + V(\lambda\lambda + \mu)$ et $x = \lambda - V(\lambda\lambda + \mu)$. Quod indicat hanc sectionem duos habere vertices. Positis enim α, β, δ, affirmativis et constructione lineæ CB posita ex §. 11. Si $\beta\delta - \alpha\varepsilon$, et $\delta\delta - \alpha\Phi$ sint affirmativæ, capiatur in PQ pars $AM = \lambda$, dein $MN = Mn = V(\lambda\lambda + \mu)$ erunt puncta N, *n vestigia* verticum Ellipsis et M vestigium centri ejus, quare ductis NG, *ng* et MO parallelis L*l*, vertices ipsi erunt G et *g* et centrum Ellipseos O, atque adeo diameter $Gg = \frac{2\beta\eta V(\lambda\lambda + \mu)}{\delta}$. Diameter vero conjugata R*r* invenietur, si in $Z = \frac{V(\alpha\gamma - \beta\beta)}{\alpha} \times V(-xx + 2\lambda x + \mu)$, pro x scribatur λ, invenietur hoc modo $OR = \frac{V(\alpha\gamma - \beta\beta) \times \lambda\lambda + \mu)}{\alpha}$. Parameter vero π ad diametrum Gg spectans, est tertia proportionalis ad Gg et R*r*, hanc ob causam $\pi = \frac{2\delta(\alpha\gamma - \beta\beta)V(\lambda\lambda + \mu)}{\alpha\alpha\beta\eta}$. Quare Ellipsis G*lgl* hac parametro $\pi = \frac{2\delta(\alpha\gamma - \beta\beta)V(\lambda\lambda + \mu)}{\alpha\alpha\beta\eta}$, circa diametrum $Gg = \frac{2\beta\eta V(\lambda\lambda + \mu)}{\delta}$ descripta, est *locus* quæsitus.

Fig. 5.

Ducta

Ducta enim ubilibet FK, dicantur $AE=x$, $EF=y$, erit $EK=\frac{\beta x+\delta}{\alpha}$ et $FK=y+\frac{\beta x+\delta}{\alpha}$; ex natura vero Ellipſis fit $FK=V(\frac{\pi.gK.GK}{Gg})$. Per conſtr. habemus $\frac{\pi}{Gg}=\frac{\delta\delta(\alpha\gamma-\beta\beta)}{\alpha\alpha\beta\beta\eta}$, et propter parallelas AB, EK, rectum $GKg=\frac{\beta\beta\eta\eta.nE.NE}{\delta\delta}$, quare fit $\frac{\pi.GK.gK}{Gg}=\frac{\alpha\gamma-\beta\beta.nE.NE}{\alpha\alpha}$, ſed $nE.NE=Mn^2-ME^2=\mu+\lambda\lambda,-\lambda\lambda+2\lambda x-xx=-xx+2\lambda x+\mu$, ergo $FK=\frac{\sqrt{\alpha\gamma-\beta\beta}}{\alpha}\times V(-xx+2\lambda x+\mu)=V(\frac{\beta\beta-\alpha\gamma}{\alpha\alpha}xx+\frac{2\beta\delta-2\alpha\varepsilon}{\alpha\alpha}x+\frac{\delta\delta-\alpha\Phi}{\alpha\alpha})=y+\frac{\beta x+\delta}{\alpha}$, quare $y=\frac{-\beta x}{\alpha}-\frac{\delta}{\alpha}+V(\frac{\beta\beta-\alpha\gamma}{\alpha\alpha}xx+\frac{2\beta\delta-2\alpha\varepsilon}{\alpha\alpha}x+\frac{\delta\delta-\alpha\Phi}{\alpha\alpha})$. Qui erat locus conſtruendus.

VII. Omnes reliquos caſus percenſere, qui a ſignorum varietate pendent, nimis longum foret, ſed eorum loco libet conſtruere æquationem generalem quam Illuſtriſſ. *Marchio Hoſpitalius* in ſuis ſectionibus conicis pag. 226 pro ellipſibus inſtar canonis dedit, cum qua omnes caſus particulares locorum ad Ellipſis comparavit. Ejus æquatio hæc eſt

$$yy-\frac{2nxy}{m}+\frac{nn}{mm}xx-2ry+\frac{2nr}{m}x+rr-\frac{ptt}{2t}+\frac{pss}{2t}+\frac{eep}{2mmt}-\frac{2eps}{mt}=0.$$

Sunt ergo $\alpha=1$, $\beta=\frac{-n}{m}$, $\gamma=\frac{nn}{mm}+\frac{eep}{2mmt}$, $\delta=-r$, $\varepsilon=\frac{nr}{m}-\frac{eps}{mt}$, $\Phi=rr-\frac{ptt}{2t}+\frac{pss}{2t}$. Ergo $\alpha\gamma-\beta\beta=\frac{eep}{2mmt}$, $\beta\delta-\alpha\varepsilon=\frac{eps}{2mmt}$, $\beta\delta-\alpha\varepsilon=\frac{eps}{2mt}$, $\delta\delta-\alpha\Phi=\frac{ptt-pss}{2t}$, et $\lambda(=\frac{\beta\delta-\alpha\varepsilon}{\alpha\gamma-\beta\beta})=\frac{ms}{e}$, $\mu(=\frac{\delta\delta-\alpha\Phi}{\alpha\gamma-\beta\beta})=\frac{mmtt-mmss}{ee}$, ergo $V(\lambda\lambda+\mu)=\frac{mt}{e}$, hinc $Gg(=\frac{2\beta\nu\sqrt{\lambda\lambda+\mu}}{\delta})=\frac{2nt\eta}{er}$ (vel propter $n\eta=er$) $=2t$. Denique $\pi(=\frac{2\delta.\sqrt{\alpha\gamma-\beta\beta}\nu\sqrt{\lambda\lambda+\mu}}{\alpha\alpha\beta\eta})=\frac{epr}{n\eta}=p$. Ex hiſce jam manat conſtructio facilis.

Ca-

Fig. 6. Capiatur in PQ pars $AC=\frac{mr}{n}$ versus P, et in Ll pars $AB=r$, ductaque CBO, abscindantur porro in PQ partes $AM(=\lambda)=\frac{ms}{e}$, dein $MN=Mn=\frac{mt}{e}$, ductisque NG, ng et MO, invenietur $Gg=2t$, quare si circa hanc diametrum parametro $\pi=p$, Ellipsis GRgr describatur erit ea locus æquationis Hospitalianæ.

VIII. Si in æquatione $Z=\sqrt{(\frac{\beta\beta-\alpha\gamma}{\alpha}xx+\frac{2\beta\delta-2\alpha\varepsilon}{\alpha\alpha}x+\frac{\delta\delta-\alpha\Phi}{\alpha\alpha})}$ quantitas $\beta\beta$, excedit $\alpha\gamma$, æquatio est ad *Hyperbolam*, fit enim $Z=\frac{\sqrt{\beta\beta-\alpha\gamma}}{\alpha}\times\sqrt{xx+2\lambda x+\mu}$ existentibus $\lambda=\frac{\beta\delta-\alpha\varepsilon}{\beta\beta-\alpha\gamma}$, et $\mu=\frac{\delta\delta-\alpha\Phi}{\beta\beta-\alpha\gamma}$, atqui $xx+2\lambda x+\mu=0$ præbet $x=-\lambda+\sqrt{\lambda\lambda+\mu}$. Capiantur ergo $AM=-\lambda=\frac{\alpha\varepsilon-\beta\delta}{\beta\beta-\alpha\gamma}$, et $MN=Mn=\sqrt{\lambda\lambda+\mu}$, ductisque Fig. 7. NG, ng et MO parallelis Ll, erit Gg Diameter $=\frac{2\beta\eta\sqrt{\lambda\lambda+\mu}}{\delta}$, et parameter $\pi=\frac{2\delta\delta\sqrt{\beta\beta-\alpha\gamma}\sqrt{\lambda\lambda+\mu}}{\alpha\alpha\beta\eta}$. Ex hisce datis hyperbola facile describitur. Demonstratio fere eadem est ac pro Ellipsi, in §. præcedenti tradita.

IX. Si $x=\infty$, fiet $\sqrt{xx+2\lambda x+\mu}=x+\lambda$, quare deprehendetur $y=\frac{-\beta x}{\alpha}-\frac{\delta}{\alpha}\pm\frac{x\sqrt{\beta\beta-\alpha\gamma}}{\alpha}\pm\frac{\beta\delta-\alpha\varepsilon}{\alpha\sqrt{\beta\beta-\alpha\gamma}}$, Cujus constructio breviter huc redit, ut in Ll capiantur $BL=Bl=\frac{\alpha\varepsilon-\beta\delta}{\alpha\sqrt{\beta\beta-\alpha\gamma}}$, atque per centrum hyperbolæ O ducantur LOr et LOR erunt hæ, binæ ejus asymptotæ.

X. Si in æquatione A coefficiens α evanescit æquatio mutatur in $y=\frac{-\gamma xx-2\varepsilon x-\Phi}{2\beta x+2\delta}=\frac{-\gamma x}{\beta 2}+\frac{\gamma\delta-2\beta\varepsilon}{2\beta\beta}+\frac{2\beta\delta\varepsilon-\beta\beta\Phi-\gamma\delta\delta}{2\beta\beta x\beta x+\delta}$ æquationem ad hyperbolam inter asymptotas. Ejus con-

constructio ita habet: in linea PQ capiatur AC$=$ Fig. 8.
$=\frac{\gamma\delta-2\beta\varepsilon}{\beta\gamma}$, et in L*l*, portio AB$=\frac{\gamma\delta-2\beta\varepsilon}{2\beta\beta}$, ductaque BC erit una ex asymptotis, facta deinceps AN$=\frac{\delta}{\beta}$, ductaque MN parallela AB occurret ea alteri CB in centro hyperbolæ O, quare facta insuper A*l*$=\frac{\Phi}{2\delta}$, si intra asymptotas OC et OM per punctum *l* hyperbola F*f* describatur erit ea locus
$2\beta xy+\gamma xx+2\delta y+2\varepsilon x+\Phi=0$.

DE AEQUINOCTIORUM ET SOLSTITIORUM MOMENTIS, NEC NON DE OBLIQUITATE ECLIPTICAE OBSERVANDIS.

Auth. F. C. Mayero.

1.

Venit mihi in mentem modus, quo has res omnes observationibus definire licet; Nescio autem an aliis jam notus fuerit? aut praxi satis accommodus futurus sit? Dicam tantum quid meditatus sim. Mens. Mart. 1729.

2. Observetur quotidie solis sub meridiano et momentum et altitudo, (quod vulgo fit) quavis etiam nocte (dieve si possit fieri) stellæ unius alterius vefixæ culminatio quam accuratissime observetur: Dico, si observatio talis per integrum annum continuetur, ejus ope innotescere æquinoctiorum et solstitiorum momenta, itemque ecliptica obliquitatem.

3. Nam per tempus quod interceſſit culminationem ſolis et ſtellæ innoteſcit aſcenſio recta ſtellæ a loco ſolis (quem in meridie præcedente obtinuit) numerata, vel viciſſim, A. R. loci ſolaris culminantis, a ſtella numerata; Exinde, ſi obſervationes ſint quotidianæ, incrementa A.Ræ ſolaris diurna fiunt nota. Imo, etſi cœli obſcuritas impediat quotidianas obſervationes, nihilominus aſſignare licet cuilibet meridiei ſolis A.Rm a ſtella; Nam quia incrementa hæc intra dies aliquot non multum variant, diſtributione facta idonea (ope interpolationis methodi, aut alia adhibita dexteritate) arcus ejus qui intra duas obſervatas A.Ras intercipitur, per totum annum ſcire licet, quantum diſtiterit ſol a ſtella (quoad A.Rm) quolibet meridie, imo (inſtituta proportione debita) quolibet temporis momento.

4. Deinde ex duabus altitudinibus meridianis æqualibus, cis et ultra ſolſtitium factis, reperiuntur duo loca antiſcia in quorum medio exacte jacet ſolſtitium. Locorum antiſciorum Aſ. Ræ a ſtella dantur (§. 3.) ergo et arcus interjectus, cujus ſemiſſis addita uni antiſcio vel demta alteri aſcenſionem a ſtella rectam prodit, quam ſol obtinuit ſolſtitii momento: Hæc Aſc.R. inter obſervationes illius anni habitas (§. 3.) diſquiratur, ut pateat quo temporis momento hæc Aſc. R. ſive ipſum ſolſtitium obſervatum fuerit. Equidem nec altitudines meridianæ prorſus æquales, nec Aſc. recta ſolſtitii exacte inter obſervationes (§. 3.) habitas continebuntur

tur (niſi rariſſime): At jam monui (§. 3.) partem proportionalem detegere momenta extra meridiem ſita.

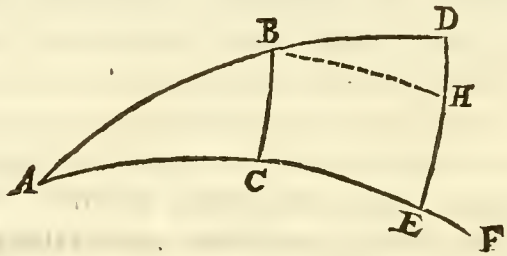
5. Cognitis ſolſtitiis, æquinoctia non amplius ignota manent; Nam eorum Aſc. rectæ diſtant quadrante ab Aſc. recta ſolſtitii alterutrius, dantur ergo eorum Aſ. Ræ a ſtella, quæ in catalogo obſervationum (§. 3.) quæſitæ tempus produnt, in quod iſtæ Aſ. Ræ adeoque ipſa æquinoctia ceciderunt.

6. Hic ergo modus eſt obſervandi puncta cardinalia, quem duò commoda habere autumo; primum eſt, quod quæſita non ex una aut paucis, ſed pluribus obſervationibus elici poſſint, ſic enim ex conſenſu aut diſſenſu calculi obſervationes certæ ab incertis quodammodo diſcernuntur, et animi certitudo firmatur. Secundum eſt, quod a refractionibus ne hilum quidem turbetur, quæ ſane res magni momenti eſſe cenſetur, nimium enim inſidioſæ ſunt refractiones. Quod ſi inſuper accedat juſtum horologium, et quadrans exacte meridionalis et ſtabilis, non video quid attentum Aſtronomum impedire poſſit amplius quo minus omnia impetret quæ optaverat.

7. Reſtat ut explicem quomodo per has obſervationes obliquitas ecliptiæ inveniatur. Hic mox in limine moneo, rem non æque facile ut ante procedere; Calculus enim moleſtior evadit et refractionum inſidiæ verendæ ſunt nonnihil, quod ſtatim palam fiet. Præmittenda ſunt autem ad rei

intelligentiam lemma unum et problema, quibus ſtabilitis, reliqua plana ſunt. Lemma igitur hoc eſto:

8. Sint datæ duorum arcuum tangentes, majoris quidem $=p$ et minoris $=q$. Dico: tangentem ſummæ horum arcuum eſſe $= rr\frac{p+q}{\pm pq+r^2}$ (ubi r ſignificat radium). Demonſtratio lemmatis in elementis trigonometriæ tradita poteſt omitti; ſequatur problema.



9. Datu arcu DH, quo differunt arcus DE et BC ad AF normales; datisque arcubus AC et AE; invenire angulum ad A.

Sint Sinus arcus AC $=m$
Sinus arcus AE $=n$.
Tangens arcus DH $=t$
Contangens anguli ad A $=x$.

Eſt autem per præcepta trigonometriæ ſphæricæ, ut cotangens ang. A, ad radium, ita ſinus arc. AC ad tangentem arcus BC. Sive

$x : r = m : \frac{mr}{x}$ = tangenti arcus BC ſive HE.

Exin-

Exinde porro conficitur tangens arcus DE (per §. 8.) $= \frac{t + \frac{mr}{x}}{+\frac{tmr}{x} + r} \cdot \frac{r}{2} = r \cdot \frac{tx + mr}{+mt + rx}$ Eadem vero tangens invenitur per priorem analogiam, hoc modo: $x : r = n : \frac{nr}{x} =$ tang. arc. DE.

Formetur ergo æquatio et reducatur $\frac{nr}{x} = \frac{tx + mr}{+mt + rx} r$ unde fit

$$\frac{+\sqrt{(m+n)^2 r^2 + 4mnt^2} - (m+n)r}{2t} = x.$$

Hac regula invenitur cotangens anguli ad A; nec adeo difficilis eſt executu, uti videri poſſet; oſtendam ſuo tempore exemplis, quomodo per ſolos logarithmos effici poſſit.

10. Nunc ad propoſitum revertar: Repræſentet in priori ſchemate arcus AF æquatorem; arcus ABD eclipticam; Angulus ad A ſit obliquitas eclipticæ, et arcus BC, DE, ſint duæ diverſæ declinationes ſolis. Per ſuperiores obſervationes innoteſcunt aſcenſiones rectæ ſolis tam a ſtella (§. 3.) quam a principio arietis (§. 5.) dantur ergo arcus AC et AE. Porro (per §. 2.) dantur quotidianæ ſolis altitudines maximæ, earumque differentiæ; hæ vero differentiæ ſunt ſimul differentiæ declinationum ſolarium; ergo per obſervationes easdem notus fit arcus DH, ex quibus omnibus elicitur angulus ad A, ſive obliquitas eclipticæ. (per §. 9.) Q. E. I.

11. Omnia, puto, plana forent, modo arculus DH refractionibus obnoxius non eſſet: Diſpiciam ergo quantum refractiones valeant in hunc ar-

cum. Si refractiones ubique æquales forent, arcus hic ſalvus evaderet, nam quantum una altitudo ſolis ſive declinatio BC turbaretur, tantum turbaretur quoque altera DE, ergo differentia DH nil turbaretur, quod per ſe clarum eſt; aſt quia declinatio BC (ſi borealis ſit) plus turbatur quam altera DE, patet arcum DH turbari quidem, ſed non niſi a refractionum differentiis; hoc eſt, quantum refractio in BC major eſt refractione in DE, tantum quoque arcus DH juſto major obſervatur. Exiſtimo autem, ſi Authorum celebrium refractionum tabulæ exactiſſimæ non ſint, ſatis tamen exactas eſſe quoad refractionum differentias, quia in eas minima pars erroris redundat, maxime in minoribus majorum altitudinum refractionibus. Corrigatur ergo arculus DH per differentias refractionum in tabulis Authorum obvias, eligantur autem declinationes boreales, ſic error qui irrepere poteſt, erit, meo judicio, pene contemnendus.

12. Ne autem vel curioſiſſimus quisquis habeat quod ipſum cruciet, oſtendam alio tempore modum quo omnis a refractionibus formido e medio tollatur in hoc negotio, nihilque præter inſtrumentorum et obſervatoris exactitudinem animum ſuspendere poſſit. Hæc vero pro nunc ſatis ſunto.

PRO-

PROBLEMA
TRIGONOMETRICOSPHAERICUM.

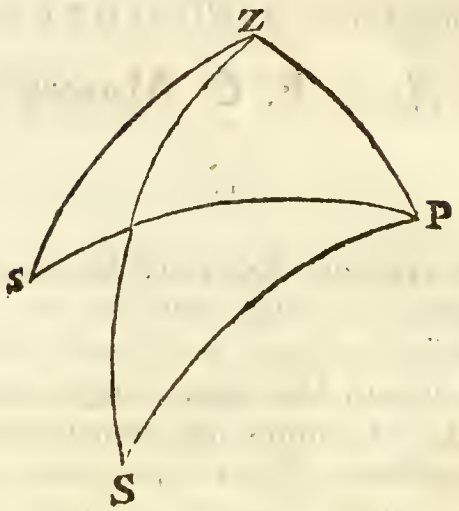
Auth. F. C. Mayero.

1.

Si duo triangula ſphaerica ſibi mutuo ita inſeruntur, ut duae partes in uno ſint duabus partibus in altero aequales vel coincidentes, ſi praeterea quatuor aliae partes cognitae ſunt vel datae; reliquae ſex omnes determinatae ſunt quoque, et reperiri poſſunt. Multa hujus generis problemata comminiſci licet, in quibus nonnulla ſolutu difficilia ſunt valde. Horum praecipua, uſusque aſtronomicos non contemnendos habentia, ſolvere mihi contigit, quae, quia ab aliis nondum ſatis exculta videntur, in medium proferre, intelligentiumque judicio ſubdere volui. Si occaſio aliquando faverit ut idoneis obſervationibus theoriam hanc illuſtrare detur, officio non deero communicaboque reperta.

2. Primum itaque nunc deſcribendum problema ſic ſe habet: In duobus triangulis ſphaericis SPZ et ſPZ, communi baſi PZ inſiſtentibus, et latera SP, ſP aequalia habentibus, ſint dati anguli ad P et Z omnes: quaeruntur reliqua.

Sit



Sit igitur

Sinus anguli SPZ = A cosinus ejus = C
- - - sPZ = a - - - = c
Sinus anguli SZP = P cosinus = Q cotangens M
- - - sZP = p - - - = q - - m
Sinus baseos PZ = x cosinus = y
- lateris PS = Ps = t - - - = z
radius = r

propter analogiam inter latera et sinus angulorum lateribus oppositorum erit quoque.

Sinus lateris SZ = $\frac{At}{P}$, qui ponatur = f ejus cosinus = g. Cum igitur in triangulo SPZ latera omnia denominata sint, una cum angulis SPZ, et SZP poterunt duae aequationes formari ope theorematis in

in II. Tom. Comment. pag. 23. atque tractari ſequente modo:

1 - - $C=\frac{rg-yz}{fx}r$ adeoque

2 - - $g=\frac{fxC+yzr}{rr}$ item

3 - - $Q=\frac{rz-yg}{fx}r$, adeoque

4 - - $g=\frac{rrz-fxQ}{ry}$

ex aeq. 2 et 4 fit

5 - - $fxCy+y^2rz=r^3z-rfxQ$

ſubſtituantur pro f et y^2 aequivalentia

ſc. $f=\frac{At}{P}$ et $y^2=rr-xx$. Fiet ita

6 . . $fxCy-xxrz=-\frac{rxfAQ}{P}$

dividatur aequatio per fx et transponantur termini

7 . . $Cy+\frac{rAQ}{P}=\frac{rxz}{t}$ vel

8 . . $Cy+AM=\frac{rxz}{t}$ (ob $\frac{rQ}{P}=M$)

Quod ſi idem calculus pro altero triangulo sPZ repetatur, invenietur denuo

9 . . $cy+am=\frac{rxz}{t}$

igitur ex 8 et 9. fiet porro

10 . . $(c-C)y+am-AM=0$. ſive

11 . . $y=\frac{AM-am}{c-C}$ Q. E. J.

3. Formula igitur inſervit inveniendo lateri PZ, quo dato, reliqua omnia per communia praecepta trigonometrica indagari poſſunt. Ceterum ut formula ad calculum aptior fiat, ponatur ſinus ſemiſummae angulorum SPZ et sPZ$=N$, ſinus vero ſemidifferentiae $=n$. Ita fiet $c-C=\frac{2Nn}{r}$ (per §. 9. pag. 17. commentar. Tom. II.) et conſequenter $y=\frac{AM-am}{2Nn}r$.

4. Notandum eſt in ſolutione problematis omnes triangulorum partes quadrante minores ſumtas fuiſſe; eaque propter formulam $\frac{AM-am}{2Nn}r$ pro ſolo hoc caſu valere. Quod ſi igitur angulus sZP obtuſus fuerit, erit ejus cotangens negativa ($=-m$) adeoque hoc caſu fiet $y=\frac{AM+am}{2Nn}r$. Si uterque angulus ad Z obtuſus fuerit fiet $y=\frac{am-AM}{2Nn}r$. Si tandem angulus SZP rectus fuerit, fit M$=$o adeoque $y=\frac{amr}{2Nn}$. Eodem modo ceteri caſus definiuntur.

5. Uſum problematis aſtronomicum ut paucis attingam, notandum eſt S et s deſignare duo loca ſideris alicujus in ſuo parallelo, quod declinationem intra horas aliquot aut nihil aut inſenſibiliter mutat. Angulos ad verticem Z eſſe azimuta ſideris obſervata, angulos ad P eſſe horarios azimutis datis reſpondentes. Eſſe etiam PZ altitudinem aequatoris, et PS$=$Ps, declinationis complementum, item, ZS et Zs eſſe altitudinum complementa.

6. Datis itaque obſervatione ſideris alicujus declinationem ad ſenſum intra paucas horas non mutantis duobus azimutis, vel eorum complementis ad duos rectos SZP et sZP, angulisque horariis SPZ et sPZ ad dicta azimuta pertinentibus, invenire licet. 1° altitudinem aequatoris PE ſive poli, quae eſt prioris complementum ad 90°. 2°. declinationem ſideris, cujus ad 90 complementum eſt PS$=$Ps, 3°. altitudinem ſideris ad momenta obſervationis, latera enim SZ et sZ ſunt altitudinum complementa ad 90°.

7. Quod

7. Quod ſi ad momenta tranſituum per azimuta capiantur ſimul altitudines viſae, atque ab iis auferantur altitudines verae ante repertae, diſpaleſcet ſideris refractio, ſi modo parallaxi careat, aut reſiduum refractionis a parallaxi, ſi parallaxi afficiatur: Secernitur autem parallaxis a refractione, ſi per aliud ſidus a parallaxi liberum refractio ejusdem altitudinis ſimul indagetur, reſiduum enim illud ab hac refractione ſubductum relinquit parallaxim quaeſitam, unde quartus hujus problematis uſus eſt, quod per illud inveniantur ſiderum refractiones, et 5to eorundum parallaxes.

8. Aliis vulgo methodis indagantur, altitudo poli, declinationes ſiderum, eorumque refractiones et parallaxes, nec memini methodum a me recenſitam cuiquam in mentem veniſſe antea. Differt autem mea haec methodus ab aliis, quod praeter obſervationum poſſibilitatem et exactitudinem nil ſupponat niſi motum primum aequabilem, aequabiles etiam aut obſervatione definiendos motus planetarum diurnos et horarios quoad aſcenſiones eorum rectas, reliqua pure geometrica ſunt. Aliae vero methodi praeter ſuppoſita ante recenſita, precario vel ex conjectura aſſumunt ut cognita, mox theoriam ſolis, mox declinationes ſiderum; mox refractiones; et quae ſunt alia &c. &c. Vincit ergo mea methodus paucitate ſuppoſitorum.

9. Poſſet alicui obſervationum facilitas vel exactitudo ſcrupulum movere. Videamus quid differam ego ab aliis. 1. Requiro horologium oſcilla-

torium probum. 2. Momentum quo ſidus ad verticalem azimuthi alicujus appellit. 3. Quadrantem quo altitudines viſae capiuntur. 4. Inſtrumentum vel obſervandi methodum idoneam qua azimutha exacte definiuntur. De horologio oſcillatorio notum eſt, quam commendetur ab omnibus, ut non opus ſit plura dicere. Appulſus ſiderum ad verticales ſive in tubo ad filum verticale, vel in camera obſcura ad filum horizontale extenſum (prout Dnus Pr. Del'isle facere ſolet) vel et ad utrumque latus dioptrarum Tychonicarum obſerventur, ſatis diſtincte percipiuntur, ita ut exercitatus obſervator nunquam facile unius minuti ſecundi errorem committat; igitur et hoc requiſitum ſatis exacte obtinetur. Quod quadrantem attinet, eo utuntur etiam alii pro ſuis methodis, inſtruunt eum quoque Aſtronomi hodierni ejusmodi artificiis, ut fidem non parvam habeat. Igitur quoad tria priora requiſita nulla difficultas mihi objici poteſt qua magis premar ac alii.

10. Verum enim vero azimuthorum inventio et determinatio accurata, operam faceſſit forſan? Tycho jam de incertitudine azimuthorum conqueſtus eſt. Hodierni quoque fere omnes aſtronomi azimuthorum uſum quocunque modo effugiunt, conſcii, opinor, difficultatum quibus obnoxia eſt eorum obſervatio. Me quod attinet, fateor, nullum dum rei experimentum cepi; at rem perpendens, inveniſſe me puto modum non unum, queis, niſi fallor azimuthorum obſervatio aeque facilis et certa, ſaltem pro uſu praeſentis problematis, evadit, ac obſervationes

ones aliae. Multum me confirmavit inspectio schematismorum quibus Romeri machinae astronomicae novae depinguntur, quas inter et azimutale instrumentum est, cui sine dubio Romerus aliquid tribuit cum ei locum inter reliquas fecerit. At de hac re ut plura dicam nunc nil attinet. Dixi, quae problemati meo valorem conciliare queunt. Dicant alii, quae illum aut adimere possint, aut minuere.

CONSIDERATIO CURVARUM IN PUNCTUM POSITIONE DATUM PROJECTARUM, ET DE AFFECTIONIBUS EARUM INDE PENDENTIBUS.

Auctore Iac. Hermanno.

1.

Curva AHD mihi in punctum E projici dicitur, cum ex singulis ejus punctis ad punctum illud rectæ ducuntur, ut HE, BE, CE, AE, DE, &c. Has lineas deinceps *radios* projectionis, et angulos HED, BEA, CED, angulos projectionis vocabo, atque radios EB, EC ad communem angulum pertinentes, *coincidentes*. Sinus cujuslibet anguli projectionis CED dicatur m, ejus cosinus $n = \sqrt{(1-mm)}$, existente sinu toto $= 1$. Dicantur radii EB(EC)$= z$, applicatae orthogonales BF(CG)$= y$, erunt $y = mz$, EF(EG)$= nz$. Tab. III. Fig. 1.

II. In doctrina locorum Cartesiana hactenus recepta, curvarum natura per aequationes coordinatas AF(AG) et BF(CG) atque quantitates constantes involventes explicatur. Sed pari jure per relationem quam radii projectionis et sinus aut cosinus angulorum projectionis inter se servant, exponi potest, ex hac enim consideratione manant proprietates curvarum aeque elegantes ac sunt illae quae consueto more eliciuntur.

III. Ad id ostendendum opus est, ut aequatio curvae more consueto coordinatas AF(AG)$=x$ et BF(CG)$=y$ continens convertatur in aliam, in quam radii tantum projectionis et sinus aut cosinus angulorum projectionis ingrediuntur, quod facile succedet, sufficiendo in data aequatione mz pro y, et $nz-a$ pro x, posita nempe EA$=a$. Sed si punctum datum E caderet inter A et D, tunc pro x, scribendum esset $a-nz$. His positis.

IV. Sit aequatio Parabolae $yy=px$, existente p parametro, cumque sint $y=mz$, et $x=nz-a$, aequatio mutabitur in $mmzz=npz-ap$, cujus binae radices dant radios coincidentes majorem EC et minorem EB, nempe

$$EC=\frac{np+\sqrt{(nnpp-4mma\,p)}}{2mm}$$

$$EB=\frac{np-\sqrt{(nnpp-4mma\,p)}}{2mm}, \text{ adeoque}$$

$$EC+EB=\frac{np}{mm}$$

$$EC-EB=BC=\frac{\sqrt{(nnpp-4mma\,p)}}{mm}$$

$$EC.EB=\frac{ap}{mm}$$

Hinc

Hinc si $BC=\frac{\sqrt{(nnpp-4mmap)}}{mm}=0$, id est $a=\frac{nnp}{4mm}$, fiet $EH=z=\frac{np}{2mm}$, adeoque $a(=\frac{nnp}{4mm})=\frac{1}{2}nz$, atque adeo subtangens Parabolae duplo absciissae, ut fieri oportet.

V. Sit generalius aequatio ad sectiones conicas $yy=gxx+2bx+i$, haec mutabitur in $+mmzz=-2agnz+aag$,
$-gnn \quad +2bn \quad -2ab$
$+i$
surrogatis in ea mz et $nz-a$, y et x. Ex ista vero eliciuntur

$EC=\frac{agn-bn}{gnn-mm}+\sqrt{(\frac{agn-bn}{gnn-mm}\Big|^2-\frac{aag+2abi}{lgnn-mm})}$

$EB+\frac{agn-bn}{lgnn-mm}-\sqrt{(\frac{ag-b,n}{gnn-mm}\Big|^2-\frac{aag+2ab-i}{lgnn-mm})}$. Ergo

$EC+EB=\frac{2ag-2b,n}{gnn-mm}$

$EC-EB=2\sqrt{(\frac{ag-b,n}{gnn-mm}\Big|^2-\frac{aag+2ab-i}{lgnn-mm})}$.

$EC.EB=\frac{aag-2ab+i}{lgnn-mm}$.

Hinc si $EC-EB=0$, fiet $a=\frac{bm+\sqrt{(gnn-mm\times gi-bb)}}{gm}$, adeoque $EH(=\frac{ag-b,n}{gnn-mm})=\frac{n\sqrt{(gi-bb)}}{m\sqrt{(gnn-mm)}}$. Ex hisce jam passim notas proprietates Diametrorum in Sectionibus Conicis et multa alia facili negotio deduci possent, sed nolo in rebus jam satis cognitis atque usu tritis prolexior esse.

VI. Si aequatio curvae AHD sit $y^3=bxy-x^3$, invenietur propter $y=mz$ et $x=nz-a$, aequatio $-m^3z^3=-n^3z^3+3amnzz-3aanz+a^3$, quae rejectis omnibus ad eandem aequationis partem abit in $+m^3z^3-3amnzz+3aanz-a^3=0$,
$-n^3 \quad -bmn \quad +abm$ Fig. 2.

cu-

cujus tres radices reales totidem radios ad unum eundemque projectionis angulum pertinentes praebet, ex quo proinde constat lineam quamlibet per punctum projectionis E ductam curvam AHD in tribus punctis secare, quoties radices illae omnes inaequales sunt. Sed si $a=0$, hoc est, si punctum projectionis cadit in ipsum initium abscissarum x, inveniretur tunc $z=\frac{bmn}{m3+n3}$.

VII. Sed missis pluribus exemplis aliis, nunc rem paulo invertere libet quaerendo curvas AHD in quibus radii projectionis coincidentes EC et EB, determinatam aliquam relationem inter se habeant. Hujus generis Problema primus quod sciam Cel. *Joh. Bernoulli* attigit in schediasmate Actis Erudit. 1696 pag. 264 inserto, cui titulus fuit, *Supplementum Defectus Geometriae Cartesianae circa inventionem locorum*, in quo duorum casuum solutiones exhibuit celata tamen analysi et demonstratione. Eorum primus est, ut inveniantur curvae AHD, in quibus ducta ex puncto projectionis E radio EBC rectangulum CEB sit ubique aequale quadrato tangentis EH vel dato plano, ad hujus solutionem exhibuit aequationes sequentes $y=ax^{\alpha}+ax^{2-\alpha}$, vel $y=ax^{\alpha}+ax^{2-\alpha}+bx^{\beta}+bx^{2-\beta}$, vel $y=ax^{\alpha}+ax^{2-\alpha}+bx^{\beta}+bx^{2-\beta}+cx^{\gamma}+cx^{2-\gamma}$, vel $y=$ quantitati hoc modo quousque libuerit continuatae, in quibus aequationibus $x=$EB(EC) et $y=$BF(CG), et hae in dato angulo ad AD inclinatae sunt. Alter casus cujus etiam solutionem sine demonstratione dedit, est, ut inveniantur curvae in quibus EC+EB ubique $=2$EH,

pro

pro his curvis dedit aequationem $y = x.\overline{x-x^n}$. Sed in programmate quod ineunte anno 1697 Groningae edidit, quo Geometras ad ſolutionem problematis de Curva celerrimi deſcenſus invenienda invitabat, problema paulo generalius propoſuit, poſtulando curvas, in quibus $\overline{EC}^a + \overline{EB}^a$ ubique conſtantem ſummam efficere debet. Hujus ſolutiones exhibuerunt Geometrae illius aevi Illuſtriſſimi *Leibnitius*, *Jac. Bernoulli*, *Marchio Hoſpitalius*, atque *Newtonus*. Videantur Acta Erudit. 1697. Menſ. Maj. Sed nullus eorum ſolutionis ſuae analyſin edidit.

VIII. Primo intuitu videntur haec problemata facillima et tantum non ludicra eſſe; ecquid enim facilius eſt, quam ut in data curva ABH ducta indefinite per punctum datum E recta EBC, in ea invenire poſſit punctum C tale, ut tota EC ad ejus partem EB relationem pro libitu aſſignatam habeat. Ultro fateor nihil eſſe hoc facilius, ſed non eſt id de quo agitur. Curva enim ABH non debet eſſe data, ſed eſt ea quae quaeritur: nam ſi ABH eſt data et per conſtructionem expoſitam invenitur altera HCD, non ſequitur quod haec altera pars ſit continuatio primae ABH, ita ut utriusque natura per unam eandemque aequationem localem exponatur, ſed fere ſemper curvae anterioris ABH aequatio diverſa eſſet ab ea quae naturam curvae alterius exprimit, uno verbo ut rem expediam, curvae ABH et DCH eſſent diverſae, et quaeruntur curvae AHD Fig. 3.

in quibus radii EC, EB assignatam inter se relationem habeant et tamen utraque earum pars ABH et DCH una eademque aequatione locali exponatur.

IX. Ad ejusmodi problematum solutionem vocando EC(EB)$=z$; CG(BF)$=y$, et EG(EF)$=x$, adhibeo aequationem quadraticam $Z^{2\eta}-2QZ^{\eta}+R=0$, sit EC$=Z$, et EB$=z$, erit $Z^{\eta}=Q+\sqrt{(QQ-R)}$ et $z^{\eta}=Q-\sqrt{(QQ-R)}$, ipsae vero Q et R ex Problematis circumstantiis varie dantur.

X. Quod si ergo curvae AHD quaerantur in quibus $EC.EB=\overline{EH}^2$ problemati ilico satisfiet, nam quia $Z^{\eta}=Q+\sqrt{\overline{QQ-R}}$, et $z^{\eta}=Q-\sqrt{\overline{QQ-R}}$, fiet utique $Z^{\eta}z^{\eta}=R$, atqui debet esse $Zz=cc$, vocando tangentem EH$=c$, ergo $Z^{\eta}z^{\eta}=c^{2\eta}=R$; itaque in locum ipsius R poni debet in aequatione $z^{2\eta}-2Qz^{\eta}+R=0$, quantitas $c^{2\eta}$, et habetur $z^{2\eta}-2Qz^{\eta}+c^{2\eta}=0$, vel $2Q=z^{\eta}+c^{2\eta}z^{-\eta}$, sed quid est Q? Si Q esset constans, aequatio $2Q=z^{\eta}+c^{2\eta}z^{-\eta}$, non esset ad curvam, sed ad duo puncta. Quare opus est, ut Q sit variabilis, et tamen eadem pro duobus punctis B, et C; nempe si angulus CED sit alius major aut minor etiam Q debet esse alia major vel minor, ita tamen, ut eadem sit pro radio minore AB ac pro majore AC; fiat ergo $Q=b+\frac{m}{2a}$, seu quaelibet quantitas composita ex constante b et sinu anguli CED diviso per $2a$, vel quia $y=mz$ adeoque $m=\frac{y}{z}$, $Q=b+\frac{y}{2az}$, adeoque $2b+\frac{y}{az}=z^{\eta}+c^{2\eta}z^{-\eta}$, vel $y=-2abz+az^{1+\eta}+ac^{2\eta}z^{1-\eta}$, sit $\alpha=\eta+1$, aequatio mutabitur in $y=-2abz+az^{\alpha}+ac^{2\alpha-2}z^{2-\alpha}$, faciendo vero $b=0$, et

et $c=1$, fit $y=az^{\alpha}+az^{2-\alpha}$, et haec est prima aequatio earum quas Cel. *Joh. Bernoulli* dedit in solutionem Problematis, sed reliquae ejus aequationes methodo hoc loco exposita non eliciuntur, earum tamen in locum ex infinities infinitis, quae omnes problemati satis faciunt, adducam sequentes.

$$1.\ az+by^{\frac{\beta}{\beta-1}}z+cy^{\frac{\beta}{\beta-2}}z\ \ldots\ +vy^{\beta}\ \ldots\ =z^{\frac{\alpha+\beta}{2\alpha-2}}+c^{\frac{2+\beta-\alpha}{2\alpha-2}}z$$

$$2.\ az+bxz+cxxz\ \ldots\ +vx^{\frac{\beta}{\beta-2}}\ \ldots\ =z^{\frac{\alpha+\beta}{2\alpha-2}}+c^{\frac{2+\beta-\alpha}{2\alpha-2}}z$$

$$3.\ az+byz+cxz+cyyz+fxyz+gxxz+tx+vy^{\frac{\beta}{\beta-2}}=z^{\frac{\alpha+\beta}{2\alpha-2}}+c^{\frac{2+\beta-\alpha}{2\alpha-2}}z$$

Ex infinities infinitis transcentibus unam

$$4.\ dy=-adx+\frac{exdz-ydz}{z}+(z^{\frac{\eta-1}{2\eta-\eta-1}}+c^{\frac{\eta-1}{2\eta-\eta-1}}z)\times(zdx-xdz.)$$

XI. Invenire curvas AHD in quibus $\overline{EC}^{\alpha}+\overline{EB}^{\alpha}$ facit ubique summam constantem. Quoniam (§. IX.) $Z^{\eta}=Q+\sqrt{(QQ-R)}$ et $z^{\eta}=Q-\sqrt{(QQ-R)}$ fiet $Z^{\eta}+z^{\eta}=2Q$, fac $\eta=a$, erit $Z^{a}+z^{a}=2Q=2c^{a}$, quare $Q=c^{a}$. Surrogataque hac litterae Q aestimatione in aequatione $Z^{2\eta}-2QZ^{\eta}+R=0$, proveniet $z^{2a}-2c^{a}z^{a}+R=0$, et $R=2c^{a}z^{a}-z^{2a}$. Haec etiam suppeditat, infinities infinitas curvas quaestioni satisfacientes, nam si $R=b+cm+dn+emm+fmn+gnn+$ &c. habebimus $bz^{\beta}=cyz^{\beta-1}+dxz^{\beta-1}+eyyz^{\beta-2}+fxyz^{\beta-2}+gxxz^{\beta-1}+$ &c. $=2c^{a}z^{\alpha+\beta}-z^{2a+\beta}$. Si b, d, e, f, g &c. $=0$, $a=1$, et c in parte sinistra aequationis $=1$, in parte vero dextra $c=\frac{1}{2}$, prodibit $y=x.x-xx$, quae est aequatio Cel. *Joh. Bernoulli* cum in ea $n=1$. Sed ipsa quoque $y=\overline{x.x-xx}^{n}$ ex praecedentibus facile

deducitur, nam $R=2c^a z^a - z^{2a}$ praebet $R^n=(2c^a-z^a)^n z^{na}$, si nunc R^n facias $=b+em+fn+gmm+hmn+$ &c. habebis $bz^\beta+ey z^{\beta-1}+fxz^{\beta-1}+gyyz^{\beta-2}+hxyz^{\beta-2}+$ &c. $=z^{an+\beta}\times(2c^a-z^a)^n$, in qua si $a=1$, $b=0$, $g=0$, $h=0$, &c. invenietur $y=z^{n+1}(1-z)^n$, posita $c=\frac{1}{2}$, id est $y=z.\sqrt[n]{z-zz}$, ut habet solutio Bernoulliana, sed mallem adhibere $y=-b+z.\sqrt[n]{z-zz}$.

XII. Invenire curvas AHD in quibus EC^m. $EB^n=EH^{m+n}$. Quoniam (§. IX.) $Z^\eta z^\eta=B$, vel posita $\eta=m$, $Z^m z^m=R$, adeoque $Zz=R^{\frac{1}{m}}$, et $Z^m z^n=Rz^{n-m}$(hyp.)$=c^{m+n}$, fiet $R=c^{m+n}z^{m-n}$, quod in aequatione $z^{2m}-2Qz^m+R=0$, suffectum, praebet $z^{2m}-2Qz^m+c^{m+n}z^{m-n}=0$, Hinc $2Q=c^{m+n}z^{-n}+z^m$, et $(2Q)^p=(c^{m+n}+z^{m+n})^p z^{-np}$. Ponatur nunc $(2Q)^p=b+em+fn+gmm+hmn+$ &c. et positis pro m et n, $\frac{y}{z}$ et $\frac{x}{z}$, proveniet $bz^\beta+eyz^{\beta-1}+fxz^{\beta-1}+gyyz^{\beta-2}+$ &c. $+tx^\beta+vy^\beta=(c^{m+n}+z^{m+n})^p.z^{\beta-np}$. Possent adhuc infinities infinitae aequationes aliae, praeter hanc generalem, exhiberi in solutionem Problematis.

Ad duo problemata §. §. XI, XII non addidi exempla curvarum transcendentium quorum infinita problemati satisfaciunt, qualia unusquisque juxta ductum praecedentium facile excogitabit.

Fig. 4. XIII. Methodus in superioribus tradita extendi potest etiam ad curvas BHC in quibus secantes CBE sunt parallelae tangenti HI. Si RE sit axis ad quem secantes CBE et tangens HI in dato angulo inclinatae sunt.

Di-

Dicantur nunc AE$=x$, CE(BE)$=y$, tangens HI$=c$, et si quaerantur curvae BHC, in quibus CE.BE$=$HI^2, vel $Yy=cc$. Huc etiam nunc faciet aequatio $y^{2n}-2Qy^n+R=0$, habens duas radices majorem $Y^n=Q+\sqrt{(QQ-R)}$ et minorem $y^n=Q-\sqrt{(QQ-R)}$, quare $Y^n y^n=R=$(hyp.)c^{2n}, et si hic valor in aequatione $y^{2n}-2Qy^n+R=0$, substituatur, reperietur iterum $2Q=y^n+c^{2n}y^{-n}$. Ubi autem Q dari debet per x et constantes quomodo cunque libet; Si $n=1$, et $2Q=x$, erit aequatio $x=y+ccy^{-1}$ ad Hyperbolam cujus centrum est in A et recta AF est una Asymptota, AI$=2$HI, productaque IH in K, ut HK$=$HI, altera Asymptota erit AK producta sursum, et AH, in eundem sensum protensa, Diameter. Aliunde jam constat Hyperbolae intra asymptotas competere proprietatem quam fundamenti loco assumsimus, sed non est sola; infinitae enim aliae curvae hanc eadem proprietatem habent, cum in superiori aequatione $2Q=y^n+c^{2n}y^{-n}$, pro Q substitui possit quantitas, ut libet composita indeterminata x, et constantibus.

Si quaerantur curvae in quibus CE^m.BE$^n=$HI^{m+n}, in hoc casu per ratiocinium simile illi quo §. XII. usi sumus invenietur aequatio $2Q=(c^{m+n}+y^{m+n})y^{-n}$, quare si $2Q=ax$, resultabit aequatio $axy^n=c^{m+n}+y^{m+n}$, quae est etiam Hyperbolici generis et simplicissima earum quae problemati satisfaciunt et quoque Hyperbolici generis sunt quorum numerus infinitus est.

Si quaeruntur curvae BHC, in quibus $CE^m + BE^m = 2HI^m$, inveniemus nunc iterum ut in §. XI. $R = 2c^m y^m - y^{2m}$, in qua R nunc designat quantitatem ut libet datam per x et constantes. Si $R = ax$ et $m = 1$, aequatio tunc fiet $ax = 2cy - yy$, quae est ad *Parabolam*.

Jac. Hermanni.

DE

ELLIPSI CONICA CUJUS AXIS ALTERUTER DATUS EST, ANGULO POSITIONE ET MAGNITUDINE DATO ITA INSCRIBENDA, UT CENTRUM EJUS INTRA DATUM ANGULUM SIT ETIAM POSITIONE DATUM.

Mens. Aug. 1729. Tab. IV.

Insignis Geometra *Philippus de la Hire* per plura elegantia problemata circa sectiones conicas in novem libris, quos de his lineis Lutetiæ olim edidit, soluta dedit; in iis tamen frustra quæras illud quod huic dissertatiunculæ argumentum præbebit, quoque ipsi quoque *de la Hire* acceptum est ferendum, qui interventu Cel. *Varignon* illud ad Excell. aliquem Geometram olim miserat, fassusque erat, nullam tunc sibi solutionem ejus occurrisse. Vir autem eximius ad quem problema sic delatum erat, solutionem ejus statim nactus erat ope calculi analytici et in æquationem biquadraticam parium ni fal-

fallor dimenſionem incidit, quam ſimpliciſſimam ſuppeditare puto ſolutionem earum, quæ per hanc viam ſperari poſſunt. Quod ſi vero via geometrica in conſtructionem problematis inquirere velimus, invenietur ea oppido ſimplex et facilis, quod hoc loco oſtendere placet, ut eo magis veritas ejus quod alibi jam monui, pateat, geometriam linearem absque calculo procedentem, ſimpliciores ſubinde ſolutiones ſuppeditare, quam calculum analyticum.

Problema ita habet: *Dato angulo* CQE *Ellipſin* CAE *inſcribere cujus axis transverſus* AD *æqualis ſit datæ lineæ* MN, *ita ut Ellipſis crura anguli contingat in* C *et* E, *et centrum ejus ſit in puncto intra angulum* PZS *poſitione dato* R. Fig. 1.

Ut ergo per analyſin geometricam in conſtructionem hujus problematis inquirerem, ita ratiocinatus ſum. Poſitis ACDE ea Ellipſi, quæ quæritur, et AD axe transverſo, punctisque C et E punctis contactus, ex his punctis duxi ad focos Ellipſis, quos poſui in H et *h*, rectas CH, C*h*, et EH, E*h*, et videbam propter Ellipſin eſſe tum HC+*h*C=AD=MN, tum etiam HE+*h*E=AD=MN. Videram quoque, quod, ductis ex foco H perpendicularibus HI et HT ad crura anguli dati QP et QS, iisque productis in K et L ita, ut IK=HI, et TL=HT, rectæ *h*K et *h*L ex altero foco *h* ad terminos K et L rectarum IK et TL ductæ, axi transverſo AD, æquales ſint futuræ. Sunt enim HC=CK et HE=EL, propter HI=IK, et HT=TL et angulos ad I et T rectos.

Vi-

Videram præterea, ductis RI et RT has ipsis *b*K et *b*L parallelas esse, ac denique propter HR=*b*R; fore RI=$\frac{1}{2}$*b*K=$\frac{1}{2}$AD=$\frac{1}{2}$MN, et RT=$\frac{1}{2}$*b*L=$\frac{1}{2}$AD=$\frac{1}{2}$MN, atque adeo RI=RT=$\frac{1}{2}$MN, id quod mihi sequentem constructionem facillimam suppeditavit.

Coustructio. Centro R et intervallo RI=$\frac{1}{2}$MN, descripto circulo IDT, secante crura QP et QS in I et T, demittantur ex his punctis perpendicula IH et TH, sese secantia in puncto H, erit hoc punctum alteruter focus Ellipseos describendæ, rectaque ex centro R per hunc focum H ducta dabit positionem axis, factisque RD=RA=$\frac{1}{2}$MN, tota AD erit axis ipse major. Semiaxis conjugatus vero RB vel RT
Fig. 2. erit media geometrica inter AH et HD. Ex hisce jam Ellipsis facile describi potest. Demonstratio ex præcedenti Analysi facilis est.

Quid si vero circulus IDT crura QP, et QS nusquam secet? Constructio nihilo difficilior erit. Nam (Fig. 2.) descripto centro R et intervallo RB =$\frac{1}{2}$*mn* circulo BF, ductisque RP et RS normalibus ad QC et QE, et ex P ac S tangentibus circuli BF, nempe PW et SV, captisque RX=PW et RY=SV, ducantur XH parallela QC, et YH parallela QE, et YH parallela QE, occurrent hæ sibi invicem in H alterutro foco Ellipseos quæsitæ; ductaque RH ipsique normali RB, erit BH= semissi axis transversi, atque adeo Ellipsis describi potest.

De-

Demonſtratio. Nam demiſſis perpendicularibus HI, HT ad rectas PQ et SQ, erunt HI=PX, et HT=SY, jungantur BH, TH et invenietur $BH^2=BR^2+RH^2=BR^2+RX^2+PI^2=RW^2+PW^2+PI^2=PR^2+PI^2=RI^2$, ergo BH=RI, ſimili argumento erit TH=RT, atqui BH=TH, ergo RI=RT, adeoque per præc. caſum erit RI ſemi axis major, et BR ſemi axis minor. Q. E. D.

DE INNUMERABILIBUS CURUIS TAUTOCHRONIS IN VACUO.

Auct. Leonh. Eulero.

§. 1.

Quoties ego inſignem tautochronismi proprietatem, quam *Hugenius* primus in cycloide ineſſe deprehendit, contemplatus ſum, ſemper dubitabam, an praeter cycloidem aliae curuae eandem forte habeant proprietatem. Hocque mihi eo probabilius videbatur, quod ipſum *Hugenium* non ex tautochronismi contemplatione ad cycloidem peruenisſe intelligebam: ſed potius cycloidis proprietates ſcrutantem hanc ipſum inter alias detexiſſe. *Newtonus* quidem atque *Hermannus*, qui deinceps eandem rem tractarunt, Menſ. Sept. 1729. Tab. V. & VI.

analytice cycloidem elicuerunt, sed vsi sunt principio non satis late patente hoc; accelerationes viis percurrendis esse oportere proportionales. Aliis enim modis accelerationes possunt determinari, ut tautochronismus nihilominus conseruetur. Quamobrem mihi jure suspicari visus sum, praeter cycloidem in alias fortasse curvas eandem tautochronismi proprietatem competere.

§, 2. Ad hanc dubitationem tollendam genuina opus esse methodo censebam, qua sine vllo principio aliunde assumto ex sola tautochronismi consideratione curuae hac proprietate praeditae erui possent. Diu igitur omne studium operamque in hanc inuestigationem contuli, donec tandem voti compos factus, quicquid desiderabam, sum consecutus. Animaduerti autem, cum de curua tautochrona inuenienda quaestio proponitur, duas omnino quaestiones bene a se inuicem distinguendas in ea esse inuolutas. Quarum altera hujusmodi curuam requirit, in qua graue descendens aequalibus temporibus ad punctum infimum perueniat, ubicunque sumatur initium descensus. Altera vero in ejusmodi curuis inquirendis est occupata, super quibus integrae oscillationes ex descensu et ascensu constantes omnes sint isochronae. Illi quidem quaestioni solam cycloidem satisfacere deprehendi: huic vero praeter cycloidem innumerabiles aliae conuenire mihi inuentae sunt.

Fig. 1. §. 3. Posteriorem hanc quaestionem primum hoc modo proposui, vt data curua quacunque AMC in-

inueniatur curua ei in A jungenda AND ejusmodi, vt graueſuper compoſita ex iis curuae CMAND oſcillans omnes oſcillationes abſoluat aequalibus temporibus. Poſtquam autem hujus ſolutionem ſum adeptus, eos inueſtigaui caſus, quibus hae duae curuae vnam conſtituant lineam continuam, atque eadem contineantur aequatione. Hujusmodi mihi curuae admodum notatu dignae viſae ſunt, eo quod eundem quem cyclois, praeſtent effectum et aeque ac illa ad horologia accommodari poſſint. Praeterea non ſine admiratione cognoui in his curuis tautochronis curuas etiam algebraicas contineri, ad quas Analyſtae in problematis ſoluendis tanto ſemper ſtudio peruenire nituntur. Haec igitur omnia eo, quo ipſe ſum aſſecutus modo, hic proponere conſtitui tam propter ipſius methodi nouitatem, quam eorum, quae ex ea prodierunt, dignitatem.

§. 4. Sit igitur curua data AMC, quaeſita vero AND, quae communem habeant axem verticalem AB. Incipiat graue deſcenſum ex puncto quocunque C, aſcendet id rurſus in altera curua ad eandem altitudinem D, ita vt recta CD ſit horizontalis; animum enim ab omni reſiſtentia abſtrahimus. Hac ergo oſcillatione percurrit corpus arcum CAD, ſecundum legem Galileanam et in quouis loco M habebit celeritatem, quam lapſu ex altitudine BP acquirit, ducta nempe per M horizontali MPN. Tautochronismi autem conditio requirit, vt tempus hujus oſcillationis ſit conſtans, retineatque eandem quantitatem, ubicunque accipiatur punctum C. Fig. 1.

Quamobrem formula hoc tempus exprimens ita esse debebit comparata, vt in ea neque linea AB insit neque quaequam alia quantitas a loco puncti C pendens.

§. 5. Maxima celeritas corporis, dum hanc oscillationem absoluit, est in puncto infimo A, atque respondet altitudini AD, quippe ex qua est genita. Haecque celeritas ipsa debet exponi radice quadrata ex hac altitudine AD, et simili modo in loco quocunque M celeritas est vt radix quadrata ex altitudine BP. Quamobrem sumtis elementis Mm et Nn aeque altis, erit corporis celeritas dum vtrumque describit eadem atque vt $\sqrt{BP}$; Et tempusculorum, quibus haec elementa percurruntur, summa est $\frac{Mm+Nn}{\sqrt{BP}}$. Hujus ergo integrale dabit tempus, quo arcus MAN absoluitur, et posito in eo $AP=AB$, prodibit tempus integrae oscillationis.

§. 6. Ponantur nunc $AB=b$, $AP=x$; arcus $AM=s$ et $AN=t$. Erit $Pp=dx$; $Mm=ds$; $Nn=dt$ et $BP=b-x$. Celeritas ergo, quam habet corpus elementa Mm et Nn percurrens, erit $=\sqrt{(b-x)}$. Et propterea tempus, quo haec elementa absoluuntur, est $\frac{ds+dt}{\sqrt{(b-x)}}$, seu posito $ds+dt=dv$, erit id $\frac{dv}{\sqrt{(b-x)}}$. Cujus integrale dabit tempus, quo arcus MAN absoluitur, siquidem tanta constans adjicitur, ut facto $x=o$ ipsum tempus euanescat. In illo integrali deinde, si ponatur $x=b$, habebitur tempus totius oscillationis. Quamobrem in eo neque litera b neque alia ab ea pendens ineesse debet. Inveniri ergo debet litera v in x vt integrale hanc obtineat proprietatem.

§. 7.

§. 7. Fiat $dv = pdx : c$; per c diuido, vt homogeneitas conſeruari poſſit, cum cognita fuerit functio p. Eſt itaque differentiale ſummae temporum $= pdx : cV(b-x)$ ſive $\frac{1}{c}. pdx : V(b-x)$. Jam, ut ex praecedentibus elucet, oportet $pdx : V(b-x)$ ita eſſe conſtitutum, ut, ſi integretur talisque conſtans addatur, quae faciat integrale $= o$, ſi $x = o$ factoque $x = b$, tum b penitus ex expreſſione excedat. Hisque conditionibus ut ſatis fiat, oportet determinare p. Conſiſtat integrale hujus $pdx : V(b-x)$ debita conſtante auctum quotcunque terminis ſimplicibus; nam et irrationalia in ſeries hujusmodi terminorum reſoluere licet. Neceſſe eſt igitur, vt vnusquisque horum terminorum quantitate x ſeu dignitate ejus exponentis affirmativi ſit affectus; ea propter ut tota expreſſio euaneſcat, ſi fiat $x = o$.

§. 8. Singuli ergo termini talem habebunt formam gx^m, ubi g etiam in b dari ponitur. Cum Cum vero in hiſce omnibus facto $x = b$, b debeat euaneſcere ſeu ex computo egredi: fiat $x = b$, termini hanc habebunt formam gb^m, ex qua vt b eliminetur, oportet ſit $g = nb^{-m}$ vbi n ipſa b non ſit affectum, ſed denotet numerum quem vis in quantitatem datam ductum; hanc vero quantitatem in c complecti licet, vt ergo n ſolum numerum ſignificare poſſit. Hac ergo ratione ſinguli termini erunt $nb^{-m}x^m$. Ubi cum dimenſiones ipſius b deſtruant dimenſiones ipſius x, perſpicuum eſt integrale nullam dimenſionem habere debere. Deinde id quoque manifeſtum eſt in integrali praeter b et x, et

numeros alias quantitates contineri non oportere; vnde sequitur idem et in differentiali locum habere. Quapropter p cum ab b affici nequeat, in meris x dari debebit, eritque p potentia ipsius x quae sit x^n.

§. 9. Ex hac conditione differentiale $pdx : V(b-x)$ transmutatum est in $x^n dx : V(b-x)$. Accedat altera atque prior conditio, qua integrale nullam habere debet dimensionem, ut inde n determinetur. Requiritur autem ad id, vt integrale nullius sit dimensionis, vt et in differentiali dimensiones sese destruant elemento dx vnam dimensionem implere posito; manifestum enim est, semper differentiale tot habere dimensiones, quot integrale. Numerus vero dimensionum in nostro differentiali $x^n dx : V(b-x)$ est $n+1-\frac{1}{2}$ seu $n+\frac{1}{2}$, qui ergo debet aequari nihilo; vnde habetur $n=-\frac{1}{2}$. Ex quo emergit $p=x^{-\frac{1}{2}}$ seu $1 : Vx$, hinc porro erit $dv=dx : eVx$. Quia e eum in finem tantummodo erat assumtum vt homogeneitas conseruetur, fiat $e=1 : Va$; eritque $dv=dxV(a : x)$.

§. 10. Erat vero $dv=ds+dt$, quare $ds+dt=dxV(a : x)$, cujus integrale est $s+t=2Vax$. Erit igitur summa arcuum AM+AN semper in ratione subduplicata sagittae AP. Construatur ergo alia curva ALE, talis vt productis MN, mn in L et l sit arcus AL=AM+AN. Eritque $Ll=Mm+Nn=ds+dt=dv$. Vnde $AL=v=2Vax$, adeoque $vv=4ax$. Ex quâ perspicuum est curuam ALE esse cycloidem, cu-

cujus circuli generatoris diameter eſt a. Deſcendat corpus in hac cycloide ex puncto E aeque alto ac C vel D; erit velocitas ejus in L vt $V(b-x)$. Ergo tempuſculum per Ll eſt $dv : V(b-x)$. Id quod igitur aequale eſt ſummae tempuſculorum per elementa Mm, Nn. Quare totum tempus deſcenſus per ELA, aequale erit ſummae temporum per arcus CA et DA. Oſcillatio ergo per CAD contemporanea eſt dimidiae oſcillationi penduli longitudinis $2a$, ſeu integrae oſcillationi penduli long. $\frac{1}{2}a$.

§. 11. Ex his jam facile apparet, quomodo data altera curua AC inueniri debeat altera AD. Sit quaeſitae AD applicata PN$=z$; erit $Nn=dt=V\overline{dx^2+dz^2}$. Erit igitur $ds+V(dx^2+dz^2) = dxV(a:x)$. Vnde $V(dx^2+dz^2)=dxV(a:x)-ds$. Denique $dz=V(adx^2:x+ds^2-dx^2-2dsdxV(a:x))$. Cum curua AMC ſit data, dabitur ds in x et dx; ponatur igitur $ds=pdx$. Erit $dz=dxV(a:x+p^2-1-2pV(a:x))$. Quae aequatio, cum p in x dari ponatur, exprimet naturam curuae AND quaeſitae. Hinc intelligitur, cum a non a curua pendeat, et ideo pro lubitu accipi poſſit, infinitas inueniri poſſe curuas loco quaeſitae AND, quae cum AMC junctae tautochronas praebeant. Notandum tamen accidere caſus, quibus, ſi a quantitate quadam minor accipiatur, curua quaeſita fiat immaginaria.

§. 12. Sit curua data AC linea recta, cum verticali AB angulum quemcunque BAC conſtituens, erit $ds=ndx$, n denotante numerum ei angulo conue- Fig. 2.

uenientem, vnde $p=n$, quare $dz=dx\sqrt{(a:x+nn-1-2n\sqrt{(a:x)})}$. Quae aequatio integrationem admittit in casu $n=1$, quo recta AC fit verticalis inciditque in AB. Hic fit $dz=dx\sqrt{(a:x-2\sqrt{(a:x)})}$, fiat $2\sqrt{ax}=q$, erit $x=qq:4a$, et $dx=qdq:2a$; ergo $dz=\frac{qdq}{2a}\sqrt{(\frac{4aa}{qq}-\frac{4a}{q})}=dq\sqrt{(\frac{a-q}{a})}$. Est igitur $z=C-\frac{2(a-q)\sqrt{(a-q)}}{3\sqrt{a}}=C-\frac{2(a-2\sqrt{ax})\sqrt{(a-2\sqrt{ax})}}{3\sqrt{a}}$. Vt z fiat $=0$ si $x=0$, oportet sit $C=\frac{2a}{3}$, adeoque est $z=\frac{2a\sqrt{a}-2(a-2\sqrt{ax})\sqrt{(a-2\sqrt{ax})}}{3\sqrt{a}}$. Quae est aequatio ad curuam quarti ordinis; Hic x nunquam $\frac{1}{4}a$ superare potest.

§. 13. Si curua altera AMC fuerit semicyclois, cujus diameter circuli generatoris $AB=b$. Erit dictis AP, x, AM, s, tum $ss=4bx$, ergo $s=2\sqrt{bx}$. Sit altera curua quaesita ANE in qua $AN=t$, oportet sit $s+t=2\sqrt{ax}$, unde habebitur $t=2\sqrt{ax}-2\sqrt{bx}$. Dicatur $\sqrt{a}-\sqrt{b}=\sqrt{c}$; $t=2\sqrt{cx}$. Est itaque altera curua ANE etiam cyclois, idque quaecunque: ejus enim diameter c pro lubitu potest accipi. Oscillationes vero cotemporaneae sunt dimidiae oscillationi penduli, cujus longitudo est $2a$, vel integrae si longitudo fuerit $\frac{1}{2}a$. Est vero $\sqrt{a}=\sqrt{b}+\sqrt{c}$, unde $a=b+2\sqrt{bc}+c$. Longitudo igitur perduli isochroni est $\frac{1}{2}b+\sqrt{bc}+\frac{1}{2}c$. Notandum vero in cycloide majori AMC initium descensus non supra punctum E, vbi ED producta secat, esse accipiendum; alioquin enim corpus ascendens in curua AE ultra E ascenderet, et oscillatio nusquam terminaretur.

§. 14.

§. 14. Quaeramus caſus, quibus ambae curuae ſint inter ſe aequales. Erit igitur $s=t$. Quare cum ſit $s+t=2\sqrt{ax}$; erit $2s=2\sqrt{ax}$; ſeu $s=\sqrt{ax}$. Ex quo cognoſcitur, vtramque curuam eſſe cycloidem, neque alias hoc ſenſu ſatisfacere curuas praeter cycloidem: Supra enim demonſtratum eſt noſtra methodo problema propoſitum generaliſſime ſolvi. Quemadmodum hic poſitum erat $s=t$, ſic quaecunque aequatio inter s et t poteſt accipi, et deinde duae curuae dari, vt arcus aſcenſus et deſcenſus eam habeant inter ſe relationem. Vt, ſi quaerantur duae curuae problemati ſatisfacientes CA, DA, ut ſit ſemper AM : AN $= m : n$, erit $mt=ns$, et $t=ns:m$. Ergo $s+t=(ms+ns):m=2\sqrt{ax}$, unde efficitur $s=\frac{2m}{m+n}\sqrt{ax}$. Perſpicuum ergo eſt, curuam AC eſſe ſemicycloidem diametri $\frac{m^2a}{(m+n)^2}$, et alteram ADN quoque ſemicycloidem diametri $\frac{n^2a}{(m+n)^2}$. Fig. 1.

§. 15. Cum eſſe debeat $s+t=2\sqrt{ax}$, vt ambae curuae praebeant tautochronam oſcillationes iſochronas penduli longitudinis $\frac{1}{2}a$ habentem; Sit $s=\sqrt{ax}+v$, et $t=\sqrt{ax}-v$. Hoc igitur modo duae curuae inuenientur ſatisfacientes. Erit itaque $ds=\frac{adx}{2\sqrt{ax}}+dv$, et $dt=\frac{adx}{2\sqrt{ax}}-dv$. Ponatur $dv=udx$: habebitur $ds=\frac{adx}{2\sqrt{ax}}+udx$, et $dt=\frac{adx}{2\sqrt{ax}}-udx$. Quare ſi y illius et z hujus curuae denotent applicatas, erit $dy=dx\sqrt{(\frac{a}{4x}+\frac{au}{\sqrt{ax}}+uu-1)}$. Atque $dz=dx\sqrt{(\frac{a}{4x}-\frac{au}{\sqrt{ax}}+uu-1)}$. Hic ſi loco u ſubſtituatur quaecunque ſunctio

ctio ipsius x; habentur duae aequationes pro curuis problemati satisfacientibus. Obseruandum hic, si ponatur $a=4b$ fore $dz=dx\sqrt{(\frac{b}{x}-\frac{2bu}{\sqrt{bx}}+uu-1)}$. Quae aequatio conuenit cum aequatione §. 11. $dz=dx\sqrt{(\frac{\alpha}{x}+pp-1-\frac{2ap}{\sqrt{ax}})}$ si sit $b=a$, et $u=p$. Ex quo intelligitur curuam $dz=dx\sqrt{(\frac{a}{4x}-\frac{au}{\sqrt{ax}}+uu-1)}$, etiam cum hac $ds=udx$ seu $dy=dx\sqrt{(uu-1)}$, conjunctam constituere tautochronam oscillationes absoluentem eodem tempore, quo pendulum longitudinis $\frac{1}{2}b$ seu $\frac{1}{8}a$.

Fig. 4. & 5. §. 16. Constituatur super axe AP curua quaecunque BE, in qua posita $AP=x$ sit $PE=u$. Tum describatur hyperbola cubicalis VKLT, cujus applicata PK vel PL si dicatur r, sit $4xr^2=a$, recta quadam pro unitate accepta, erit PK vel $PL=\sqrt{(a:4x)}$. Deinde constituantur duae nouae curuae RF, SG, in quibus sit $PF=\sqrt{(LE^2-1)}$; et $PG=\sqrt{(KE^2-1)}$. Erit $PF=\sqrt{(\frac{a}{4x}-\frac{au}{\sqrt{ax}}+uu-1)}$ et $PG=\sqrt{(\frac{a}{4x}+\frac{au}{\sqrt{ax}}+uu-1)}$. Quibus factis accipiatur PM in 1 ducta aequalis areae APFR: et PN in 1 ducta aequalis areae APGS. Erunt, cum sit $APFR=\int dx\sqrt{(\frac{a}{4x}-\frac{au}{\sqrt{ax}}+uu-1)}$ et $APGS=\int dx\sqrt{(\frac{a}{4x}+\frac{au}{\sqrt{ax}}+u^2-1)}$, $PM=z$ et $PN=y$, atque eapropter curuae MA et NA junctae in A exhibebunt curuam tautochronam.

§. 17. Ex hisce perspicuum est, quomodo data curua quacunque inueniri oporteat alteram tautochronismo producendo aptam. Nunc eos inuestigare statui casus, quibus ambae eae curuae ita, vt decet, junctae, eandem constituunt curuam conti-

tinuam; vt et aliae curuae eaeque innumerae cycloidis similes habeantur, eundem effectum in horologiis praestantes. Sit MAN huiusmodi curua circa axem verticalem AP posita. Dicatur, vt ante, AP, x, arcus AM, s et alter AN, t, oportet esse $s+t=2\sqrt{ax}$. Constituatur alia curua GAH talis, ut ejus applicatae PG, PH sint arcubus AM, AN respective aequales. Erit ergo PG$=s$, PH$=t$, eaque curuae GAH erit proprietas, ut sit $s+t=2\sqrt{ax}$. Perspicuum est, si curua GAH fuerit data, alteram MAN ex ea posse construi, atque si illa fuerit curua continua, et hanc quaesitam talem fore. Huc igitur quaestio est reducta, vt inueniatur curua GAH, quae sit continua, eamque habeat proprietatem, vt sit GP+GH$=2\sqrt{a}$. AP. Fig. 6.

§. 18. Respondent ergo in curua GAH singulis abscissis AP duae applicatae GP, PN, quarum altera est negatiua, si altera affirmatiua fuerit. Talis proinde aequatio inter abscissas et applicatas esse debet, vt litera applicatas denotans pro singulis abscissis duos habeat valores ad conditionem quaestionis accommodatos. Vt haec facilius efficiam, assumo nouam indeterminatam v, ex qua vna cum constantibus et abscissae et applicatae determinari debent; ita autem, ut, posita v affirmatiua, inueniatur punctum G; posita vero v negatiua, tunc punctum H inueniatur. Consideremus igitur x, tanquam functionem ipsius v, atque s. Functio autem s significans dabit t sed negatiue, quia PN ad alteram axis AP partem cadit, si v abeat in $-v$.

§. 19. Cum abſciſſa AP eadem maneat pro utroque puncto G et H, oportet ut ea x ita in v determinetur, vt eadem maneat transmutato v in $-v$. Siue x debet eſſe functio par ipſius v: ſit talis functio P, erit $x=P$. Ponatur applicata PG, $s=Q+R$, denotantibus Q functionem imparem, R vero parem ipſius v. Ponatur in hac formula $Q+R$ loco v, $-v$, abibit ea in $-Q+R$; quemadmodum conſtat ex iis, quae de functionibus paribus et imparibus in diſſertatione de trajectoriis reciprocis tradidi. Poſito vero $-v$ loco v, habebitur punctum H, quare $-Q+R$ exprimet applicatam PH. Quae autem, cum in alteram partem cadere debeat, erit valor $-Q+R$ negatiuus. Abſoluta ergo applicatae PH ſeu t magnitudo erit $Q-R$, unde habetur $t=Q-R$. At vero eſt $s=Q+R$, et $x=P$.

§. 20. Ex conditione problematis haec habetur proprietas, vt ſit $s+t=2\sqrt{ax}$, vt in §. 17. oſtenſum eſt. Quare cum ſit $s=Q+R$, $t=Q-R$, et $x=P$, erit $2Q=2\sqrt{aP}$ ſeu $QQ=aP$, hincque $P=QQ:a$. Hic inquirendum eſt, an hic valor ipſius P inuentus, et ſuperior, ſecundum quem P debet eſſe functio par ipſius x inter ſe non repugnent? Si enim repugnarent, nihil inde ad propoſitum elici poſſet. Non autem ii inter ſe repugnant: nam, quia Q eſt functio impar, ejus quadratum erit functio par; porro diuiſore a nihil ad haec faciente, perſpicuum eſt hic P functioni pari aequale poni. Eſt ergo $P=QQ:a$. Ex his curua GAH inuenitur. Accipiatur enim AP ſeu $x=QQ:a$, et PG ſeu $s=Q+R$,

vbi

vbi loco Q quaecunque functio impar, loco R vero quaecunque par substitui potest ipsius v. Quia $x = QQ : a$ erit $Q = V ax$, et idcirca $s = R + V ax$. Hic R potest accipi functio par ipsius Q seu $V ax$, siue duntaxat ipsius Vx.

§. 21. Ex hisce facile elicitur curuarum nostro instituto inseruientium constructio. Circa axem verticalem AP constituatur parabola MAN, cujus parameter $= a$. Ducta ergo ordinata ad axem orthogonali MN, erit, si sit $AP = x$, $PM = V ax$. Infra hanc parabolam circa eundem axem describatur curuaqu aecunque QAS, cujus axis AQ simul est diameter. Ducantur verticales MR, NS, horizontalem per A transeuntem secantes in T et V. Erit $AT = V ax$, et $AV = -V ax$; TR autem et SV erunt aequales. Quae, cum sint ad eandem plagam sitae, erunt functio par lineae AI quae est $V ax$, quare IR exprimet functionem R. Tum noua construatur curua GAH, cujus applicata PG sit $= PM + TR$, erit altera PH ob legem continuitatis $= PN - SV$ seu $PN - TR$. Quare erit $PG = R + V ax$, et $PH = -R + V ax$. Vnde sequitur curuam GAH eandem esse, quae quaeritur.

§. 22. Hoc ergo modo inueniuntur curuae infinitae, non quidem tautochronae, sed tales ex quibus tautochronae possunt construi. Sit curua AG praecedenti modo constructa, inde si alia AM Fig. 8. construatur, ut ejus arcus AM ubique sit aequalis respondenti applicatae PG, erit haec curua tautochrona (§. 17.). Ex data vero AG, requisita AM

sequenti modo construetur. Ducatur recta in G tangens GI, occurrens axi producto in I. Centro G radio GP describatur arcus circuli PL, quem horizontalis ex I ducta secet in L. Jungatur GL, et a P in axe capiatur longitudo arbitraria PE, sed ubique eadem. Tum ex E ducatur linea ER parallela ipsi LG, secans applicatam PG in R. Per omnia hoc modo determinata puncta R transeat curua SR, quae plerumque assymtoton habebit horizontalem AO. Denique construatur curua AM talis, vt rectang. PM. PE aequale sit spatio OAPRS. Erit haec AM curua tautochrona. Est enim arcus AM $=$PG.

§. 23. Rem analytice persequor. Cum x debeat esse functio par ipsius v, insuper autem sit $Q=\sqrt{ax}$, oportet sit $\sqrt{ax}$ functio impar ipsius v, pono $\sqrt{ax}=v$, erit $x=v^2:a$ functio par, vt requiritur. Habemus igitur ex §. 20. hanc aequationem $s=R+v$, vbi R denotat functionem parem ipsius v. Erit itaque $ds=dR+dv$, sit $dR=V dv$, necesse est, vt V sit functio ipsius v impar. Quare erit $ds=dv(1+V)$, ideoque $ds^2=dv(1+2V+VV)=dx^2+dy^2$. Quoniam autem $x=v^2:a$, erit $dx=2v dv:a$, et $dx^2=4v^2dv^2:a^2$. Consequenter $dy^2=dv^2(1+2V+VV-4v^2:a^2)$ atque $dy=\frac{dv}{a}\sqrt{(a^2+2a^2V+a^2V^2-4v^2)}$. Hanc aequationem nullo modo rationalem efficere potui, substituendis loco V valoribus legitimis, vt nimirum V aequalis ponatur functioni impari ipsius v. Quamobrem nescio, an alii casus in-

inde erui queant, quae integrationem admittunt, praeter eum, quem hic expoſiturus ſum.

§. 24. Ponatur aV, id quod fieri poteſt; aequale $2v$, vt termini a^2V^2 et $4v^2$ ſeſe deſtruant; erit $dy=\frac{dv}{a}\sqrt{(aa+4av)}$, quae aequatio integrationem admittit quia v unius tantum eſt dimenſionis. Integralis ejus eſt haec aequatio $y=\frac{C+(a+4v)\sqrt{(a+4v)}}{6\sqrt{a}}$ $=\frac{C+(a+4\sqrt{ax})\sqrt{(a+4\sqrt{ax})}}{6\sqrt{a}}$ ob $v=\sqrt{ax}$. Vt y euaneſcat, poſito $x=0$, oportet vt ſit $C=-a\sqrt{a}$; erit igitur $y=\frac{-a\sqrt{a}+(a+4\sqrt{ax})\sqrt{(a+4\sqrt{ax})}}{6\sqrt{a}}$ ſeu $6y\sqrt{a}+a\sqrt{a}=(a+4\sqrt{a}x)\sqrt{(a+4\sqrt{ax})}$. Hinc habebitur $a+4\sqrt{ax}=(6y\sqrt{a}+a\sqrt{a})^{\frac{2}{3}}=\sqrt[3]{(36ayy+12aay+a^3)}$. Quamobrem ſumtis utrinque cubis erit $12aa\sqrt{ax}+48aax+64ax\sqrt{ax}=36ayy+12aay$ ſeu $12ax+(3a+16x)\sqrt{ax}=9yy+3ay$. Quae penitus ad rationalitatem reducta dabit hanc aequationem ordinis quarti: $81y^4+54ay^3-216axyy-256ax^3+9aayy-72aaxy+48aaxx-9a^3x=0$.

§. 25. Habemus ergo curuam algebraicam ordinis quartis, quae perinde atque cyclois ad oſcillationes omnes aequitemporaneas faciendas eſt idonea. Eam igitur aliquanto accuratius hic deſcribere operae pretium erit. Sit axis AE; habebit curua noſtra hanc formam BACD, ejusque, dictis AP, y, ea erit aequatio, quam §. praecedente inuenimus. Tempus autem, quo oſcillatio quaecunque per MAN abſoluitur, aequale erit tempori oſcillationis penduli ordinarii, cujus longitudo eſt $\frac{1}{2}a$. Notandum eſt, hanc curuam ab altera parte axis AE, Fig. 9.

in

in C habere punctum reuerſionis; Punctum vero C reperitur ſumendo $AE=\frac{1}{16}a$, et applicatam $EC=\frac{1}{6}a$. Porro in C curua producta ita reuertitur, vt ſit arcus CD aequalis ſimilisque arcui CAB. Quapropter ſi ex C ducatur verticalis CF, erit ea diameter curuae orthogonalis. Oſcillationes vero in alterutra tantum parte BAC conſtitui debent.

§. 26. Cum igitur CF ſit diameter hujus curuae, quaeramus aequationem ad hanc diametrum relatam. Sit nimirum $CQ=t$, et $QM=z$, erit $AP=x=AE-CQ=\frac{1}{16}a-t$, et $PM=y=QM-CE=z-\frac{1}{6}a$, his valoribus loco x et y in aequatione inuenta §. 24. ſubſtitutis, ſequens reſultabit aequatio, $81z^4+216atzz+256at^3-18aazz=0$, ſiue, quae ad hujus curuae proprietates inueniendas magis eſt apta, haec $t=\frac{aa-(\sqrt[3]{36azz-a})^2}{16a}$ ſeu $z=\pm(a+\sqrt{(aa-16at)})^{\frac{2}{3}}:6\sqrt{a}$. Unde perſpicuum eſt z quatuor valores habere manente t, idque hoc modo, ſi ambo ſigna $+$ valeant habetur punctum M; Si prius ſignum $-$ et alterum $+$ valeant habebitur punctum K; Si prius $+$ et poſterius $-$ ſumantur, punctum N; Si denique vtrumque ſignum $-$ locum habeat, obtinebitur punctum L.

§. 27. Ex hac aequatione perſpicitur curuam hanc eſſe quadrabilem. Ponatur $a+\sqrt{(aa-16at)}=p$, erit $t=\frac{2ap-pp}{16a}$ et $z=\frac{p\sqrt{a}}{6\sqrt{a}}$. Ergo $dt=\frac{dp}{8}-\frac{pdp}{8a}$. Itaque $zdt=\frac{pdp\sqrt{p}}{48\sqrt{a}}-\frac{ppdp\sqrt{p}}{48a\sqrt{a}}$. Quod integratum dabit $\int zdt=\frac{pp\sqrt{p}}{120\sqrt{a}}-\frac{p^3\sqrt{p}}{168a\sqrt{a}}$. Quae quantitas exprimit ſpatium inter

ter abſciſſam, applicatam et curuam contentum. Conſtat deinde ex curuae inuentione eam eſſe rectificabilem. Quia $z = \frac{p\sqrt{p}}{6\sqrt{a}}$ erit $dz = \frac{dp\sqrt{p}}{4\sqrt{a}}$; vnde $dz^2 = \frac{pdp^2}{16a}$. Eſt vero $dt^2 = \frac{dp^2}{64} - \frac{pdp^2}{32a} + \frac{p^2dp^2}{64aa}$. Quare $dt^2 + dz^2 = \frac{dp^2}{64} + \frac{pdp^2}{32a} + \frac{p^2dp^2}{64aa}$, et hinc $\sqrt{(dt^2 + dz^2)} = \frac{dp}{8} + \frac{pdp}{8a}$. Conſequenter $\int\sqrt{(dt^2 + dz^2)} = \frac{2ap + pp}{16a}$. Quae expreſſio dat vel arcum CN vel CAM vel quoque eorum negatiuos CL vel CLK.

§. 28. Inuentis area et longitudine hujus curuae; reſiduum eſt id, quod maxime ad uſum ejus in horologiis pertinet, vt inueſtigemus radium oſculi, eoque inuento curuae hujus euolutam, quo pendulum oſcillationes in hac curua abſoluens conſtitui queat. Radius osculi vero erit, poſito dz conſtante $\frac{(dt^2 + dz^2)^{\frac{3}{2}}}{dzddt}$, cujus valor ex ſuperioribus inuenietur Namque eſt $(dt^2 + dz^2)^{\frac{3}{2}} = \frac{(a + p)^3dp^3}{512a^3}$, atque $dz = \frac{dp\sqrt{p}}{4\sqrt{a}}$, hinc quia dz ponitur conſtans, erit $ddz = 0 = \frac{2pddp + dp^2}{8\sqrt{ap}}$, unde habetur $ddp = -\frac{dp^2}{2p}$. Denique quia $dt = \frac{adp - pdp}{8a}$, erit $ddt = \frac{addp - dp^2 - pddp}{8a} = -\frac{adp^2 - pdp^2}{16ap}$. His valoribus in formula $\frac{(dt^2 + dz^2)^{\frac{3}{2}}}{dzddt}$ ſubſtitutis, orietur radius osculi $= -\frac{(a + p)^2\sqrt{ap}}{8aa}$, ſignum $-$ indicat radium osculi et diametrum inter ſe diuergere.

§. 29. Cum radius osculi sit cognitus, facile erit curuae nostrae tautochronae euolutam inuenire.
Fig. 10. Sit CNB tautochrona. Maneant $CQ = t = \frac{2ap - pp}{16a}$, $QN = z = \frac{p\sqrt{p}}{6\sqrt{a}}$. Sit radius osculi $= \frac{(a+p)^2\sqrt{ap}}{8aa}$, qui tanget in M euolutam quaesitam CM. Demittatur ex M in axem applicata MP, sintque $CP = x$, $PM = y$. Inuenientur hae coordinatae ex relatione cognita coordinatarum CQ et QN. Calculo vtpote facili hic omisso habebitur $x = \frac{2ap + 5pp}{16a}$ et $y = \frac{(3aa - 3pp + 4ap)\sqrt{ap}}{24aa}$, harum aequationum ope euoluta CM per infinita puncta jam describi poterit. Si autem velimus p eliminare, vt aequatio inter x et y supersit, p ex priore aequatione inuenitur in a et x, qui valor si deinde in altera substituatur, sequens emergit aequatio: $576ayy - \frac{37632}{125}axx - \frac{32160}{625}a^2x + \frac{529}{3125}a^3 = (\frac{2304}{125}xx + \frac{8608}{625}ax + \frac{529}{3125}a^2)\sqrt{(a^2 + 80ax)}$. Quae aequatio si prorsus ad rationalitatem reducatur, erit ordinis quinti.

§. 30. Id denique silentio praetereundum non est, hanc curuam tautochronam eandem esse prorsus, quam lineae rectae verticali jungendam inuenimus (§. 12.). In eo enim solo aequationes differunt, quod ibi parameter a quadruplo sit major quam hic. Quia igitur longitudo penduli isochroni pro nostrâ curua tautochrona est $\frac{1}{2}a$, erit si haec eadem curua cum verticali AE jungatur, longitudo penduli isochroni $\frac{1}{8}a$. Tempora ergo oscillationum in curua MAN duplo sunt majora quam oscilla-

cillationum per PAN. Quare si in vtroque lapsu graue ad N vsque perueniat ascendendo, erit tMA $+t$AN$=2t$PA$+2t$AN. Consequenter tMA$-t$AN $=2t$PA. Differentia ergo temporum descensuum per arcus MA et NA aequatur duplo tempori descensus per verticalem AP.

CURVA TAUTOCHRONA IN FLUIDO RESISTENTIAM FACIENTE SECUNDUM QUADRATA CELERITATUM.

Auct. Leonh. Eulero.

§. 1.

Postquam *Hugenius* primum inuenisset cycloidem esse curuam Tautochronam in vacuo et Hypothesi grauitatis vniformis; *Neutonus* atque *Hermannus* dederunt quoque Tautochronas pro hypothesi grauitatis differmiter agentis et tendentis ad punctum quodcunque fixum tanquam centrum. Posuerunt autem motum fieri in vacuo, neque vllam pati resistentiam. Quod vero ad media resistentia attinet, *Neutonus* etiam demonstrauit cycloidem esse tautochronam in medio in celeritatum ratione resistente; ad alia autem resistentia media neque ipse neque quisquam alius est progressus, vt, quae curuae in iis tautochronismum producant, ostenderent. M. Octobr. 1729. Tab. VII.

§. 2. Non quidem eſt difficile in medio quocunque reſiſtente inuenire curuam, ſuper quâ graue eodem modo deſcendat, quo ſuper data curuâ in vacuo. Id, cum intellexiſſem eas quaeſiui in quacunque reſiſtentiae hypotheſi curuas, ſuper quibus graue aequaliter deſcendat ac ſuper cycloide in vacuo, quae mihi curuae tum tautochronae in mediis his reſiſtentibus eſſe videbantur, eo quod corporis ſuper iis deſcenſus aequalis eſſet deſcenſui corporis ſuper Tautochronâ curua in vacuo. Atque hanc ipſam proprietatem eae habent curuae, quas in Actis Lipſ. Ao. 1726. dedi, et corpora ſuper quâque earum in medio, ad quod ea pertinet, reſiſtente collocata eodem deſcendunt modo, quo ſuper cycloide in vacuo; quamobrem eas etiam Tautochronarum nomine appellaui.

§. 3. Rem vero hanc poſtea accuratius perpendens, eam ita habere deprehendi; vt tota curua in medio reſiſtente percurrenda ab initio deſcenſus ſuper curua in vacuo percurrenda aſſumto pendeat. Quare ſi in curua data aliud ponatur deſcenſûs initium ipſa curua datae in medio reſiſtente ſimilem deſcenſum producens alia erit. Ex quo intelligitur etiam ſi habeatur curua, ſuper qua corpus in medio reſiſtente aequalem habeat deſcenſum, ac ſuper cycloide in vacuo, initio deſcenſus videlicet dato; tamen hanc nondum eam habere proprietatem, vt graue ubicunque deſcenſum inchoauerit eodem tempore ad punctum infimum perueniat, etenim

nim deſcenſus non cum deſcenſu in cycloide congruet, niſi is ex dato puncto incipiatur.

§. 4. Idem attendenti uberius palam fiet, ſi inſpiciat aequationes ibi datas, et modum, quo eruitae fuerunt. Deprehendet enim in iis adhuc literam, quae conſtantis ſpeciem prae ſe fert; quae vero re ipſa ac initio deſcenſus pendet. Id ergo ſi aliter voluerit aſſumere ea apparens conſtans alia erit et idcirco curua quaſi alium parametrum acquiret, et a priori diuerſa euadet. Hoc incommodum non diu poſt ipſe animaduerti, et praeterea Celeb. *Hermannus* in diſſertatione de motibus variatis Actis Anni 1727 inſerta, in qua oſtendit, curuas, quae ex eodem principio, quo ipſe uſus ſum, inueniantur, quaeque tautochronae eſſe videantur, hujusmodi tamen non eſſe, tum ob rationes a me quoque perſpectas hicque expoſitas, tum tempus deſcenſus ipſum inueſtiganit, idque conſtans non eſſe pro variis deſcenſus initiis reperit.

§. 5. Nolo igitur, quanquam eas ipſe principio in tautochronarum numero habui, aliud judicium de iis ferri, niſi quod pro quolibet medio reſiſtente aequatio ibi data ob conſtantem memoratam variabilem ponendam totam exhibeat familiam curuarum, ſuper quibus grauia ex debito cuique puncto deſcenſum incipientia aequali tempore ad punctum infimum perueniant, idque eodem modo, quo in vacuo ſuper cycloide. Cum igitur cognouiſſem curuas has ad tautochronismum producendum non eſſe aptas, ſtatim non ſolum ego verum

etiam alii, cum quibus communicaueram in id incubuimus, vt veras tautochronas in medio quocunque reſiſtente inueniremus. Poſtquam igitur rem multis modis tentaſſem, potitus ſum tandem tautochrona, ſed in vnica tantum reſiſtentiae hypotheſi juxta velocitatis quadrata, quam in hac diſſertatione exponere conſtitui.

§. 6. Cum nuper nouam quandam detexiſſem methodum, quâ a priori nonſolum cycloidem, ſed inſuper infinitas adhuc alias inueni curuas tautochronas in vacuo, eâ quoque ad tautochronas in mediis reſiſtentibus inueniendas vti inſtitui; methodi vniuerſalitate fretus, ſi quae ſint tautochronae in mediis reſiſtentibus, eas ope hujus methodi inueniri debere. Quantum autem adhuc hac in re efficere potui, prorſus mihi neceſſe eſſe viſum eſt, vt velocitas corporis ſuper curua quacunque in eo reſiſtenti medio, pro quo tautochrona deſideratur, deſcendentis vel aſcendentis in puncto quocunque poſſit exprimi, non quidem algebraice, ſed transcendenter quomodocunque. Id vero cum nonniſi in vacuo, et in medio reſiſtentiam in ratione duplicata celeritatum faciente praeſtare in poteſtate ſit, tautochronam ſaltem in fluidis, quia haec in ratione duplicata celeritatum reſiſtere putantur, hic inuenire docebo.

§. 7. Volui primum problema ita inſtituere, vt nuper eandem quaeſtionem in vacuo tractaui, vt, quemadmodum ibi factum eſt, data curua quacunque inuenirem aliam, quae cum ea conjuncta tautochro-

chronismum oſcillationibus inducat. Verum iſtam quaeſtionem nondum enodare licuit, cum plane diſſimilis ſit ejus quae ad vacuum ſpectat. Nam ad rem eodem modo, quo in vacuo feci, expediendam opus eſt, vt in duabus curuis data et quaeſita duo ſemper puncta dari queant, in quibus corporis oſcillantis celeritates ſunt aequales, atque vt eorum determinatio non ab ipſa velocitate pendeat; ſed quibus in punctis vna oſcillatione celeritates aequales fuerunt, ibidem in aliis oſcillationibus ſint aequales. Id vero cum in fluido fieri nequeat, contentus hic ero eam determinaſſe curuam, ſuper qua corpus deſcendens aequali ſemper tempore ad punctum infimum pertingat.

§. 8. Sit CMA curua quaeſita ad axem AP verticalem relata. Hanc ejus eſſe oportet proprietatem, vt corpus ſuper ea in fluido collocata deſcendens aequalibus temporibus ad punctum infimum A perueniat, vbicunque deſcenſum adorſum fuerit. Fiat is ex E, perſpicuum eſt, corpus deſcendendo a vi grauitatis, quatenus ejus grauitas ſpecifica major eſt illa, quam habet fluidum, continuo accelerari, ſimul vero propter reſiſtentiam fluidi continuo in ratione duplicata celeritatum retardari, donec tandem in A retineat certam celeritatem, quam ponam in vacuo acquiri poſſe lapſu ex altitudine *b*. Vt corpus ex A hac celeritate rurſus in E vsque aſcendere poſſit, oportet grauitatis vim, quae ante promouebat, aduerſam; reſiſtentiae vero vim, quae ante aduerſa erat, nunc ſecundam et promouentem po- Fig. 1.

ne-

nere, quo fiet, vt hic aſcenſus prorſus ſimilis ſit deſcenſui. Quia magis juuat aſcenſum conſiderare, hoc praemittere oportuit.

§. 9. Aſcendere ergo ponatur corpus ex A velocitate altitudinis b, ita vt acceleretur in ratione duplicata celeritatum, perueniet id rurſus ad E. Sit hoc corpus cylinder altitudinis a ſecundum axis directionem motus; etſi haec figura minus idonea ſit ad oſcillandum, tamen, quia calculus fit ſimplicior, facileque ad alias figuras transferri poteſt, hanc figuram retinere volui. Sit porro grauitas ſpecifica corporis ad eam fluidi vt m ad n. Peruenerit corpus hoc modo aſcendens ad M, vbi ejus celeritas ſit tanta quanta ex altitudine v in vacuo generatur. Dicatur arcus percurſus AM, s, et abſciſſa AP, x. Momento perueniant omnia in ſitum proximum corpus nempe in m. Erit celeritas corporis in m genitae ex altitudine $v+dv$ aequalis atque $Mm=ds$ et $Pp=dx$.

§. 10. Quia corpus in fluido verſatur, non toto ſuo pondere deſcendere conatur, ſed exceſſu ſui ipſius ponderis ſuper pondus aequalis voluminis fluidi. Vis ergo corpus ſollicitans eſt ad verum ejus pondus vt $m-n$ ad m. Si igitur vis grauitatis dicatur g, erit vis haec ſollicitans $=(m-n)g:m$. Aſcendente corpore per elementum Mm, ſi vis grauitatis ipſa g ageret foret $dv=-dx$, ſi nimirum corpus in vacuo aſcenderet. Quia autem vis ſollicitans eſt ad vim grauitatis vt $m-n$ ad m, erit effectus illius ad hujus effectum $-dx$ vt $m-n$ ad m. Quamobrem agen-

agente vi hac ſollicitante, erit $dv = -(m-n)dx : m$ ſignum hic negatiuum obtinet, quia vis grauitatis contraria ponitur motui corporis. Haec igitur haberetur aequatio $dv = -(m-n)dx : m$, ex qua motus corporis determinari deberet, niſi acceleratio, quae reſiſtentiae fluidi aequalis eſt, accederet.

§. 11. Videamus nunc, quanta ſit reſiſtentia fluidi in cylindrum velocitate alt. v motum baſin ſuam obuertentem. Vis haec aequalis eſt vi, quam fluidum eadem celeritate motum in cylindrum quieſcentem exercret; haec vero vis aequatur ponderi cylindri fluidi altitudinis v, et baſis aequalis ei, quam habet ille cylinder oſcillans. Eſt itaque pondus ejus cylindri fluidi ad pondus hujus vt nv ad ma. Vis igitur haec reſiſtentiae ſe habet ad vim grauitatis quoque vt nv ad ma. Corpore autem aſcendente per Mm, ſi grauitas acceleraret, et ſecundum directionem Mm ageret, foret $dv = ds$. Vis ergo reſiſtentiae pro ea ratione effectum edens et accelerans corpus motum, faciet vt ſit $dv = nvds : ma$; ſi autem retardaret, foret $dv = -nvds : ma$.

§. 12. Si igitur ſola vis grauitatis ageret retardando motum corporis, tum eſſet per §. 10. $dv = -(m-n)dx : m$, ſin vero ſola vis accelerans aequalis vi reſiſtentiae ageret, tum eſſet per §. 11. $dv = nvds : ma$. Ex quibus colligitur, ſi vtraque ſimul agat, tum eſſe $dv = nvds : ma - (m-n)dx : m$, ſeu $madv + (m-n)adx - nvds = 0$. Ex qua aequatione motus corporis determinari debet. Quia autem in hac aequatione v vnicam habet dimenſionem, ea

integrari poteſt. Reducatur ad hanc formam $dv - \frac{nvds}{ma} = \frac{-(m-n)dx}{m}$. Multiplicetur ea per $c^{\frac{-ns}{ma}}$; denotat vero c numerum, cujus logarithmus hyperbolicus eſt 1, habebitur $c^{\frac{-ns}{ma}}dv - \frac{nc^{\frac{-ns}{ma}}vds}{ma} = \frac{-(m-n)c^{\frac{-ns}{ma}}dx}{m}$. Cujus integralis eſt ſequens $c^{\frac{-ns}{ma}}v = C - \frac{(m-n)}{m}\int c^{\frac{-ns}{ma}}dx$.

§. 13. Ponatur $\frac{m-n}{m}\int c^{\frac{-ns}{ma}}dx = t$, cum ejus integrale ex curua cognita poſſit haberi, vel ſaltem conſtrui. Ita autem, ſi fieri poſſet, integrari ponitur, vt ejus integrale fiat $= o$, ſi ponatur $x = o$, quo s determinatum valorem adipiscatur. Habemus ergo ſequentem aequationem $c^{\frac{-ns}{ma}}v = C - t$. Conſtans haec C ita debet accipi, vt, poſito $x = o$, fiat $v = b$, talis enim ponitur eſſe celeritas corporis in puncto A, ſed poſito $x = o$, erit et $s = o$ et $t = o$, vnde quia $c^o = 1$, oritur $C = b$. Quamobrem inuenitur ſequens ad inſtitutum noſtrum prorſus accommodata aequatio $v = c^{\frac{ns}{ma}}(b - t)$. Et hinc quoque intelligitur, vbi velocitas euaneſcat, ſeu quousque corpus in curua ſit aſcenſurum, ibi nimirum vbi eſt $v = o$, ſeu $t = b$. Celeritas vero ipſa corporis in M erit vt $\sqrt{v}$ ſeu vt $c^{\frac{ns}{2ma}}\sqrt{(b-t)}$.

§. 14. Cum jam habeatur celeritas corporis M, erit tempusculum per arculum Mm, quod eſt vt $\frac{ds}{\sqrt{v}}$, ſeu lo-

loco c ſuperiore valore ſubſtituto vt $\frac{ds}{c^{\frac{ns}{2ma}}\sqrt{(b-t)}}$. Id quod exprimit elementum temporis. Hujus ergo integrale ita debet eſſe comparatum, vt, ea adjecta conſtante, quae facit tempus $=o$ ſi ponatur x vel t vel $s=o$, vt inquam, ſi fiat $t=b$, quo in caſu integrum obtinetur tempus aſcenſus, tum b quae a quantitate arcus deſcripti pendet prorſus ex computo abeat. Hoc vt fiat jam alibi demonſtraui oportere, vt tota expreſſio elementi temporis nullam habeat dimenſionem. Quaeritur ergo qualis s functio ipſius t eſſe debeat? Quia ad s exprimendum b in computum ingredi non poteſt, ſed ſolum t, perſpicuum eſt fore $\frac{ds}{c^{\frac{ns}{2ma}}}=\frac{dt\sqrt{e}}{\sqrt{t}}$ et ſic elementum temporis erit $\frac{dt\sqrt{e}}{\sqrt{bt-tt}}$. Ergo longitudo penduli iſochroni in vacuo eſt $2c$.

§. 15. Ex determinatione curuae, vt fiat tautochrona, haec orta eſt aequatio $ds : c^{\frac{ns}{2ma}}=dt\sqrt{e}:\sqrt{t}$ ex qua natura curuae determinari debet. Aequatio ea integrata dat hanc $C-\frac{2ma}{n}c^{\frac{-ns}{2ma}}=2\sqrt{et}$; vt, facto $t=o$, fiat $s=o$, neceſſe eſt, vt ſit $C=\frac{2ma}{n}$; Propterea haec inuenitur aequatio pro curua quaeſita, $\frac{ma}{n}(1-c^{\frac{-ns}{2ma}})=\sqrt{et}$, et ſumendis quadratis haec $\frac{maa}{nn}(1-c^{\frac{-ns}{2ma}})^2=et$. Quae denuo differentiata dat

$\frac{ma}{n}(1-c^{\frac{-ns}{2ma}})c^{\frac{-ns}{2ma}}ds=edt$ seu $mac^{\frac{-ns}{2ma}}ds-mac^{\frac{-ns}{ma}}ds=nedt.$ Est vero $t=\frac{m-n}{m}\int c^{\frac{-ns}{ma}}dx$, ergo $dt=\frac{m-n}{m}c^{\frac{-ns}{ma}}dx$. Quocirca ejecto t, habebitur aequatio inter s et x, haec $mmac^{\frac{-ns}{2ma}}ds-mmac^{\frac{-ns}{ma}}ds=(m-n)nec^{\frac{-ns}{ma}}dx$. Quae multiplicata per $c^{\frac{ns}{ma}}$ abit in hanc $mmac^{\frac{ns}{2ma}}ds-mmads=(m-n)nedx$.

§. 16. Aequatio differentialis inuenta est iterum integrabilis; integrata vero dat, $\frac{2m^3aa}{n}c^{\frac{ns}{2ma}}-mmas-\frac{2m^3aa}{n}=(m-n)nex$, postquam debita constans $\frac{2m^3aa}{n}$ ablata est. Quae magis accommodatur hoc modo $c^{\frac{ns}{2ma}}=\frac{ns}{2ma}+1+\frac{(m-n)nnex-m^2aas+2m^3aa+(m-n)n^2ex}{2m^3aa}$ Haec quidem aequatio sufficeret ad curuam construendam; sed commodior euadet liberata ab exponentialibus. Hanc ob rem sumantur logarithmi, eritque $\frac{ns}{2ma}=l(m^2nas+2m^3aa+(m-n)n^2ex)-l2m^3aa.$ Hinc differentiando acquiritur $\frac{nds}{2ma}=\frac{m^2nads+(m-n)n^2edx}{m^2nas+2m^3aa+(m-n)n^2ex}$ et ex hac ordinando $m^2n^2asds+(m-n)n^3exds=2(m-n)mn^2aedx$. Quae diuisa per nn praebet sequentem aequationem finalem pro curua quaesita, $m^2asds+(m-n)nexds=2(m-n)maedx$.

§. 17. Si itaque curua AME eam habuerit proprietatem, vt sit $m^2asds+(m-n)nexds=2(m-n)maedx$

ea

ea erit tautochrona hoc ſenſu, vt corpus cylindricum altitudinis a ſuper ea deſcendens eodem ſemper tempore ad punctum infimum A perueniat, vbicunque deſcenſum inceperit. Si loco cylindri placuerit globum adhibere ejusdem grauitatis ſpecificae et diametri a, oportebit loco a in aequatione ſcribere $\frac{4}{3}a$, habebiturque $4m^2asds+3(m-n)nexds=8(m-n)maedx$, pro motu globi, cujus diameter eſt a. Si longitudo penduli iſochroni in vacuo oſcillanti dicatur f, erit $e=\frac{1}{2}f$; et hinc reſultabit aequatio $8m^2asds+3(m-n)nfxds=8(m-n)mafdx$ Hanc aequationem jam ad quemuis caſum ſpecialem accommodare licet.

§. 18. Ponamus denſitatem fluidi euaneſcere, quo motus corporis fiat in vacuo; erit $n=0$. Hoc igitur poſito aequationis terminus ſecundus $3(m-n)nfxds$ euaneſcit, et tunc pro tautochrona in vacuo prodibit aequatio $8m^2asds=8(m-n)mafdx$. Quae, cum ſit $n=0$, diuiſa per $8m^2a$ reducitur ad $sds=fdx$. Haec vero integrata eſt $ss=2fx$, aequatio ad cycloidem, cujus circuli genitoris diameter eſt $\frac{1}{2}f$. Id quod prorſus congruit cum iis, quae de tautochronismo cycloidis demonſtrata ſunt. Si ergo aequatio inuenta tautochronae in fluido ad vacuum reducitur, litera a diametrum globi oſcillantis denotans exit ex aequatione; et tautochrona in vacuo proinde a magnitudine et figura corporis oſcillantis non pendet. Sed in fluido ad tautochronam determinandam et magnitudine et figura et grauitate ſpecificâ corporis oſcillantis opus eſt.

§. 19. Curua, quam inuenimus, tautochrona inſeruit deſcenſui corporis, ſed ex ea tautochrona, quae ad aſcenſum ſpectat in eodem fluido, inueniri poterit. Ponatur enim corpus in curua AME aſcendere celeritate initiali, vt ante, ex altitudine b genita; habebit id et vim grauitatis, et reſiſtentiam fluidi contrarias. Quamobrem, cum ſupra pro deſcenſu haec inuenta ſit aequatio, $madv+(m-n)adx-nvds=0$, vbi vis reſiſtentiae, vti rem ibi conſideraui, erat accelerans; hoc in caſu corporis aſcendentis ſignum — praefixum termino $nvds$, qui vim reſiſtentiae fluidi exponit, mutari debet in +. Quo facto habebitur aequatio $madv+(m-n)adx+nvds=0$. Ex qua aſcenſus ejusdem corporis, quod ante deſcendere poſitum eſt, determinabitur.

§. 20. Perſpicuum eſt hanc aequationem ex ſuperiore ad deſcenſum ſpectante deriuari poſſe, modo in illa fiat s negatiuum. Quocirca, ad tautochronam aſcenſui inſeruientem inueniendam non eſt neceſſarium, vt eodem, quo pro deſcenſu, progrediar modo, ſed tantum in aequatione pro tautochrona deſcenſus inuenta loco s poni poterit $-s$. Hoc enim ea transformabitur in tautochronam ad aſcenſum accommodatam. Si ergo corpus aſcendens fuerit globus diametri a, ejus guauitas ſpecifica ad eam fluidi vt m ad n, habebitur pro tautochrona ſequens aequatio $8m^2asds-3(m-n)nbxds=8(m-n)mabdx$. Vbi loco f poſui b, ne tempora aſcenſus et deſcenſus aequalia eſſe debere videantur.

§. 21.

§. 21. Cum igitur curuam et descendente corpore et ascendente tautochronam inuenerim; eae si in punctis infimis jungantur, repraesentabunt tautochronam ascensui et descensui simul inseruientem. Sit AM tautochrona pro descensu, altera AN pro ascensu; manifestum est, si corpus semper in curua AM descensum incipiat, et vltra punctum in curua AN ascendat, tum oscillationes has absolutum iri atqualibus temporibus, vbicunque initia descensus in AM assumantur. Si igitur AP fuerit x et AM s, erit $8m^2asds+3(m-n)nfxds=8(m-n)mafdx$, pro altera curua AN vero, si dicatur AQ$=u$, et AN$=t$, erit $8m^2atdt-3(m-n)nhudt=8(m-n)mahdu$. Tempus vero oscillationis vnius aequale est duabus dimidiis oscillationibus duorum pendulorum in vacuo, quorum alterius longitudo est f, alterius h, seu vni integrae oscillationi penduli cujus long. $=\frac{f+2\sqrt{fh}+h}{4}$.

§. 22. Si fuerit $f=h$, erunt duae curuae AM, AN partes ejusdem curuae continuae: Id quod ex eo intelligi potest, quod tum, si loco x ponatur u et loco s, quia in altera curua arcus fiunt negatiui, $-t$, aequatio illa ad descensum pertinens mutetur in hanc ascensui inseruientem. Curua ergo MA ab altera parte continuatur in curua AN, et tota curua MAN hanc habet proprietatem vt globus diametri a, et grauitatis specificae m super ea in fluido grauitatis specificae n constituta motum aequalibus semper temporibus oscillationis absoluat. Descensus vero fieri debent in curua MA, et ascensus in AN, nisi forte eae curuae hanc insuper habeant proprietatem,

tem, vt et, si descensus in NA et ascensus in AM fierent, oscillationes totae omnes vt ante essent tautochronae.

§. 23. Aequatio exponentialis §. 16. in eo solum differt ab ea, quam §. 21. dedimus, quod ibi sit a id quod hic est $\frac{4}{3}a$, et c, quod hic $\frac{1}{2}f$. Si ergo in ea aequatione ponatur $\frac{4}{3}a$ loco a, et $\frac{1}{2}f$ loco e, habebitur $64m^3aac^{\frac{3ns}{8ma}}-64m^3aa-24m^2nas=9(m-n)n^2fx$ quae aequatio conuenit cum eâ quae descensui §. 21. inseruire inuenta est, $8m^2asds+3(m-n)nfxds=8(m-n)mafdx$. At alteri aequationi ad ascensum pertinenti $8m^2atdt-3(m-n)nhudt=8(m-n)mahdu$, respondet haec $64m^3aac^{\frac{-3nt}{8ma}}-64m^3aa+24m^2nat=9(m-n)n^2hu$. Hae aequationes exponentiales sufficiunt ad curuas construendas, quarum coordinatae sint x et s; atque u et t, ex quibus deinceps ipsae curuae tautochronae construi poterunt.

§. 24. Cum c sit numerus cujus logarithmus hyperbolicus est 1, erit $c^z=1+\frac{z}{1}+\frac{z^2}{1.2}+\frac{z^3}{1.2.3}+\frac{z^4}{1.2.3.4}etc.$ Hanc ob rationem est $c^{\frac{3ns}{8ma}}$ seu dicto $\frac{3n}{8m}=k$, $c^{\frac{ks}{a}}=1+\frac{ks}{a.1}+\frac{k^2ss}{a.^2 1.2}+\frac{k^3s^3}{a.^3 1.2.3}+\frac{k^4s^4}{a.^4 1.2.3.4}etc$, adeoque $64m^3a^2c^{\frac{ks}{a}}=64m^3a^2+\frac{64m^3aks}{1}+\frac{64.m^3k^2ss}{1.2}+\frac{64.m^3k^3s^3}{a.1.2.3}+\frac{64.m^3k^4s^4}{a.^2 1.2.3.4}etc.$ Aequatio igitur superior exponentialis,

lis, quae ob $\frac{3n}{8m}=k$ et inde $3n=8km$, mutatur in $64m^3aac^{\frac{ks}{a}}-64m^3aa-64km^3as=64(1-\frac{8}{3}k)k^2m^3\int x$, seu in $a^2c^{\frac{ks}{a}}-aa-kas=(1-\frac{8}{3}k)k^2\int x$, reducetur ad sequentem ex terminorum infinito numero constantem $\frac{k^2ss}{1.2}+\frac{k^3s^3}{a.1.2.3}+\frac{k^4s^4}{a^2.1.2.3.4}$ etc $=(1-\frac{8}{3}k)k^2\int x$, quae diuisa per kk dat $\frac{ss}{1.2}+\frac{ks^3}{a.1.2.3}+\frac{k^2s^4}{a^2.1.2.3.4}$ etc $=(1-\frac{8}{3}k)\int x$ similiter pro ascensu erit $\frac{tt}{1.2}-\frac{kt^3}{a.1.2.3}+\frac{k^2t^4}{a^2.1.2.3.4}$ etc $=(1-\frac{8}{3}k)bu$.

§. 25. Ex his aequationibus colligitur, curuam vtramque et descensus et ascensus abire in cycloides, si $k:a$ fuerit infinite paruum; est vero $k=\frac{3n}{8m}$; Ergo eae curuae erunt cycloides si $3n:8ma$ fuerit quantitas euanescens. Id duplici modo euenire potest; Primo si $n:m=0$, id est, si fluidi densitas nulla sit, quo casu motus fit in vacuo. Alter est casus, si $a=\infty$ seu si globus oscillans fuerit infinite magnus ratione videlicet arcuum descriptorum s. Id ergo si acciderit, tautochrona quoque erit cyclois. Porro et id inde concluditur, quo major minorue sit fractio $3n:8ma$ seu tantum $n:ma$ eo magis minusue tautochronas a cycloide discrepare. Ex quo, quanto magis minusue in quouis fluido datus globus secundum cycloidem oscillans a tautochronismo aberret, perspici poterit.

§. 26. Perpendam nunc, qualem tautochronae inuentae figuram habere debeant, et primum ea,

Fig. 3. quae ad descensum pertinet. Sit AMB talis curua super axe AP vt dictis abscissis AP, x, applicatae PM exprimant s. Habebitur pro hac curua haec aequatio, $8m^2asds+3(m-n)nfxds=8(m-n)mafdx$, vel haec $64m^3aac^{\frac{3ns}{8ma}}-64m^3aa-24m^2nas=9(m-n)n^2fx$. Ex hac aequatione apparet hanc curuam nusquam habere punctum flexus contrarii, sed vniformi tractu, vt parabolam, in infinitum progredi. Curua autem inde formata, cuius arcus sunt respondentibus applicatis PM aequales, ibi habebit punctum reuersionis vbi $ds=dx$. Hoc vero erit ibi, vbi est $8m^2as+3(m-n)nfx=8(m-n)maf$. Quae cum exponentiali aequatione conjuncta dat $64m^3aac^{\frac{3ns}{8ma}}-64m^3aa=24(m-n)mnaf$. Hinc elicitur punctum flexus contrarii esse in eo loco, vbi $s=\frac{8ma}{3n}l\frac{8m^2a+3(m-n)nf}{8mma}-\frac{8ma}{3n}l(1+\frac{3(m-n)nf}{8mma})$.

§. 27. Cum sit $8m^2as+3(m-n)nfx=8(m-n)maf$ erit $x=\frac{8ma}{3n}-\frac{8m^2as}{3(m-n)nf}$. Sed inuentum est $s=\frac{8ma}{3n}l(1+\frac{3(m-n)nf}{8m^2a})$. Quamobrem punctum reuersionis erit ad altitudinem x ab imo puncto A, estque $x=\frac{8ma}{3n}-\frac{64m^3aa}{9(m-n)n^2f}l(1+\frac{3(m-n)nf}{8mma})$. Conuertam logarithmum in seriem, vt facilius de loco puncti reversionis judicare liceat. Est vero $l(1+\frac{3(m-n)nf}{8mma})=\frac{3(m-n)nf}{8mma}-\frac{9(m-n)^2n^2ff}{2.64m^4a^2}+\frac{27(m-n)^3n^3f^3}{3.512m^6a^3}-\frac{81(m-n)^4n^4f^4}{4.4096m^8a^4}$ etc, ergo $\frac{64m^3aa}{9(m-n)n^2f}l(1+$

$l(1+\frac{3(m-n)nf}{5m^2a}) = \frac{8ma}{5n} - \frac{(m-n)f}{2n} + \frac{3(m-n)^2nff}{3.8m^3a} - \frac{9(m-n)^3n^2f^3}{4.64m^5aa} +$
$\frac{27(m-n)^4n^3f^4}{5.512m^7a^3}$ etc. Consequenter habebitur $x = \frac{(m-n)f}{2m}$
$- \frac{3(m-n)^2nf}{3.8m^3a} + \frac{9(m-n)^3n^2f^3}{4.64m^5aa} - \frac{27(m-n)^4n^3f^4}{5.512m^7a^3}$ etc. Quia haec ſeriès eam habet proprietatem, vt ex logarithmis notum eſt, vt ſumma ejus minor ſit termino primo, manifeſtum eſt quo minor ſit fractio $\frac{nf}{ma}$, eo magis eam conuergere, et proinde eo eſſe punctum reuerſionis altius ſitum.

§. 28. Sit pro aſcenſu curua AN, in qua, Fig. 4.
dicta $AQ = u$ ſit $QN = t$, erit $8xmadt - 3(m-n)nbudt = 8(m-n)mabdu$, ſeu $64m^3aac \overset{=3nt}{\overline{5ma}} - 64m^3aa + 24mmnat = 9(m-n)mbu$. Neque vero haec curua habet punctum flexus contrarii, ſed quoque in infinitum vniformiter protenditur, non vero vt prior, quemadmodum parabola, ſed fere vt hyperbola. Multo enim magis ab axe diuergit quam illa. Si ex hac tautochrona aſcenſui inſerviens conſtruenda ſit, oportet deſcribere curuam ad eundem axem, cujus arcus ſint applicatis QN aequales. Hujus tautochronae punctum reuerſionis habebitur, ſi capiatur $u = \frac{(m-n)b}{2m} + \frac{3(m-n)^2nffb}{3.8m^3a} + \frac{9(m-n)^3n^2b^3}{4.64m^5aa}$ etc, ſemper ergo eſt altius ſitum, quam in curua pro deſcenſu, et ſunt prorſus caſus, vbi in infinitum excurrit, aut nullibi exiſtit, id quod euenit ſi $3(m-n)nf$ eſt aequale vel majus quam $8mma$.

Fig. 1. §. 29. Progredior nunc ad ipsius curuae constructionem et quaero aequationem inter coordinatas orthogonales. Sit AME tautochrona descensui inseruiens. Sit AP$=x$ PM$=y$ et arcus AM$=s$. Hujus curuae natura exprimitur ex §. 24. hac aequatione $8mmasds+3(m-n)nfxds=8(m-n)mafdx$. Ponatur ds constans, et differentietur aequatio, habebitur $8mmads^2+3(m-n)nfdxds=8(m-n)mafddx$. Fiat $ds=pdx$, erit $dy=dx\sqrt{(pp-1)}$; verum $dds=0=pddx+dxdp$, quare est $ddx=-dxdp:p$. Quibus in aequatione substitutis ea abibit in $8m^2appdx+3(m-n)nfpdx+8(m-n)mafdp:p=0$. Ex qua obtinetur $dx=\frac{-8(m-n)mafdp}{8m^2ap^3+3(m-n)nfpp}$. Quocirca ad curuam construendam, accepta variabili tertia p, sumatur $x=8(m-n)maff\frac{-dp}{8m^2ap^3+3(m-n)nfpp}$. Deinde quia $dy=dx\sqrt{(pp-1)}$ capiatur $y=8(m-n)maff\frac{-dp\sqrt{(pp-1)}}{8m^2ap^3+3(m-n)nfpp}$. Atque hoc modo curua quaesita erit constructa.

§. 30. Simili modo vt curua pro ascensu construatur, hoc tantum opus est, vt in illa constructione ponatur $-a$ loco $+a$. Hoc enim modo, vt ex aequationibus generalibus celeritatem corporum in medio resistente motorum exprimentibus videre licet, aequatio descensui inseruiens transmutatur in eam, quae ad ascensum pertinet. Porro radius osculi curuae in puncto M erit $=\frac{(m-n)fdy}{mc^{\frac{3ns}{8ma}}ds}$. Vnde patet radium osculi in puncto infimo A esse $=\frac{m-n}{m}f$, Cui

Cui in eo puncto longitudo penduli aequalis accipi debet. Denique ex constructione colligere licet, qualem figuram nostra curua habeat. Sit AB tautochrona descensus, quae continua erit cum AC curua ascensus. Vltra B et C continuatur in D et E, ita vt arcus BD, ED similes et aequales sint arcui BAC. Atque hoc modo in infinitum producitur. Fig. 5.

§. 31. Perpendamus nunc qualis corporis seu globi, vt positum est, super curua tautochrona inuenta sit motus. Consideremus oscillationem vnam, quâ globus in puncto infimo habeat velocitatem ex altitudine b acquisitam. Dicatur, vt ante, altitudo genitrix velocitatis globi in puncto quocunque curuae descensus v. Erit ex §. 13. $v = c^{\frac{ns}{ma}}(b-t)$ vbi est $t = \frac{m-n}{m}\int c^{\frac{-ns}{ma}} dx$. Hic vero a altitudinem cylindri oscillantis designat, vt ergo globus introducatur ponatur $\frac{4}{3}a$ loco a, prout §. 17. factum est et erit $v = c^{\frac{3ns}{4ma}}(b-t)$, et $t = \frac{m-n}{m}\int c^{\frac{-3ns}{4ma}} dx$. Cum his aequationibus ea quae naturam curuae exprimit est conjungenda, quae est haec $64m^3aac^{\frac{3ns}{8ma}} - 64n^3aa - 24m^2nas = 9(m-n)n^2fx$; seu hujus differentialis, vt habeatur dx, $24m^2nac^{\frac{3ns}{8ma}}ds - 24m^2nads = 9(m-n)n^2fdx$, siue $8m^2ac^{\frac{3ns}{8ma}}ds - 8m^2ads = 3(m-)nfdx$.

§. 32. Est igitur ex posteriore aequatione $\frac{m-n}{m}dx = \frac{8ma}{3nf}c^{\frac{3ns}{8ma}}ds - \frac{8ma}{3nf}ds$. Vnde erit $\frac{m-n}{m}t = \frac{3ns}{4ma}dx =$

$\frac{8ma}{3nf}e^{\frac{-3ns}{8ma}}ds - \frac{8ma}{3nf}e^{\frac{-3ns}{4ma}}ds$. Quae integrata dat $t = C - \frac{64m^2aa}{9nnf}e^{\frac{-3ns}{8ma}} + \frac{32m^2aa}{9nnf}e^{\frac{-3ns}{4ma}}$. Conſtans C adjecta ita debet determinari, vt poſito $s = 0$, fiat et $t = 0$, vt §. 13. requirebatur, eſt igitur $C = \frac{32m^2aa}{9nnf}$. Quamobrem cum ea expreſſio euadat quadratum erit $t = \frac{32m^2aa}{9nnf}(1 - e^{\frac{-3ns}{8ma}})^2 = \frac{32m^2aa}{9n^2f}(e^{\frac{3ns}{8ma}} - 1)^2$. Sed ex aequatione exponentiali pro curua habetur $e^{\frac{3ns}{8ma}} - 1 = \frac{24m^2nas + 9(m-n)n^2fx}{64m^3aa}$. Itaque erit quoque $t = \frac{(8m^2as + 3(m-n)nfx)^2}{128m^4aafe^{\frac{3ns}{4ma}}}$. Ex his reperitur $v = e^{\frac{3ns}{4ma}}(b - \frac{32m^2aa}{9n^2f}(e^{\frac{3ns}{8ma}} - 1)^2) = be^{\frac{3ns}{4ma}} - \frac{32m^2aa}{9n^2f}(e^{\frac{3ns}{8ma}} - 1)^2$. Vel etiam hoc modo $v = be^{\frac{3ns}{4ma}} - \frac{(8m^2as + 3(m-n)nfx)^2}{128m^4aaf}$.

§. 33. Expreſſio haec celeritatis dabit locum in curua deſcenſus, quo velocitatem globus habet maximam; etenim ea non incidit in punctum infimum. Id vero punctum erit ibi, vbi $dv = 0$. Quare cum inuenta ſit $v = be^{\frac{3ns}{4ma}} - \frac{32m^2a^2}{9n^2f}(e^{\frac{3ns}{8ma}} - 1)^2$, erit $dv = \frac{3nb}{4ma}e^{\frac{3ns}{4ma}}ds - \frac{8ma}{3nf}(e^{\frac{3ns}{8ma}} - 1)e^{\frac{3ns}{8ma}}ds$. Ergo erit $dv = 0$;

ſi

si $\frac{3nb}{4ma} \cdot e^{\frac{3ns}{8ma}} = \frac{8ma}{3nf} \cdot e^{\frac{3ns}{8ma}} - \frac{8ma}{3nf}$, seu si $e^{\frac{3ns}{8ma}} = \frac{32m^2a^2}{32m^2a^2 - 9n^2bf}$.

Vnde deducitur $s = \frac{8ma}{3n} l \frac{32m^2a^2}{32m^2a^2 - 9n^2bf}$ seu $s = \frac{-8ma}{3n} l(1 - \frac{9n^2bf}{32m^2a^2})$. Ex quo colligitur arcum s eo esse majorem quo factum bf majus fuerit, quam a^2, ceteris paribus. Porro ex velocitate finali, quae est vt Vb, inuenitur totus arcus descensus faciendo $v = 0$. Quo in casu erit $e^{\frac{3ns}{8ma}} Vb = \frac{4ma}{3n}(e^{\frac{3ns}{8ma}} - 1) V\frac{2}{f}$ seu $3ne^{\frac{3ns}{8ma}} V\frac{1}{2}bf = 4mae^{\frac{3ns}{8ma}} - 4ma$, vnde $e^{\frac{3ns}{8ma}} = \frac{4ma}{4ma - 3nV\frac{1}{2}bf}$. Totus igitur arcus descensus erit $= -\frac{8ma}{3n} l(1 - \frac{3nV\frac{1}{2}bf}{4ma})$.

§. 34. Deinceps, si corpus celeritate descensu acquisita in altera parte ejusdem curuae ascendat, (inseruit enim ea pars ascensui) inuenitur totus arcus descensus $= \frac{8ma}{3n} l(1 + \frac{3nV\frac{1}{2}bf}{4ma})$. Si hi logarithmi in series resoluantur habebitur arcus descensus $= 2V\frac{1}{2}bf + \frac{3n(\frac{1}{2}bf)}{2.2ma} + \frac{9nn(\frac{1}{2}bf)^{\frac{3}{2}}}{3.8m^2aa} + \frac{27n^3(\frac{1}{2}bf)^2}{4.32m^3a^3}$ etc. Simili modo erit arcus ascensus $= 2V\frac{1}{2}bf - \frac{3n(\frac{1}{2}bf)}{2.2ma} + \frac{9n^2(\frac{1}{2}bf)^{\frac{3}{2}}}{3.8m^2a^2} - \frac{27n^3(\frac{1}{2}bf)^2}{4.32m^3a^3}$ etc. Ex quibus perspicuum est arcum ascensus esse minorem arcu descensus. Si $\frac{nbf}{ma}$ valde sue-

fuerit paruum, harum ferierum duos terminos initiales tantum assumere sufficit, et tum differentia inter arcum descensus et ascensus erit $\frac{3nbf}{4ma}$. Cum eorum summa sit $2\sqrt{2bf}$. Sunt ergo differentiae q, p, in ratione duplicata summarum.

§. 35. Haec est igitur tautochrona in medio, quod mobili resistit in ratione duplicata velocitatum. Pro aliis vero medii resistentis hypothesibus, quibus resistentia alii cuidam celeritatis dignitati aut functioni proportionalis ponitur, hac methodo tautochronae inueniri non possunt; non quidem vitio methodi, quasi ea vniuersalis non esset, sed defectu analysis; quod in aliis hypothesibus velocitas non potest exprimi. Persuasus autem sum hanc solam resistentiae hypothesin secundum quadrata celeritatum in rerum natura locum habere. Quanquam enim ex experimentis constat, fluida aliam praeter hanc exercere resistentiam a tenacitate eorum ortam, quae velocitati proportionalis esse nonnullis visa est, tamen *Neutonus in Princip. Phil. Edit. nouissima pag.* 274 potius existimat eam prorsus non a velocitate pendere, verum eam esse vniformem seu in ratione momentorum temporum. Qua fit vt vires viuae amissae sint, vt spatia percursa, id quod aliis rationibus ex natura hujus resistentiae deductis praetermissis ex eo intelligi potest, quod mobile, si resistentiae velocitatibus essent proportionales nunquam ad quietem perueniret, quod tamen tandem accidere experimenta confirmant; si vero insuper resistentia adsit, secundum quam mobile amittit de

vi

vi viua in ratione ſpatiorum deſcriptorum, tautochronam exhibere in promtu eſt; eaque facile ex inuentâ hac formari poteſt. Ponatur enim tantummodo in aequatione noſtra tautochronae inuenta loco x haec quantitas $x+gs$, vbi litera g, ex quantitate hujus reſiſtentiae a tenacitate vel frictione orta determinari debet. Quo facto habebitur tautochrona quaeſita.

PROBLEMA ASTRONOMICUM

INUENIENDI ALTITUDINEM POLI VNA CUM DECLINATIONE STELLAE EJUSDEMQUE CULMINATIONE EX TRIBUS ALTITUDINIBUS STELLAE ET DUOBUS TEMPORUM INTERUALLIS BREUI CALCULO SOLUTUM.

Auctore

Daniele Bernoulli Joh. Fil.

Lemma. Sint tres arcus circulares contigui IP, PQ, QR, dico fore $\pm\frac{IZ}{IV}=\frac{LN\times QX-LM\times RY}{LN\times PX-LM\times PY}$ vbi IZ ſignificat tangentem arcus IP; LN differentiam coſinuum pro arcubus IP et IR; LM differentiam coſinuum pro arcubus IP et IQ, QX et RY ſunt ſinus verſi arcuum PQ et PR; et PX, PY ſunt eorundem arcuum ſinus: denique IV eſt ſi- Menſ. Nov. 1729. Tab. VIII. Fig. 1.

nus totus. Demonſtrationem quiuis ſibi facile formabit via analytica, ſi ſyntheticam non obuiam habet.

Problema. Datis tribus altitudinibus ſtellae fixae et duobus temporum interuallis, inuenire ejusdem declinationem, elevationem poli, punctumque temporis quo ſtella meridianum tranſit.

Fig. 2. *Solutio.* Sit ABCD horizon; COIA meridianus; ORQPI parallelus a ſtella deſcriptus, fueritque ſtella obſeruata in punctis R, Q, P; ducantur RN, QM, PL ad IO perpendiculares, et ex punctis I, L, M, N, O, demittantur in horizontem verticales IE, LF, MG, NH, et OU, quae ſcilicet repraeſentant ſinus altitudinum punctorum I, P, Q, R, O, quia lineae PL, QM, RN, ſunt parallelae horizonti, adeoque ab eodem aequidiſtantes: Denique ducantur OW, NT, MS et Lα parallelae ipſi CA. Sit nunc, conſiderando circulum ORQPI vt ipſum aequatorem, ſunt enim in vtroque circulo omnia ſimilia:

Sinus totus - - - - $=1$
tangens arcus IP - - - $=z$
ſinus verſus arcus horarii PQ - - $=a$
ſinus verſus arcus horarii PR - $=b$
ſinus arcus horarii PQ - - $=\alpha$
ſinus arcus horarii PR - - $=\beta$,

habebitur per praecedens lemma talis aequatio $\pm z = \frac{LN \times a - LM \times b}{LN \times \alpha - LM \times \beta}$, ponantur tum in numeratore tum in denominatore loco LN et LM earundem pro-

por-

portionales LT et LS (quae ſunt differentiae ſinuum inter primam et tertiam ſtellae altitudinem, atque inter ſecundam et tertiam, quasque proin vt datas vocabo, m et n) et ſic habetur $\pm z = \frac{\alpha - n\beta}{m\alpha - n\beta}$ quod eſt deſideratum problematis vltimo loco nominatum. Cognita tangente arcus IP, innoteſcunt reliqui arcus lineaeque ad illos pertinentes. Hinc ponam IL - - - - $= b$

LN = IN − IL - - $= g$

ergo ob ſimilitudinem triangulorum NLT et LTα, ſit

Iα - - - - $= \frac{mb}{g}$;

Huic ſi addamus αE, ſeu ſinum tertiae ſtellae altitudinis, quem ponam $= f$, erit ſinus maximae ſtellae altitudinis meridionalis, ſeu IE $= \frac{mb}{g} + f$, porro eſt IW $= \frac{2m}{g}$; ergo IE − IW = OU, ſeu ſinus minimae ſtellae altitudinis meridionalis OU $= f + \frac{(b-z)}{g} m$: vel ſi dicatur UL $= l$, erit IE $= (f - \frac{lm}{g}) + \frac{m}{g}$, et OU $= (f - \frac{lm}{g}) - \frac{m}{g}$ Hinc igitur innoteſcit declinatio ſtellae et eleuatio poli. Q. E. F.

Nunc vero regulam ita erutam contraham, vt eo manifeſtior fiat atque concinnior.

Regula. Sit ſinus totus $= 1$, erit differentia ſinuum primae et tertiae ſtellae altitudinis $= m$ erit differentia ſinuum primae et ſecundae ſtellae altitudinis $= n$ ſinus verſus arcus horarii inter ſecundam et tertiam obſeruationem $= a$, ſinus ejus arcus $= \alpha$, ſinus verſus arcus horarii inter primam et tertiam obſeruationem $= b$, ſinus ejusdem arcus $= \beta$, erit tangens arcus horarii inter tertiam obſeruationem

et ſtellae culminationem, vel $\pm z = \frac{ma-nb}{m\alpha-n\beta}$. Ponatur deinde coſinus arcus horarii inter tertiam obſeruationem et ſtellae culminationem $= l$, ſinus tertiae ſtellae altitudinis $= f$, differentia coſinuum pro arcu horario inter tertiam obſeruationem et culminationem, et arcu horario inter primam obſeruationem et culminationem $= g$, erit ſinus majoris altitudinis meridionalis $(f - \frac{lm}{g}) + \frac{m}{g}$, et ſinus minoris altitudinis meridionalis $(f - \frac{lm}{g}) - \frac{m}{g}$. Et hinc altitudo poli.

Scholium. Si tangens z ſit negatiua, eſt etiam arcus reſpondens negatiue ſumendus. De ſinibus verſis obſeruetur, illos (ſi eorum tabulae deſint) haberi auferendo coſinum a ſinu toto, eorumque logarithmos obtineri, ſumendo duplum logarithmi ſinus arcus dimidii, addendoque log. 2.

Habet iſtud problema hanc proprietatem, quod declinatio ſtellae et eleuatio poli inuerti poſſint, ita vt v. gr. eleuatio poli 20°. et declinatio ſtellae 30°. eadem producat phaenomena, atque eleuatio poli 30°. et declinatio ſtellae 20°. Igitur obſeruator cautus ſit in ſtabilienda eleuatione poli, ſtellamque ſeligat talem, ne facile illius declinationem cum eleuatione poli confundat.

Vtilitas problematis in eo conſiſtit, quod ſine vllis praecognitis ſingula determinentur facile, vt et ineo, quod refractionum incommoda fere tota auferri poſſint, ſiquidem tres obſernationes in ſtella inſtitui poſſunt tales vt minima ſtellae altitudo ſit altra 80°, adeoque a refractionibus fere libera.

AD-

ADDITAMENTUM.

Quoniam in demonſtrando lemmate noſtro facile eſt in prolixos et ſuperfluos ſe immittere calculos, neque demonſtratio breuis et ſynthetica cuiuis ſtatim apparet, monitus fui, ad ſubleuandam aliis demonſtrationis operam, vt meam apponerem; id igitur faciam, poſtquam meminero de ſequentibus propoſitionibus, quae in elementis Geometriae demonſtrari ſolent.

I. Chordam arcus A+B haberi multiplicando chordam arcus A, per chordam complementi ad duos rectos arcus B, vt et chordam arcus B, per chordam complementi ad duos rectos arcus A, ſummamque productorum diuidendo per diametrum.

II. Sinum verſum alicujus arcus haberi, diuidendo quadratum chordae ejusdem arcus per diametrum.

III. Tangentem alicujus arcus, cujus chorda ponitur A pro radio R, eſſe $=\frac{AR\sqrt{(4RR-AA)}}{2RR-AA}$.

IV. Productum chordae alicujus arcus in chordam complementi ad duos rectos, eſſe aequale producto ſinus illius arcus in diametrum.

Hiſce in memoriam reuocatis, ductisque (in fig. 1.) rectis PI, PQ, PR, et QI, erit (*per art. I.*) nonendo vbique IV pro radio, $QI=[PQ\sqrt{4IV^2-PI^2}+PI\sqrt{4IV^2-PQ^2}]:2IV$, vnde habetur (*per art. II.*) $LM=IM-IL=[2IV^2.PQ^2-PQ^2.PI^2+PQ.PI\sqrt{(4IV^2-PQ^2).(4IV^2-PI^2)}]:4IV^3$. Eodem modo obtinetur quoque $LN=[2IV^2.PR^2-PR^2.PI^2+PR^2.PI^2.\sqrt{(4IV^2-PR^2).(4IV^2-PI^2)}]:4IV^3$, ergo erit $\frac{IM}{LN}$

$\frac{LM}{LN} = \frac{2IV^2.PQ^2 - PQ^2.PI^2 + PQ.PI.\sqrt{(4IV^2-PQ^2).(4IV^2-PI^2)}}{2IV^2.PR^2 - PR^2.PI^2 + PR.PI.\sqrt{(4IV^2-PR^2).(4IV^2-PI^2)}}$ multiplicentur numerator et denominator per IV posteaque diuidantur per $2IV^2-PI^2$ et ponatur (*vi art. III.*) $\pm ZI$ loco $[IV.PI.\sqrt{(4IV^2-PI^2)}]:[2IV^2-PI^2]$; fiqne erit $\frac{LM}{LN} = \frac{IV.PQ^2 \pm PQ.ZI\sqrt{(4IV^2-PQ^2)}}{IV.PR^2 \pm PR.ZI\sqrt{(4IV^2-PR^2)}}$ est vero (*per art. II.*) $PQ^2 = 2IV \times QX$, et $PR^2 = 2IV.RY$, nec non (*per art. IV.*) $PQ\sqrt{(4IV^2-PQ^2.)} = 2IV \times PX$ atque $PR\sqrt{(4IV^2-PR^2)} = 2IV.PY$. hisce ergo valoribus in posteriori aequatione substitutis fit. $\frac{LM}{LN} = \frac{IV.QX \pm PX.ZI.}{IV.RY \pm PY.ZI.}$ vnde denique deducitur $\frac{\pm ZI}{IV} = \frac{LN.QX - LM.RY.}{LN.PX - LM.PY.}$ Q. E. D.

PROBLEMA

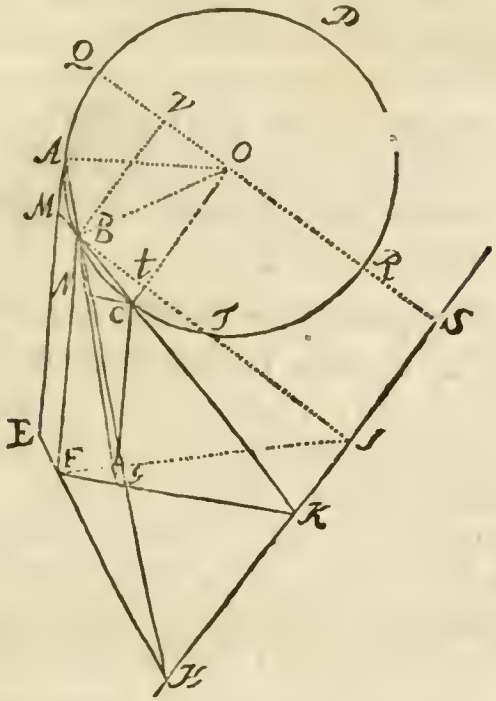
EX OBSERVATIS TRIBUS ALTITUDINIBUS ALICUJUS STELLAE IMMUTABILEM HABENTIS DECLINATIONEM, ET INTERVALLIS TEMPORIS INTER PRIMAM ET SECUNDAM OBSERVATIONEM, ET INTER SECUNDAM ET TERTIAM, INVENIRE ALTITUDINEM POLI ET DECLINATIONEM STELLAE.

Auctore Jac. Hermanno.

I.

Mens. Nov. 1729.

Sint in adjecta figura ACP parallelus stellae, et communis sectio ejus plani et plani horizontis, recta HIS. Puncta A, B, et C designent loca stellae quando ejus altitudines captae fuerunt,



runt, demisſisque ex his punctis perpendicularibus AE, BF, et CG, ad planum horizontis, exponent illae ſinus altitudinum ſtellae obſeruatarum, atque adeo (hyp.) datae ſunt. Anguli AOB, et BOC quoque (hyp.) dati ſunt, refert enim angulus AOB tempus per arcum BA, et angulus COB tempus per arcum CB, in gradibus aequatoris expreſſum, quare vocando ſinum ſemiſis anguli AOB$=m$, et ſinum ſemiſis BOC$=n$, ad ſinum totum $=1$, item coſinum declinationis ſtellae ſeu OQ$=x$, inuenietur ſubtenſa arcus AB$=2mx$, et ſubtenſa arcus Bc$=2nx$. Dicantur praeterea ſinus altitudinis mediae ſeu

BF

BF$=a$, AM$=$AE$-$BF$=b$, et BN$=$BF$-$CG$=c$, et producantur chordae AB et BC vsque ad occurſus H et K ſectionis planorum horizontis et paralleli HS, et triangula ſimilia MAB, FBH, praebebunt AM(b) : AB($2mx$)$=$BF(a) : BH($\frac{2amx}{b}$). Nec non triangula ſimilia NBC et FBK, analogiam NB(c), BC($2nx$)::FB. (a) BK($\frac{2anx}{c}$).

II. His omnibus jam poſitis, in triangulo rectilineo HBK, ex data ratione laterum BH($\frac{2amx}{b}$) et BK($\frac{2anx}{c}$), quae eſt, vt cm ad bn, et angulo intercepto, HBK cujus menſura eſt ſemiſſis arcus AC, inuenientur anguli BHK, BKH, vel BKI, et KBI poſita BI normali ad HK, faciendo analogiam, $cm+bn : cm-bn =$ *tang. ang.* 2 rect. $-\frac{1}{4}$AOC: tangent. anguli cujusdam x. Erit enim BKH$=$2 rect.$-\frac{1}{4}$AOC $+x$, atque adeo datus, ſit ſinus ejus $=p$.

III. Porro in triangulo rectangulo BKI, habetur ſinus tot. (1.) ſinus ang. BKI (p.)::BK($\frac{2anx}{c}$). BI($\frac{2anpx}{c}$). Ductaque IF, erit angulus BIF menſura inclinationis paralleli ACP ad horizontem, ſeu eleuationis aequatoris cujus ſinus dicatur $=y$. In triangulo vero BFI ad F rectangulo fit BI $\frac{2anpx}{c}$). BF. (a)::ſin tot. (1). ſin. ang. BIF(y). Adeoque ductis extremis et mediis habetur aequatio $2npxy=c$. Ex hac aequatione judicaui antea problema indeterminatum eſſe ideo, quod nullae conditiones ſuperesſent, ad quas non reſpexerim, et quarum ope alterutra indeterminata exterminari poſſit ex inuenta aequa-

aequatione, ſed inueſtigando ex praecedentibus altitudines ſtellae culminantis, ſententiam mutare coactus ſum.

IV. Nam inuento (§. II.) angulo BKI ejus complementum angulus KBI datus eſt, atque adeo arcus CT, cujus ſemisſis illius menſura eſt; hanc ob rem dabitur quoque arcus BCT; atqui demiſſa ex centro circuli normali OX in ſubtenſam BT, ipſa BX vel XT aut ipſis aequalis OV, ductis nempe BV parallela OX, et per centrum O recta QR aquidiſtante ipſi BI. Itaque ſi in diametro alius circuli, cujus radius $=1$, capiatur à centro interuallum analogum ipſi OV aequale ſinui ſemisſis anguli BOT, atque in illa diametro partes analogae ipſis QV et RV dicantur r et s, quae vtique datae ſunt, inuenientur in ſchemate $QV=rx$, et $RV=sx$, adeoque $QS(=BI+QV)=\frac{2anpx+crx}{c}$, et $RS(=BI-VR)=\frac{2anpx-csx}{c}$.

Eſt vero vt $BI(\frac{2anpx}{c})$.$BF(a)$::$QS(\frac{2anpx+crx}{c})$. ſin. alt. ſtell. in $Q(\frac{2cnp+cr}{2np})$, et $BI(\frac{2anpx}{c})$. $BF(a)$::$RS(\frac{2anpx-csx}{c})$. Sin alt. ſtell. in $R(\frac{2anp-cs}{2np})$. Ex quibus conſtat, quod altitudines meridianae ſtellae noſtrae maxima in Q, et minima in R datae ſint. Semiſſis vero exceſſus altitudinis maximae ſupra minimam dat eleuationem aequatoris, ejusque complementum *Eleuationem Poli*, et exceſſus maximae altitudinis ſtellae ſupra eleuationem aequatoris, *Declinationem Stellae*, quae erant inuenienda.

SOLUTIO PROBLEMATIS ASTRONOMICI EX DATIS TRIBUS STELLAE FIXAE ALTITUDINIBUS ET TEMPORUM DIFFERENTIIS INUENIRE ELEUATIONEM POLI ET DECLINATIONEM STELLAE.

Auct. Leonh. Eulero.

Tab. IX. Fig. 1.

Lemma. In triangulo sphaerico quocunque ABC est cos: anguli $A = \frac{cos:BC - cos.AB.cos:AC}{\int AB . \int AC}$, posito radio vel sinu toto 1. Liquet hoc ex iis, quae *Clar. Professor Maier* in suis Trigonometricis tradidit.

Coroll: Ex his fluit esse cos: BC = cos: AB. cos: AC + cos: A. $\int$AB. $\int$AC.

Theorema. In omni triangulo sphaerico ABC, est cos: $BC = \frac{cos:(AB+AC) - cos:(AB-AC)}{2} + \frac{cos:A.cos:(AB-AC) - cos\,A.cos:(AB+AC)}{2}$. Posito sinu toto 1.

Demonstratio. Factum duorum cosinuum aequatur semisi cosinus summae cum semissi cosinus differentiae arcuum vel angulorum. Atque factum duorum sinuum aequale est semissi cosinus differentiae, demta semissi cosinus summae arcuum vel angulorum. Vt ex iisdem citatis vel apparebit, vel facile colligetur. Erit igitur cos: AB. cos: AC $= \frac{cos:(AB+AC) + cos:(AB-AC)}{2}$, et $\int AB . \int AC = \frac{cos:(AB-AC) - cos:(AB+AC)}{2}$. His ad aequationem in lemmatis corollario accommodatis prodibit cos: $BC = \frac{cos:(AB+AC) + cos:(AB-AC)}{2} + \frac{cos:A.cos:(AB-AC) - cos:A.cos:(AB+AC)}{2}$. Q. E. D.

PRO-

PROBLEMA.

Datis ſtellae fixae in tribus locis ABC ſucceſſiue obſeruatae altitudinibus ſiue earum complementis ZA, ZB, ZC, temporibusque inter obſeruationes praeterlapſis, vel angulis ad polum P, APB, BPC, inuenire eleuationem poli ſeu ejus complementum PZ, et declinationem ſtellae ſeu ejus complementum AP vel BP vel CP. Fig. 2.

Solutio. Dicantur ſinus altitudinis primae vel coſ. AZ, a; Coſinus BZ, b et coſ. CZ, c. Atque ∠APB, P; ejusque coſinus, p: ∠APC, Q, ejusque coſinus, q. Sit autem ∠ZPA$=Z$ ejusque coſinus $=z$. Tum compendii cauſa ſit coſ: ZPB$=r$ et coſ. ZPC$=s$. Ponatur porro coſ: (PZ$+$AP)$=x$, et coſ: (PZ$-$AP)$=y$. Habebitur in triangulo ſphaerico ZPA, coſ: AZ vel $a=\frac{x+y+zy-zx}{2}=\frac{(1-z)x+(1+z)y}{2}$. Deinde in triangulo ZBP eſt $b=\frac{x+y+ry-rx}{2}=\frac{(1-r)x+(1+r)y}{2}$. Et ſimiliter in triangulo ZPC erit $c=\frac{(1-s)x+(1+s)y}{2}$. Ex quibus tribus aequationibus tres incognitas x, y et z determinari oportet. Aequationes I et II dabunt $y=\frac{a(1-r)-b(1-z)}{z-r}$. Secunda vero et tertia dant $y=\frac{b(1-s)-c(1-r)}{r-s}$. Vnde colligitur haec aequatio $a(1-r)(r-s)-b(1-z)(r-s)=b(1-s)(z-r)-c(1-r)(z-r)$. Quae abit in hanc, $a(1-r)(r-s)+c(1-r)(z-r)=b(1-r)(z-s)$, atque diuiſa per $1-r$ dat $a(r-s)+c(z-r)=b(z-s)$. Sed ex conjunctione ſinuum ſequitur eſſe $r=pz-PZ$ et $s=qz-QZ$. Vnde habebitur $az(p-q)-aZ(P-Q)+cz$

$+cz(1-p)+cPZ=bz(1-q)+bQZ$. Ex qua conficitur haec $\frac{Z}{z}=\frac{a(p-q)-b(1-q)+c(1-p)}{aP-aQ+bQ-cP}=\frac{a(p-q)-b(1-q)+c(1-p)}{P(a-c)-Q(a-b)}$. Eſt autem $\frac{Z}{z}$ tangens anguli ZPA; dicatur ea T, ſitque etiam $1-p=\pi$ et $1-q=\varkappa$, denotabunt π et $\varkappa$, ſinus verſos angulorum APB, APC. Eruitur igitur haec aequatio $T=\frac{a(\varkappa-\pi)-b\varkappa+c\pi}{P(a-c)-Q(a-b)}=\frac{\varkappa(a-b)-\pi(a-c)}{P(a-c)-Q(a-b)}$. Ex qua determinatur angulus ZPA, ex eoque reliqua. Eſt autem $y=\frac{a(1-r)-b(1-z)}{z-r}$ et $x=\frac{b(1+z)-c(1+r)}{z-r}$ vt ex praecedentibus apparet. Dato vero angulo ZPA, dabitur et ZPB et proinde r. Erit autem $\frac{y+x}{2}=a-\frac{z(a-b)}{z-r}$ et $\frac{y-x}{2}=\frac{a-b}{z-r}$. Hinc facile inueniuntur y et x, coſinus ſummae et differentiae arcuum quaeſitorum. Q. E. T.

Exemplum hic appono, quod antea ex altitudine poli 54°, 43′ aſſumta computaueram, vt inueſtigarem iidemne hac methodo eruantur numeri. Eſt altitudo prima 71°, 15′, ſecunda 68°, 34′, et tertia 63°, 54′. Tempus inter I et II obſeruationem ſeu angulus APB eſt 7°, 52′. Tempus inter primam et tertiam ſeu ang: APC eſt 20°, 36′. Erit ergo $a=9469502$, $b=9308279$, $c=8979213$. Ergo $a-c=490289$, $a-b=161223$, porro $P=1368683$ et $\pi=94107$, $Q=3518416$, $\varkappa=639404$. Erit $\varkappa(a-b)-\pi(a-c)=5692700$ et $P(a-c)-Q(a-b)=10380060$. Vnde inuenitur $T=5484423=$ tang: 28°, 45′. Eſt ergo angulus ZPA=28°, 44′, et ZPB=36°, 37′. Habetur itaque coſ: ZPA=$z=8767267$ et coſ: ZPB=$r=8026440$. Ergo $z-r=0740727$. Cum vero ſit

$a-b$

$a-b=162223$. Erit $\frac{a-b}{z-r}=2176264=\frac{y-x}{2}$. Deinde eſt $\frac{z(a-b)}{z-r}=1907988$. Hoc ab $a=9469502$ ablato reſtat $\frac{y+x}{2}=7561514$. Hinc inuenitur $y=9737778$, et $x=5385250$. Eſt ergo ſumma arcuum AP+ZP=57°, 25′, et differentia arcuum AP−ZP vel ZP−AP=13°, 9′. Ex his pro AP et ZP inueniuntur hi duo valores 35°, 17′ et 22°, 8′. Et pro eleuatione poli et declinatione ſtellae conſequenter hi duo qui ſunt illorum conplementa 54°, 43′ atque 67°, 52′. Quis autem horum ſit pro declinatione aut eleuatione poli ex problemate non determinatur. Id tamen certum eſt alterum eleuationem poli, alterum declinationem ſtellae praebere.

Verum etiam hinc ſtellae tempus culminationis cognoſcitur: diſtat enim a tempore primae obſeruationis angulo ZPA, quia PZ eſt arcus meridiani. Inuentus vero eſt ang. ZPA=28°, 45′, qui ad tempus reductus dat 1 hor. 55′, hocque tempore vel addendo vel ſubtrahendo a momento obſeruationis primae, prout circumſtantiae requirunt, inuenitur tempus culminationis, ſi ipſe ſol in obſeruationibus hisce adhibeatur, inuenietur verum meridiei tempus.

PROBLEMA
SPHAERICO-ASTRONOMICUM.
Auth. F. C. Mayero.

Tab. IX. Fig. 3.

Datis alicujus ſtellae tribus altitudinibus, Aa, Bb et Cc, itemque angulis aPb, aPc et bPc ex tempore obſeruatarum altitudinum cognitis, inuenire altitudinem aequatoris, PZ et complementum declinationis ſtellae $aP(=bP=cP)$ adeoque et altitudinem poli cum ipſa declinatione.

Sit ſinus altitudinis Aa, ſiue coſinus arcus $aZ=a$
- - - Bb, - - - $bZ=b$
- - - Cc, - - - $cZ=c$

Sinus anguli $aPb=m$ ejusque coſinus $=n$
- - $aPc=f$ - - $=g$
- - $aPZ=x$ - - $=y$
Sinus lateris $PZ=v$ - - $=z$
- - $aP=p$ - - $=q$

Per notam regulam habetur porro

Coſinus anguli $ZPb=\frac{ny-mx}{r}$
- - $ZPc=\frac{gy-fx}{r}$

Cum in triangulis aPZ, bPZ et cPZ omnes anguli ad P, (per praecedentia) vna cum triangulorum lateribus notationem debitam habeant, poterunt angulorum expreſſiones ſiue notationes per regulam meam aliae formari et ſic aequationes inſtitui, vti mox ſequitur.

In

In triangulo aPZ eſt

1 - - $y = r\frac{ra-qz}{pv}$, et inde

2 - - $rrra - rpvy = rrqz$.

In triangulo bPZ eſt

3 - - $\frac{ny-mx}{r} = r\frac{rb-qz}{pv}$ ex qua fit

4 - - $rrrb - pv(ny-mx) = rrqz$.

In triangulo cPZ eſt

5 - - $\frac{gy-fx}{r} = r\frac{rc-qz}{pv}$ porroque

6 - - $rrrc - pv(gy-fx) = rrqz$.

Ex aequationibus 2 et 4ta fit

7 - - $rrra - rpvy = rrrb - pv(ny-mx)$, inde oritur

8 - - $\frac{r^3(a-b)}{ry+ny-mx} = pv$

Ex 2 et 6 emergit

9 - - $rrra - rpvy = rrrc - pv(gy-fx)$ exinde fit

10 - - $\frac{r^2(a-c)}{ry+gy-fx} = pv$.

Ex hac et 8 fit

11 - - $\frac{a-b}{ry-ny+mx} = \frac{a-c}{ry+gy+fx}$ quae reducatur vt tandem fiat

12 - - $\frac{rx}{y} = \frac{(a-b)(r-g)-(a-c)(r-n)}{(a-b)f-(a-c)m}r$.

Hac regula tangens anguli aPZ inuenitur, quo dato dantur et anguli bPZ et cPZ. Poteſt autem regula breuior fieri hoc medio: formetur arcuum aZ et bZ ſemiſumma et ſemidifferentia, illius ſinus ſit $=$A, hujus ſinus $=$B ita habetur $\frac{2AB}{r} = a-b$. Formetur porro ſemiſumma et ſemidifferentia ex arcubus aZ cZ ponaturque illius ſinus $=$C et hujus $=$D, vt ſit $\frac{2CD}{r} = a-c$. Ponatur tandem ſemitan-

gens

gens $aPc = \alpha$ et semitangens anguli $aPb = \beta$, vt sit $(r-g) = \frac{\alpha g}{r}$ et $(r-n) = \frac{\beta m}{r}$. quare

13 - - $\frac{rx}{y} \left\{ \begin{matrix} = \frac{AB\alpha g - CD\beta m}{ABf - CDm} \\ = \frac{CD\beta m - AB\alpha g}{CDm - ABf} \end{matrix} \right\}$

Postquam anguli aPZ, bPZ et cPZ innotuerunt, ad inuentionem reliquorum quaesitorum tribus altitudinibus non opus est amplius, sufficiunt duae, reductum enim est problema ad aliud, quod non nisi duo triangula sibi mutuo inserta assumit ex: gr: aPZ et bPZ in quibus dantur latera aZ et bZ, atque anguli ad P, ex quibus reperiuntur reliqua.

Dedi solutionem problematis alibi, igitur ea nunc supersedeo, tantumque quod resultat afferam rententis symbolis supra assumtis; opus vero est praeterea paucis aliis, scilicet ponatur anguli aPZ cosinus $= S$, et cosinus anguli $bPZ = f$ ita habetur:

14 - - $qz = \frac{Sb - fa}{S - f} r$ et

15 - - $pv = \frac{a - b}{S - f} rr$ inde fit

16 - - $\frac{qz - pv}{r} = \frac{(r+S)b - (r+f)a}{S - f} =$ cosinui summae quaesitorum.

17 - - $\frac{qz + pv}{r} = \frac{(r-f)a - (r-S)b}{S - f} =$ cosinui differentiae quaesitorum.

Quibus datis quaesita ipsa data sunt quoque, S. E. I.

Duae hae regulae, quibus summa et differentia quaesitorum inuenitur, breues, et calculo aptae sunt; licet enim sinus versi $r-S$, $r+f$ &c. &c. in tabulis sinuum non inueniuntur, possunt tamen quam facillime formari notis regulis. Praeterea, si angulo-

rum

rum *a*PZ et *b*PZ conſtituantur ſemiſumma et ſemidifferentia, et illius ſinus dicatur M, hujus vero N, erit $S-f=\frac{2MN}{r}$, adeoque regulae contrahuntur hoc modo:

18 - - $\frac{qz-pv}{r}=\frac{(r+s)b-(r+f)a}{2MN}$.

19 - - $\frac{qz+pv}{r}=\frac{(r-s)a-(r-s)b}{2MN}$.

Habet idem problema aliam ſolutionem. Sicut enim in priore ſolutione tres primordiales aequationes (prima, tertia et quinta) in alias fuerunt reductae, quibus incognitae qz et pv exeſſe coactae ſunt, vt ſolae x et y remanſerint, quarum valores tum facile determinabantur: Ita viciſſim in altera hac ſolutione aequationes primordiales eo modo tractantur, vt x et y eliminentur, ſolaeque pv et qz reſtent. Non opus eſt vt calculum apponam, ejus enim primordia, vt dixi, in prima ſolutione jam extant, reductiones autem ad qz et pv conſuetis reducendi artificiis peraguntur. Dabo tamen vltimas aequationes, has ſc: $qz=r\frac{anf-amg+rcm-rbf}{nf-mg+rm-rf}$ vel quia $\frac{nf-mg}{r}$ ſinus eſt anguli bPc, quem breuius $=h$ ponere licet erit $qz=r\frac{ah+cm-bf}{h+m-f}$ item $pv=\sqrt{[rr(ra-qz)^2-2rn(ra-qz)(rb-qz)+rr(rb-qz)^2]}:m$ vel $pv=\sqrt{[rr(ra-qz)^2-2rg(ra-qz)(rc-qz)+rr(rc-qz)^2]}:f$. Quibus expreſſionibus vti ante ſumma et differentia quaeſitorum, at quam difficillima et prolixiſſima opera, inueniuntur: prior ergo ſolutio longe praeferenda eſt.

Tertia Solutio.

Haec in eo consistit vt triangula sphaerica in planum projiciantur, et sic reliqua per trigonometriam planam efficiantur.

Fig. 4. Sphaera vt patet inuersa jacet et polo P incumbit. PB, PC, PD, latitudinis, ZB autem et ZC, ZD altitudinum complementa sunt.

Axis sphaerae est AP, ex puncto autem A fit projectio. Ducatur itaque ex puncto A per punctum Z linea quae plano subjecto occurrat in E, ducatur praeterea PE. Haec ergo erit tangens anguli EAP (siue dimidiae altitudinis aequatoris), et AE ejusdem anguli secans est. Sit hujus anguli sinus $=v$, cosinus $=z$ adeoque tangens $\frac{rv}{z}=\alpha$ et secans $=\frac{rr}{z}=\beta$.

Ducantur porro ex A per B, C et D lineae quae plano occurrant in punctis F, G, T, hae lineae omnes sunt aequales, sicuti et lineae PF, PG et PT, propter aequales arcus PB, PC, PD. Sunt autem illae secantes, hae vero tangentes angulorum FAP, GAP, TAP, qui anguli omnes aequales sunt inter se, et praeterea complemento latitudinis. Sit hujus anguli sinus $=p$, cosinus $=q$, adeoque tangens $=\frac{rp}{q}=\delta$ et secans $=\frac{rr}{q}=\varepsilon$.

Per naturam projectionis hujus fiunt anguli EPT, TPG, GPF aequales angulis ZPD, DPC et DPB, quorum primus incognitus est, reliqui per obseruationem dati. Sit igitur sinus primi $=x$ cosinus $=y$. Sinus secundi $=m$ et cosinus $=n$. Sinus tertii $=f$

et

et cosinus $=g$. Inde porro habetur cosinus anguli EPG$=\frac{ny-mx}{r}$ et cosinus anguli EPF$=\frac{gy-fx}{r}$.

In triangulis TAE, GAE et FAE anguli ad A dati sunt, subtendunt enim complementa altitudinum ZB, ZC et ZD, quibus igitur semissibus aequantur. Sit anguli TAE cosinus $=a$, anguli GAE cosinus $=b$ et anguli FAE$=c$.

Quoniam latera ET, EG et EF, tam ad triangula in plano (EPT, EFG, EPF) quam ad triangula projectoria TAE, GAE et FAE pertinent, poterunt illa bis determinari et sic aequationes formari vti sequitur:

1 - - $\overline{\text{ET}}^2=\frac{2a\varepsilon\beta}{r}-\varepsilon\varepsilon-\beta\beta=\frac{2y\alpha\delta}{r}-\alpha\alpha-\delta\delta$

2 - - $\overline{\text{EG}}^2=\frac{2b\varepsilon\beta}{r}-\varepsilon\varepsilon-\beta\beta=\frac{2(ny-mx)\alpha\delta}{rr}-\alpha\alpha-\delta\delta$

3 - - $\overline{\text{EF}}^2=\frac{2c\varepsilon\beta}{r}-\varepsilon\varepsilon-\beta\beta=\frac{2(gy-fx)\alpha\delta}{rr}-\alpha\alpha-\delta\delta$

auferatur secunda a prima et fiet

4 - - $r(a-b)\varepsilon\beta=(ry-ny+mx)\alpha\delta$

et tertia a prima

5 - - $r(a-c)\varepsilon\beta=(ry-gy+fx)\alpha\delta$

ex quarta et quinta fit

6 - - $\frac{ry-ny+mx}{a-b}=\frac{ry-gy+fx}{a-c}$

quae debite reducta reddit tandem

7 - - $\frac{rx}{y}=\frac{(c-b)(r-g)-(a-c)(r-n)}{(a-b)f-(a-c)m}$.

Hac regula innoteſcit tangens anguli EPT, in ſimulque anguli EPG, EPF. Ponatur coſinus anguli EPT$=S$, coſinus autem anguli EPG ſit $=\int$ ille antea fuerat $=y$, hic vero $=\frac{ny-mx}{r}$. Ponatur etiam coſinus anguli EPF$=Q$ qui antea fuit $=\frac{gy-fx}{r}$.

Notandum eſt eſſe $\varepsilon\varepsilon-\delta\delta=\beta\beta-\alpha\alpha=rr$, quadratum enim ſecantis minutum quadrato tangentis relinquit quadratum radii.

In prima aequatione auferatur vtrinque $\alpha\alpha+\delta\delta$, deinde pro α, β, δ, et ε ſubſtituantur valores ſupra aſſignati, vt facta reductione debita, prodeat

8 - - $qz=\frac{arr-Spv}{r}$ et

9 - - $pv=r\frac{ar-qz}{S}$

ſecunda aequatio tractata vt prima dat

10 - - $qz=\frac{brr-fpv}{r}$ et

11 - - $pv=\frac{br-qz}{s}r$.

Tertia denique aequatio reddit

12 - - $qz=\frac{crr-Qpv}{r}$

13 - - $pv=\frac{cr-qz}{Q}$

ex octaua et decima fit

14 - - $pv=rr\frac{a-b}{S-s}$

item ex 9 et 11. } Q. E. I.

15 - - $qz=\frac{Sb-sa}{S-s}r$ }

De

De hisce regulis notetur,

1. quod similes sint regulis in prima solutione inventis, licet ibi aliae vt videtur quantitates et dentur et quaerantur.

2. Quod, post inuentum angulum EPT, reliquae regulae non nisi duabus determinentur altitudinibus. Sic regulas pro *pv* et *qz* inueniendas non nisi *a* et *b* item S et *s* ingrediuntur, desunt *c* et Q. Hinc est, quod eaedem regulae aliis praeterea modis possint exprimi. Si enim comparentur aequationes, 8 et 12, 9 et 13, item 10 et 12, 11 et 13, aliae prodibunt expressiones aequiualentes.

NB. Similitudo harum et primo inuentarum regularum in omnibus aliis problematibus secundum has methodos solutis obtinet. Quae proprietas notatu dignissima est.

Intelligitur autem ita: Arcus in superficie sphaerica descripti ipsi sunt mensurae angulorum ad A, ab quibus subtenduntur, nam hoc casu semicirculus 90° tantum constat gradibus, vti ex elementis patet. Sic dispalescit regulas has et primas easdem esse debere necessario.

SOLUTIONES
QUORUNDAM PROBLEMATUM ASTRONOMICORUM.

Aut. Georg. Wolffg. Krafft.

§. 1.

Menſ. Dec. 1729. Tab. X.

Trigonometria ſphaerica ancillatur et ſubſeruit Aſtronomiae, ſed ita tamen ſubſeruit, vt ſaepe officia debeant extorqueri. Factum quidem iamdiu eſt, vt in ſingulis Triangulis ſphaericis ſoluendis nihil amplius requirere poſſit aut neceſſitas aut commoditas: verum, ſi non ex vnico, ſed ex aliquot inter ſe connexis eiusmodi Triangulis pendeat quaeſitum, tum plerumque omnia nodis ita inter ſe contortis laborant, vt, ſi vel maxime detexeris callem, quo adiri quaeſitum poſſit, accuſes tamen moleſtiam in obeunda via ſaepe non exiguam. Conſulitur his incommodis triplici potiſſimum modo: *Vno*, quo, ſphaericis lateribus et angulis vnice conſideratis, in promtu ſunt artificia, quibus Sinus, Coſinus, Tangentes, ſummae vel differentiae arcuum, dignoſci ex inſpectis Algebraicis Formulis poſſunt, licet mutato et diffuſo habitu incedant; in quo genere eximia ſunt, quae Cl. *Maierus Commentariis Anni* 1727 inſeruit. *Altero*, quo ipſa Sphaera, pro natura Problematis, varie diſſecta, ex principiis Geometriae rationes eruuntur, quibus ad propoſitum deueniri queat; quor-

quorſum pertinet elegans Solutio Problematis cuiusdam Aſtronomici, à Cel. *Hermanno* huic Tomo inſerta. *Tertio*, quo ex legibus Proiectionum Sphaerica mutantur in plana triangula; cuius elegantiſſimum eſt exemplum Solutio *Neperiana* trianguli Sphaerici, ex datis tribus lateribus, *Mirifici Logarithmorum Canonis Deſcriptioni*, praemiſſa, pag. 50. Merentur hi modi, vt, ad Aſtronomici calculi commoda, indies magis magisque perficiantur.

§. 2. Primo quidem vtilitate non caret, ſi ad manus ſit Formula Algebraica, qua, ex datis tribus trianguli Sphaerici lateribus, angulorum aliquis definitur: cum tale triangulum per ordinariam reſolutionem in duo triangula rectangula ſolui non poſſit. Obtinetur talis Formula facillime ſequenti modo. Sit in triangulo ABC demiſſus ex vertice arcus perpendicularis in AB, atque ponantur ipſius AB ſinus S. Coſinus C; AC ſinus s coſinus c; CB ſinus p, coſinus q; BAC ſinus m, coſinus n, ſinus totus $= 1$, quod in ſequentibus vbique faciam. Erit igitur in triangulo rectangulo ACD, haec analogia $1 : \text{Coſ. A } (n) = \text{tang. AC } (\frac{s}{c}) : \text{tang. AD} = \frac{ns}{c}$, vnde erit ſinus AD $= \frac{ns}{\sqrt{(c^2+n^2s^2)}}$; et coſinus AD $= \frac{c}{\sqrt{(c^2+n^2s^2)}}$; hinc per §. 5. *Trigonometr. Maieri Tomo II. horum Commentar.* DB Coſinus $= \frac{Cc+nCs}{\sqrt{(c^2+n^2s^2)}}$. In eodem triangulo ACD erit etiam $\frac{c}{\sqrt{(c^2+n^2s^2)}} : c = 1 : \text{Coſ. CD} = \sqrt{(c^2+n^2s^2)}$; tandem in triangulo CDB habebitur $\frac{Cc+nCs}{\sqrt{(c^2+n^2s^2)}} : q = 1 : \text{Coſ. CD};$ Fig. 1.

$=$

$= \frac{q\sqrt{(c^2+n^2s^2)}}{Cc+nSs} = \sqrt{(c^2+n^2s^2)}$, ex qua aequatione fit $q = Cc+nSs$, vel $n = \frac{q-Cc}{Ss}$, quae Formula eadem est cum illa, quam dedit Cl. *Maierus* §. 18. suae Dissertat.

Fig. II. §. 3. Sit angulus quicunque ACD, huius dimidium ACE, erit ob triangula similia ACE, ADB, $1 : AE = 2AE : AB$, hinc $AE = \sqrt{\frac{1}{2}AB}$, et vocato Cosinu BC, C, erit sinus anguli dimidii $= \sqrt{(\frac{1-C}{2})}$. Vnde posito angulo quocunque A, cuius Cosinus sit C, et ipsius $\frac{1}{2}A$ sinus M, Cosinus N, erit $M = \sqrt{(\frac{1-C}{2})}$ vel $2M^2 = 1-C$. Eodem modo facile deducitur haec aequatio $2N^2 = 1+C$. In praeced. §. 2. in-

Fig. I. uentus est Cosinus $A = \frac{q-Cc}{Ss}$, erit itaque $(\text{sin. } \frac{1}{2}A)^2 = \frac{Cc+Ss-q}{2Ss}$; vocetur $\text{Cos.}(AB-AC) = k$, erit $Cc+Ss = k$, per §. 5. *Dissert. Maierianae*, hinc $(\text{sin. } \frac{1}{2}A)^2 = \frac{k-q}{Ss}$; porro sit sinus $\frac{1}{2}(BC+AB-AC) = \alpha$, et sin. $\frac{1}{2}(BC+AC-AB) = \beta$, erit per §. 9. *Dissert. cit.* $k-q = 2\alpha\beta$, hinc $(\text{sin. } \frac{1}{2}A)^2 = \frac{\alpha\beta}{Ss}$, vel log. sin $\frac{1}{2}A = \frac{l\alpha+l\beta-lS-ls}{2}$, quae est regula, quam pro solutione horum triangulorum dedit *A. Vlacq. in Tabb. Sinuum* cap. V. prop. 6.

§. 4. Transeo nunc ad Problemata Astronomica, quorum primum sit sequens: *Inuenire locum, quem Sol obtinere debet, ita vt eius motus in longitu-*

Fig. III. *dinem sit aequalis motui Ascensionis rectae.* Ponatur in hunc finem EDA Aequator, CBA Ecliptica, H Solstitium aestiuum. Deinde sit locus aliquis Solis B, et alius C, erit eo tempore motus in longitudinem BC,

BC, et ductis ex polo aequatoris P quadrantibus PD, PE, erit DE conueniens motus Aſcenſionis rectae; debent ergo arcus BC et DE inter ſe aequari. Vocatis obliquitatis Eclipticae Coſinu c, BC aut DE tangente a, AB tangente x, erit in triangulo rectangulo ABD $1 : c = x$: tang. AD $= cx$, vnde tangens ſummae AE $= \frac{a+cx}{1-acx}$ per §. 6. *Diſſert. cit.* Ex eadem ratione tangens AC eſt $= \frac{a+x}{1-ax}$; et in triangulo CEA eſt rurſus $1 : c = \frac{a+x}{1-ax}$: tang. AE $= \frac{ac+cx}{1-ax}$, vnde fit $\frac{a+cx}{1-acx} = \frac{ac+cx}{1-ax}$, qua aequatione ad eandem denominationem redacta, et diuiſa per $1-c$, fit $x = \frac{\sqrt{4c+(1+c)^2a^2}-(1+c)a}{2c}$. Itaque ſi deſideretur locus aliquis B talis, vt aſſumto motu in longitudinem dato, cuius tangens ſit a, conueniens motus Aſcenſionis rectae motui priori in longitudinem ſit aequalis, ſumendus erit pro x valor modo inuentus. Si vero motus in longitudinem aſſumatur inſtantaneus, fiet BC arculus infinite paruus, cuius proinde tangens a euaneſcet; vnde formula inuenta degenerat in hanc: $x = \frac{1}{\sqrt{c}}$, aut vocata cotangente ipſius AB, quae erit tangens ipſius HB diſtantiae Solis à Solſtitio, $= t$, erit $c = t^2$, vnde concluditur, quod tangens diſtantiae Solis à Solſtitio, ſit media proportionalis inter radium et coſinum obliquitatis Eclipticae; quae eſt eadem regula quam inuenit *Dom. Parent* ope Calculi Differentialis in *Comment. Acad. Scient. Pariſinae* 1704, *pag.* 187. *Edit. Amſtelod.* Itaque pro obliquitate Eclipticae hodie fere recepta 23° 29′ inuenitur $lt = 9.9812263$, cui

pro AB quatuor ſequentes reſpondent arcus 46° 14′ 17″, 133° 45′ 43″, 226° 14′ 17″, 313° 45′ 43″. Qui coincidunt cum locis Eclipticae ſequentibus $\overset{\circ}{\underset{m}{}}$ 16° 14′ 17″, nec non $\overset{\Omega}{\underset{m}{}}$ 13° 45′ 43″. Non vero poterunt per hanc regulam corrigi Tabulae Aſcenſionum rectarum, prout l. c. dicitur; atque abſoluenda eſt Trigonometria Sphaerica ab ea labe, quod interdum palpando tantum perficiat negotia ſua. Quod ſi enim occurrunt Tabulae quae inuentis his longitudinibus Solis non congruunt, illae, ſi iuxta regulas Trigonometriae Sphaericae probe ſint calculatae, non aliter errant, niſi quod aliam obliquitatem Eclipticae quam 23° 29′ ſupponant, quod ſi vitium eſt, vitium certe eſt Hypotheſeos Aſtronomicae, non vero methodi Trigonometricae, quae non minus principiis Geometricis innititur quam calculus Algebraicus. Vt vero generalis ſolutio huius Problematis per Logarithmos abſolui poſſit, erit ex §. 3. vocato Coſinu dimidiae obliquitatis Eclipticae n, $1+c=2n^2$, vnde fit $cx=\sqrt{(c+a^2n^4)}-an^2$; ponatur porro $c=a^2n^4+m^2$, erit $m^2=\frac{c^2}{a^2n^4}$, et habebitur $\sqrt{mm+1}-1=\frac{cx}{an^2}$. Sit m, quae per Logarithmos inueniri poteſt, tangens anguli cuinsdam, quem voco M; erit huius anguli ſecans $=\sqrt{mm+1}$, itaque ſecans $M-1=\frac{cx}{an^2}$. Sit praeterea huius anguli cogniti M coſinus $=p$, erit ſecans $M=\frac{1}{p}$, et $1-p=\frac{pcx}{an^2}$; po-

ponatur denique sinus $\frac{1}{2}M=q$, erit $1-p=2q^2$, vnde oritur $x=\frac{2an^2q^2}{cp}$ ex qua aequatione x per solos Log-mos inueniri poterit.

§. 5. *Datis duabus altitudinibus stellae cuiuslibet, vna cum Azimuthis, quae illis altitudinibus conueniunt, inuenire eleuationem Aequatoris.* Sit Meridianus PZG, Aequator DEF, Horizon GEH, parallelus stellae CBA, complementa altitudinum BZ, AZ, Azimutha BZP et AZP; ponantur Sinus et Cosinus BZ s, c; AZ S, C; PZ x, y; et quia BZP et AZP anguli erunt vtplurimum obtusi, sint Cosinus illius $=-m$, huius $=-n$. Ergo per §. 2. erit Cos. BP$=cy-msx$, nec non Cos AP$=Cy-nSx$, vnde ob BP$=$AP, fit $cy-Cy=msx-nSx$, aut vero $\frac{c-C}{ms-nS}=\frac{x}{y}=$ tang. PZ. Quae formula vt ad Log-mos reduci possit, ponatur $s=\frac{qS}{m}$, erit $q=\frac{ms}{S}$; sit q Cosinus anguli cuiusdam, quem voco M; hoc vero semper fieri poterit; nam ob $S:s=m:q$, et $S>s$ erit $q<m$, atque ob $m<1$, etiam $q<1$. Vocetur deinde sin. $\frac{1}{2}$(AZ$+$BZ)$=$A, et sin. $\frac{1}{2}$(AZ$-$BZ)$=a$, erit $c-C=2Aa$, hinc fit tang. PZ$=\frac{2Aa}{q-n.S}$; ponatur denique Cos. $\frac{1}{2}$(AZP$+$M)$=$B, Cos. $\frac{1}{2}$(AZP$-$M)$=b$, erit $q-n=2Bb$, quare tang. PZ$=\frac{Aa}{Bb.S}$. Fig. IIII.

§. 6. *Datis duabus altitudinibus Solis, aut stellae cuiuscunque, vna cum earum temporibus, vel distantiis à meridiano, inuenire altitudinem meridianam, et eleuationem Poli.* Sint sinus et cosinus BZ s, c; AZ S, C; PZ x, y; BP$=$AP t, u; BPZ m, n; Fig. IIII.

APZ p, q; erit $c = uy + ntx$; nec non $C = uy + qtx$; fit ergo ex combinatione harum aequationum $c - ntx = C - qtx$, vnde $\frac{c-C}{n-q} = tx$; qui valor ſubrogatus in vtranis praecedentium aequationum dat $uy = \frac{Cn-cq}{n-q}$. Ergo erit Coſ. (PB+PZ) $= uy - tx = \frac{\overline{1+n}.C - \overline{1+q}.c}{n-q}$; et Coſ. (PB−PZ) qui ſimul eſt ſinus altitudinis meridianae $= uy + tx = \frac{\overline{1-q}.c - \overline{1-n}.C}{n-q}$. Poterit ergo ex his inueniri ſumma et differentia arcuum incognitorum PZ et PB, quibus datis arcus ipſi non latebunt. Ex praecedentibus autem facile erit hanc operationem per logarithmos abſoluere, cuicunque placebit hoc Problema ad vſum transferre.

§. 7. Continetur ſub hac generali Solutione etiam Solutio illius Problematis Aſtronomici, quod à *Jacobo Bernoulli* in Diſſertatione aliqua Baſileae 1687 habita exponitur. Nempe, *Obſeruatur alicubi hora ſexta poſt meridiem altitudo Solis ſupra Horizontem* 12°; *elapſa autem poſt momentum obſeruationis hora vna cum* 12 *minutis, occidit Sol*; *quaeritur ſub qua Latitudine inſtituta ſit obſeruatio, et quo die*? Fiunt enim, retinendo denominationes Problematis generalis, s, c, ſinus et coſinus 78°; $S = 1$, $C = 0$; $m = 1$, $n = 0$; p ſinus 108°, q coſinus 108°, hinc pro q ſcribendum $-q$; quibus ſubſtitutis fit Coſ. (PB+PZ) $= -\frac{\overline{1-q}.c}{q}$, quod indicat ſummam hanc facere angulum obtuſum. Coſ. (PB−PZ) $= \frac{\overline{1+q}.c}{q}$. Ponatur ſinus $\frac{1}{2}$ZPA $= \alpha$, coſinus $= \beta$, erit $1 - q = 2\beta^2$, $1 + q = 2\alpha^2$, hinc exiſtit Coſ. (PB+PZ)

Fig. V.

$=-\frac{2\beta^2 c}{q}$, Cos.(PB−PZ)$=\frac{2\alpha^2 c}{q}$. Itaque Problema per solos Log·mos facile resoluetur. Fig. VI.

§. 8. Sequenti Problemati soluendo inseruiet hoc Lemma: Sit Semicirculus AGJK, atque in eo duo anguli, maior ADI, minor ADG; illius sint Sinus rectus CI, Cosinus CD, sinus versus AC; huius autem sinus rectus BG, Cosinus BD, sinus versus AB. Differentiae horum duorum angulorum sinus rectus erit FI, sinus versus FG. Ob similia triangula GBD, ECD, habebitur BD:DG(1)=CD:DE$=\frac{CD}{BD}$, hinc GE=1−DE$=\frac{BD-CD}{BD}=\frac{BC}{BD}$. Erit etiam in Triangulo FEI sinus E(BD):FI= sinus FIE(GB):FE$=\frac{FI\times GB}{BD}$, vnde erit sinus versus differentiae GF=GE−FE$=\frac{BC-FI\times GB}{DB}$.

§. 9. Problema ipsum vero hoc est: *Datis tribus altitudinibus stellae cuiuscunque, vna cum differentiis temporum inter obseruationem primam et secundam, secundam et tertiam, inuenire Eleuationem Poli, et Declinationem stellae.* Sit Meridiani planum RAO, Horizontis RST, Paralleli in quo stellae mouetur AHO, erunt datarum altitudinem sinus FK, GL, HM, et differentiae temporum datae, anguli FEG, GEH; sinus altitudinis meridianae AI. Ponantur itaque AI=x, FK=a, GL=b, HM=c; anguli FEG sinus rectus =g versus =l; anguli FEH sinus rectus =k, versus =n; praeterea sint sinus versi AEF=u, AEG=y, AEH=z. Ex solutione Problematis §. 6. elicitur $x=\frac{ay-lu}{y-u}$; nec non $x=\frac{bz-cy}{z-y}$, Fig. VII.

aut etiam $x = \frac{az-cu}{z-u}$. Ex his aequationibus deducitur (A) $y = \frac{a-b.z+b-c.u}{a-c}$. Per Lemma praemiſſum habebitur $l = \frac{y-u-g\sqrt{2u-uu}}{1-u}$, et $n = \frac{z-u-k\sqrt{2u-uu}}{1-u}$; ex illa fit $y = g\sqrt{2u-uu-ul+l+u}$, ex hac vero $z = k\sqrt{2u-uu}+u+n-nu$, qui valor ſubſtitutus in aequatione (A) efficit $y = \frac{a-b.(k\sqrt{2u-uu}+n-nu)}{a-c}+u$; aequentur itaque hi duo valores inuenti ipſius y, fiet exinde $\frac{\sqrt{2u-uu}}{1-u} = \frac{a-b.n-a-c.l}{a-c.g-a-b.k}$. Eſt vero quantitas prior tangens anguli AEF; hinc tangens AEF huic valori dato aequatur. Hoc igitur pacto cognitus erit angulus AEF, et huius ope reliqui AEG, AEH, ergo dabuntur u, y, z, et harum auxilio ſinus altitudinis meridianae x. Reducetur vero etiam Problema hoc ad §. 6. quo traditur modus inueniendi altitudinem Poli ex datis duabus altitudinibus et earum temporibus; quare per illud reliquum huius poterit ſolui. Ex praecedentibus vero Operatio Logarithmica haud difficulter adornabitur.

CLAS-

CLASSIS SECUNDA,
CONTINENS
PHYSICA.

DE
LUCE BOREALI

AUTORE
F. C. Mayero.

1.

Anno 1726 menſe Octobri obtuli Academiae obſeruationes meas de luce boreali, vna cum explicatione phaenomenorum huius lucis. Ab eo tempore non tantum noua obſeruaui phaenomena, ſed et nouas theoriae meae feci acceſſiones. Par eſt vt haec quoque Academiae ſiſtam eiusque iudicio exponam. Menſe Oct. 1728. Tab. XI.

2. Apparuit nuper, ſc. poſt mediam noctem quae diem 16 Sept. huius anni anteceſſit, lux pulcherrima: haec vnica comprehendit omnia iſta phaenomena noua quae ſeorſim ante annotaui. Hanc igitur quia inſtar eſt omnium ſolam recenſebo.

3. Aër tum fuit defoecatiſſimus atque tranquillus adeo vt Neuae fluuii ſuperficies ſtellarum imagines incorrupta fere forma reflecteret, quod

ante nunquam vidi. Animaduerti tamen ſumma adhibita attentione aërem ex Sud-Oſt quam leniſſime fluentem.

4. Ab initio arcus aderat lucidus, ſatis bene terminatus, 30° circiter altus: Vertex ejus boream exacte non tenebat, declinabat enim ad occidentem ſenſibiliter valde: Margo interior niger aut fuſcus non erat ſicut alias, ſed aeque ac reliqua lucidus: crura horizontem non attingebant, deſinebant in vapores obſcuros, qui horizontem 10° fere gradus alti cingebant: Interius ſpacium, chasma dictum aut vorago, nigerrimum non erat vti alioquin, ſed pallida luce diluebatur: Trabes ſiue virgae intra voraginem nullo ordine viſae ſunt oriri, quae ab initio vltra arcum non extendebantur:

5. Poſthaec trabes vltra arcum proſilire ceperunt, ortum in voragine vt ante habentes: oriebatur intra voraginem arculus non diu duraturus in quo trabium radices terminabantur: Motus trabium mirus erat, quae enim in occidentali arcus parte extabant, verſus occidentem ferebantur, ad orientem ferebantur quae in orientali arcus parte ſitae erant; boreales autem trabes ſtabant immobiles; Ex hoc phaenomeno intellexi lucem moueri ex Nord-Weſt verſus verticem meum, id quod et ſequentibus phaenomenis confirmatum eſt.

6. Arcus quo ſubinde altior eo quoque deformis magis euadebat: Motus hic aſcendens ab initio lentus, poſtea ſubinde celerior fiebat: Altitudinem 40 graduum (mea leui aeſtimatione) poſtquam ſu-

ſuperauit, in partes abire, hoc eſt in nubeculas lucidas albore viam lacteam imitantes diuidi coepit: Hae nubeculae mouebantur verſus verticem, euaneſcebant mox, moxque redibant ſed non exacte ſub priore forma et loco: (agitabantur enim nimis). Tota tandem hemiſphaerii noſtri pars borealis eiusmodi nubeculis conſita videbatur: Ex paruis virgis ſiue trabibus compoſitae erant interdum: Interdum maiores trabes traiiciebant tres pluresue nubeculas, trabium vero partes in nubecularum interſtitia cadentes non poterant videri, vt hoc pacto trabes ruptae ſiue non continuae fuerint.

7. Trabes quo erant occidentaliores eo obliquius horizonti inſiſtebant, atque hoc pacto non ad verticem tendebant, ſed ad aliud punctum quod *a* vertice verſus occaſum aliquot gradibus diſtitit: Hoc punctum, quod verticem vicarium vocare lubet, ab ipſis trabibus eleganter notabatur; cöeuntes enim ibi interdum figuram formabant ſimilimam nimbis queis Deorum aut Sanctorum capita ornare ſolent:

8. Haerebat aliquantisper circa horizontem in occaſu nübecula ſubfuſca et fumida, poſtea ſenſim ad verticem aſcendebat, motu ſubinde celeriori quo ſe: propior fiebat vertici: Quo propior fiebat eo ruborem acquirebat ſaturiorem, donec tandem vertici proxima exquiſitiſſime rutilaret: Trabes eam traiicientes rubro tingebat colore: euaneſcebat mox, et mox redibat: Tandem vero verticem praetergreſſa penitus euanuit.

9. Hae ſunt *obſeruationes nouae* quas enarrare pollicitus ſum. *Primum* quod *ex illis deduco*, monitum eſt, obſeruationum, quas Anno 1726 dedi, nonnullas corrigi debere, ſunt enim ibi phaenomena allegata, de quibus dixi ea *conſtanter* ſic ſe habere, cum dicere debuiſſem *quam plurimum* ſic ſe habere: Ex. gr: §. 4. nro. 12 dixi, *omnes virgae recta ad verticem tendunt*: (id tum aliter non obſeruaui) nunc dicendum eſt, *vt plurimum* ad verticem tendunt, interdum vero ad verticem vicarium. (§. 7.) Dixi; l. c. nro. 3. *altiſſima arcus pars boream ad ſenſum* ſemper *exacte tenet*. Debebam dicere vt plurimum. Nro. 9. dixi: *chasma* ſemper *eſt tenebricoſum*, nunc dico, vt plurimum. Hae ſunt fere correctiones omnes quas primae meae obſeruationes poſtulant.

10. *Altera concluſio* haec eſt: Suprema aëris ſuperficies a centro terrae non vbique aequaliter diſtat, ſed mox hic intumeſcit mox alibi ſubſidet. Sequitur id ex theoria mea de luce boreali, ſtatuo enim trabes eſſe lucem reflexam a ſuperiori quadam ſuperficie lucidis nubeculis imminente. (vide I. Tom. Comment. pag. 356, 361, 362.). Cogitetur planum aliquod tranſiens per oculum ſpectatoris, per trabem et per punctum radians, planum hoc ſecabit ſuperficiem reflectentem ad angulos rectos. (id ex opticis conſtat) Si ſuperficies reflectens a centro terrae aequaliter vbique diſtat, plana eiusmodi, quotquot finguntur, omnes per verticem tranſeunt ſpe-

ſpectatoris, propter regulam ante allegatam: Si vero ſuperficies reflectens aequaliter a centro terrae non diſtat, neceſſe eſt etiam ob regulam allegatam vt plana talia non amplius in vertice ſed alibi cöeant, nimirum in vertice vicario: ibi nimirum vbi trabes cöeunt; exiſtunt enim trabes in hiſce planis. (nolo haec ſcrupuloſius demonſtrare ne nimius ſim). Inuerto igitur poſteriorem propoſitionem et dico, quia vertex vicarius obſeruatus eſt (§. 7.) igitur ſuprema reflectens ſuperficies, et proinde aëris quoque extrema ſuperficies a centro terrae, aequaliter non diſtant vbique et ſemper.

11. Eadem vero poſitio aliunde conſtat quoque: Certum eſt, quod ſi aër non niſi grauitatis actione ad terram cogeretur, ſuperficies eius extima a centro terrae ſemper et vbique diſtaret aequaliter. Atque hunc caſum ſolum conſideraui in primo meo de luce boreali ſcripto: (vid. l. c. pag. 358.). At nullum eſt dubium quin äer noſter, praeter grauitatem, Solis etiam, Lunae, Martis et Veneris attractiones ſentiat: Solis et Lunae actiones aquarum in oceano ſuperficiem hic attollunt deprimunt alibi, quidni ergo et äer, qui aqua longe fluidior eſt, eodem modo deprimeretur et attolleretur?

12. Aëre ſic conſtituto, Aſtronomos moneo, vt de *refractionibus azimutalibus* poſthac magis ſint ſolliciti, nullas enim plerique agnoſcunt; nullae quidem darentur ſi ſuperficies äeris ſemper a centro terrae aequaliter diſtaret, aut ſi non niſi in vertice obſeruatoris intumeſceret ſubſideretue, ſed

rem multo aliter ſe habere ex duobus praecedentibus articulis aperte conſtat. Suſpicor aeque magnas poſſe interdum eſſe, refractiones azimutales, ac ſunt altitudinum refractiones: De altitudinum refractionibus iudico verſus *diuerſas plagas* etiam diuerſas eſſe poſſe eodem tempore, ob aëris ſuperficiem verſus diuerſas plagas diuerſe a centro terrae remotam. Paucis haec et obiter tangere volui.

13. *Tertium* quod adductae obſeruationes praeſtant, eſt, quod theoriam meam de luce boreali firmius ſtabiliant. Dixi in meo primo ſcripto duas lucis borealis ſpecies eſſe, easque reipſa non differre, ſed ſolo nubecularum lucidarum ſitu effici duplicem apparentiam, et quomodo efficiatur, explicaui ibidem §. 19. iam ſi quis attendat ad phaenomena in §. 6. huius ſcripti recenſita, aperte videbit, quod vna ſpecies in alteram tranſiuerit, ſolo motu materiae lucidae, quo ad verticem tendebat, quod quidem explicationi ad amuſſim congruit. Porro, trabes non niſi lucem reflexam eſſe aperte conſtat ex eodem articulo, in quo ſub finem trabes allegantur in fruſta ſectae. Qui enim hoc modo discerpi poſſet ignis actu exiſtens? Caeterum per haſce obſeruationes confirmatur quod in primo ſcripto de vento notaui, nempe ſuperioris et inferioris regionum ventos, in contrarias ſpirare plagas, conferantur §. 3. et §. 5.

14. *Quarta concluſio* eſt, quod interdum duo lucidae materiae ſtrata exiſtant, quorum vnum alteri imminet, ita vt nubeculae lucidae ſuperioris ſtra-

ſtrati reflectant lucem inferioris ſtrati ſub forma trabium. Sic in praeſenti caſu lux quae in chasmate fuit, infra eam ſtetit, ex qua arcus componebatur, arcus enim reflectebat trabes in chasmate ortas v. §. 4. et 5. Nubeculae item lucidae §. 6. allegatae et paruas et magnas reflectebant trabes; imo et nubecula rubra §. 8. idem praeſtitit.

15. Quid *rubra nubecula* § 8. allegata ſit, dicere non poſſum. Aquea ſolummodo certe non fuit, admixta debuit eſſe materia vere non apparenter, rubicunda. Teſtis ſimul eſt varias in aëre vagari materias quas non facile adeſſe ſuspicamur. Mihi hanc ſolam videre contigit; ab aliis tamen habeo ſaepius tales apparere nubes, tum temporis quum lux borealis exiſtit.

16. Articulo 37mo ſcripti mei primi regulam dedi qua *materiae lucidae altitudo* computari poteſt. Manifeſtum autem eſt eam ſupponere aëris ſuperficiem a centro terrae aequidiſtantem, quem quidem caſum ſolum in iſto ſcripto conſideraui; Igitur inutilis ſemper eſt regula quoties trabes ab horizonte normaliter non aſcendunt, nec ad verticem tendunt. Crebro tamen caſus hic obtinet, et tum regula prodeſſe poteſt; oſtendam itaque paucis, quomodo eam inuenerim.

Problema.

17. Datis per obſeruationes altitudine lucis borealis maxima, eiusdem amplitudine horizontali, et latitudine loci quo ſpectator eſt, inuenire materiae lucidae diſtantiam a terra.

Ex-

Explicatio Figurae I.

Fig. 1. *Circulus interior* GLS *globum terrae, ſimulque meridianum ſpectatoris* S *refert.*

Circulus exterior EIK *ſuperficiem atmosphaerae eam deſignat in qua materia lucida ſuſpenſa haeret.*

Linea PCL *eſt axis mundi, qui normaliter tranſit per centrum plani circuli paralleli* FEDKF, *cuius diameter eſt* EK. *In hoc parallelo materia lucida exiſtere concipitur.*

Linea MR *eſt linea meridionalis in plano horizontali ducta, quod planum horizontale ſemidiametro terrae* SC *normaliter incumbere et indefinite extendi concipiendum eſt.*

Linea FD *eſt locus vbi planum horizontis et planum circuli paralleli ſe interſecant. Pars ergo huius circuli* FED *ſupra horizontem eleuata arcum lucis borealis format.*

Triangulum SFD *in plano horizontis deſcriptum eſt; duo eius crura* SF *et* SD *ſunt aequalia, angulus ad* S *metitur amplitudinem crurum lucis borealis.* F *et* D *ſunt loca vbi crura arcus borealis horizonti inſiſtunt.*

In triangulo ESN *angulus ad* S *eſt altitudo maxima arcus borealis; angulus vero ad* N *eſt altitudo aequatoris, ergo angulus ad* E *datus eſt quoque.*

Lineae EC, FC, DC *ſunt aequales omnes, ſunt enim ſemidiametri atmosphaerae.*

Hisce

Hisce explicatis, quantitatibus calculum constituentibus notas tribuere oportet; sit ergo

Sinus totus $=r$
Latitudinis loci cosinus $=q$
Altitudinis arcus ESN sinus $=m$
Dimidiae amplitudinis (FSN$=$DSN) cosinus $=g$
Anguli SEN sinus $=b$
Semidiameter terrae SC$=a$
Semidiameter atmosphaerae CD$=x$.
Distantia spectatoris S ab vertice arcus E$=y$.

In triangulo CSE *est latus* ES$=y$, EC$=x$, SC$=a$, *et cosinus anguli ad S est* $=m$ (*ob rectum angulum* CSN *accedentem ad* ESN) *habetur ergo per triangulorum naturam.* Fig. 2.

1 - - $m=r\frac{aa+yy-xx}{2ay}$

ex qua fit

2 - - $xx=\frac{raa+ryy+2amy}{r}$

In triangulo SEN *est* SE$=y$, *sinus anguli ad* E *est* $=b$ *sinus anguli ad* S *est* $=m$, *et sinus anguli ad* N *est* $=q$, *habetur inde* Fig. 3.

3 - - $q:y=b:\mathrm{SN}=\frac{by}{q}$

In triangulo rectangulo SNF *siue* SND *habetur* SN$=\frac{by}{q}$, *anguli ad* S *cosinus* $=g$, *sit ergo* Fig. 5.

4 - - $g:\frac{by}{q}=r:\mathrm{SF}=\frac{rby}{gq}$

In triangulo rectangulo FSC *habetur* SF$=\frac{rby}{gq}$, SC$=a$, *et* FC$=x$, *inde per pythagoricum prouenit.* Fig. 4.

5 - - $xx=\frac{rrbbyy+ggqqaa}{ggqq}$.

Ex hac quinta et praecedente ſecunda fit

6 - - $raaggqq+rggqqyy+2amggqqy=rrrbbyy+rggqqaa$

7 - - $rggqqyy+2amggqqy=rrrbbyy$

8 - - $rggqqy-rrrbby=-2amggqq$

9 - - $y=\frac{-2amggqq}{r(ggqq-rrbb)}=\frac{2amggqq}{r(rrbb-ggqq)}$. Q. E. I.

18. Nullas idoneas hactenus licuit obſeruationes inſtituere, quibus regulam illuſtrarem, igitur futuro tempori nos committamus. Reſtat vt moneam, duo eſſe *errata* in §. 37. ſcripti mei prioris de luce boreali; (v. Tom. I. Comment. pag. 365.) Dixi *q* eſſe ſinum eleuationis poli; *coſinum* debueram dicere. Deinde *g* poſui = ſinui dimidiae amplitudinis, cum *g* potius *coſinum* notet.

DE SINIBUS CEREBRI

AUCTORE

Jo. Georg. Du vernoi.

§. 1.

Menſe Dec. 1728. Tab. XII.

Operam toties perdidi, in Sinuum cerebri qui anteriores *Galeno* lib. 8. de vſu partium, Aliis ſuperiores, item laterales vocantur, ex aliorum deſcriptionibus figurisue addiſcenda natura; At nedum eorundem faciem ſtructuramue integram unquam ſatis, vt opta-

tarem, intelligere valui, quia in praefatis deſcriptionibus iconibusue, vnica ſolummodo ſinuum facies in conſpectum venire, altera in totum deficere viſa eſt. *Julius Caeſar Arantius Bononienſis* id primum animaduertiſſe videtur cap. I. et III. Obſeruat. Anatom. his verbis: *Praeter iam perſpectos in cerebri ſubſtantia ſinus, quos ventriculos appellare conſueuimus, duos inſignes alios ſinus, aut cauitates in penitioribus cerebri partibus reconditas, atque alte deliteſcentes reperio, qui a ſuperiorum ſinuum, aut ventriculorum magnitudine non admodum, recedunt, membraneaque cerebri quadam ſolidiore ſubſtantia, velut priores, circumſcribuntur. Reſident hi ſub duobus illis ventriculis anterioribus, atque hinc inde, quaſi in ſubiecto nauigii alicuius abdito cubiculo, latent, ad anterioraque, verſus frontem protenduntur, tertioque, vel communi ſinui vt dicemus, quemadmodum et duo ſuperiores, continui euadunt, atque in illum velut cerebri centrum concurrunt.*

Horum ventriculorum baſi, quae intro ad medium reſpicit, candida inſurgens ſupereminet, et quaſi adnascitur ſubſtantia, quae ab inferiori ſuperficie, velut additamentum extollitur, pſalloidique corpori, ſeu teſtudini eſt continua, ac per longitudinem in anteriora, verſus frontem protenditur, inaequalique, ac flexuoſa figura praedita eſt, quae Hippocampi, hoc eſt marini equuli effigiem refert, vel potius bombicini vermis candidi, ſpinalis medullae initium hinc inde amplexantis, formam indicant, de cuius vſu alibi dicemus: huius particula caput referens tertio vocato ventriculo proxima eſt, reflexum vero corpus in caudam abiens ad anteriora pro-

tenditur; *quocirca ad ſuperiorum differentiam Hippocampi*, *vel Bombycini vermis ventriculos appellare libuit.*

§. II. Quoniam hac in deſcriptione nouorum ventriculorum ſeu ſinuum mentio facta eſt, dudum laboraui, vt verum ſenſum Auctoris caperem, quidnam per duos inſignes alios ſinus intelligat. Equidem, vulgaris opinio eſt, Sinus illico apparere reſectis ſenſim ac ſenſim particulis cerebri incumbentibus, donec ſpatium appareat in quo corpus ſtriatum, medulla oblongata et plexus choroideus continentur. Id vero, vti recte annotat *Arantius*, idaeam ſinuum imperfectam et mutilam ſuppeditat. Namque reuera praeter modo indicatum ſpatium, alia dantur ſpatia, quae in profundum demerſa ac minus oculis obuia ſunt: Quare haud improbabile eſt, ea fere hactenus neglecta fuiſſe: Nam ſi *ſinum bombycinum* oculi vidiſſent, miror quomodo res notatu digniſſima praefato ſinui inclusa, quae ab *Arantio* detecta et titulo *Hippocampi* vel *Bombycini* vermis deſcripta eſt, vsque adeo obſcure expoſita ſit. Nonſolum eius figuram nullam adhuc videre potui; Verum etiam, de eiusdem ſtructura et vera ſede vix quicquam effatu dignum apud Auctores reperio, quumque mole ſua quae pollicem aequat, tum etiam ſtructurae elegantia valde conſpicua pars exiſtat ac denique pſalloidi corpori continuata ſit, perſpicuum eſt, nullam aut mediocrem notionem eius fuiſſe poſt *Arantii* tempora, niſi ſub titulo vago crurum aut brachiorum *Fornicis*.

§. III. His motus rationibus, ſequentem *Hippocampi* deſcriptionem, adjecta ſimul figura, exhibere

bere operae pretium visum est. Vt is in conspectum veniat, primo sinus vulgo notus aperiendus est, qui inter duos apices hemisphaerii AA. in eiusdem latere interno falcem respiciente superficietenus excauatus est, quemque tota massa corticalis medullarisque vndiquaque superius inferiusque vsque ad rimam sinus, vel vsque ad concursum seu coniunctionem vtriusque hemisphaerii ambit. Huius rimae limbo BBB. tertius paries horizontalis titulo septi seu speculi lucidi, vel si mauis, tympani appositus est; estque tenuissima lamina medullaris, duos fere digitos lata, ante vtrumque sinum affixa. Tametsi vt simplex diaphragma cum *Galeno* a multis consideretur, quia ambae praefatae laminae sese proxime tangunt ac momento fere dissiliunt, re vera tamen duplex, ac hiatu intermedio in quo aquam vidimus, distinctus ac diuisus paries est. Vtriusque laminae substantia tenuissima est ac diaphana, immisso in alterutrum sinum aëre, instar veli aut vesicae sese expandens ac tumorem efficiens, sicuti in cerebris admodum idoneis diu contemplari procliue fuit. An via in tertium ventriculum, ea non obstante lamina, pateat nec ne, id internoscere haud potui; Verum rem obseruaui aliam haud in curiosam, scilicet interior superficies praefatae laminae, perexiguis ac visum pene effugientibus granulis aut papillulis ex asperata visa est.

§. IV. Jam remota ea lamina, pars magna sinus vulgo noti, id est spatium *ab*, helicem auriculae humanae aemulans, in quo corpus

ſtriatum, pars medullae oblongatae et plexus choroeideus continentur, apparet. Sed ab huius, ceu ſatis obuiae cauitatis deſcriptione conſulto abſtinemus ac verſus duo alia ſpatia inſignia oculos conuertimus. Ac primo, vbi Fornix ſinusque praecedens terminari videntur, lit. *b*, ductum geminum obſerua in diuerſas plagas haemisphaerii tendentem, quorum alter *c* lobum auriculae ſimulans, in poſteriori apice haemisphaerii recta excurrit, eaque cauitas eſt, quam *Thomas Bartholinus* in Anatome quintum renouata pag. 491. digitali ſimilem obſeruat. In hacce cauitate nullae conſpicuae ſunt protuberantiae. Alter ductus, ad ventriculum nouum ſeu bombycinum ducit, ac veluti cauitatem conchae ſimulat. Is, ſtatim a principio *d* curuus et arcui ſimilis, ſuper inferiorem hemisphaerii limbum, circa baſin medullae oblongatae, ſinum ſemisphaericum deſcribit, qui ex anguſto ſenſim latior ampliorque factus, poſtquam ad latus internum medullae oblongatae peruenit, in ſaccum oualem reliqua ſinus cauitate triplo maiorem terminatur *e*. In hoc ſacco *particulam* obſerua, qua in toto cerebro propter albedinem occaecantem fabricaeue elegantiam, pulchrior haud datur, puta Vermem bombycinum ſeu caput Hippocampi *Arantii* C, extra praefati ſacci planum, ad altitudinem 5 fere linearum et latitudinem xi. linearum protuberans, in cuius exteriore ſuperficie, ſpiralium circum volutionum exſculpta ſunt veſtigia *ff*. Ad haec, quum tereti et ouali figura, vsque ad duorum fere pollicum longitudinem, gaudeat, eo toto

to itinere ad vermis bombycini craſſioris effigiem non nihil accedit, vel ad effigiem cornu arietini, ad quam adhuc propius accedere mihi viſus eſt. Namque idem corpus, poſtquam è ſacco, cui incluſum eſt, ſeſe in ductum anguſtiorem demittit, valde gracileſcens, ſpiralium circum volutionum impreſſiones amittit quidem, ac in modum arcus incuruatur, *g.* formaque inteſtinali, ſuo tandem extremo, (quod ſub vocabulo cruris ſeu brachii Fornicis vulgo notum eſt) vna cum oppoſiti lateris brachio, Fornicis corpus immediate producit *b.*

Explicatio Figurae.

A. A. Duo apices haemisphaerii, cum intermedio ſinu *a. b.*

B. B. B. Limbus medullaris ſinum ambiens.

a. b. Sinus vulgo notus helicem auriculae humanae aemulans.

c. Sinus, lobum auriculae ſimulans, in poſteriori apice haemisphaerii,

d.e. Sinus bombicini vermis ſeu hippocampi *Arantii.*

C. Hippocampus ſeu vermis bombycinus *Arantii.*

ff. Spirales circumuolutiones vermis bombicini.

g. Curuatura et pars gracilior vermis bombycini.

b. Fornicis pars.

THE-

THEOREMA
DE
MOTU CURUILINEO CORPORUM, QUAE RESISTENTIAM PATIUNTUR VELOCITATIS SUAE QUADRATO PROPORTIONALEM UNA CUM SOLUTIONE PROBLEMATIS IN ACT: LIPS: M: NOU: 1728 PROPOSITI.

Auctore
Daniele Bernoulli Joh. Fil.

§. 1.

Mense Jan. 1729. Tab. XIII.

Quandoquidem plurimis experimentis extra dubium positum fuit, corpora in fluidis non admodum lente mota resistentiam plerumque pati quadrato velocitatis suae vbique proportionalem; vtilia erunt in hoc argumento illa potissimum theoremata, quae huic hypothesi sunt specialia: ad hanc classem quoque pertinet theorema mox indicandum, quia simile in nulla alia resistentiae cum velocitate comparatae positione exhiberi posse mihi persuadeo.

Fig. 1.

§. 2. *Theorema.* Sit curua qualiscunque *a*A C*c*, super qua corpus moueri ponatur ita vt vbique resistentiam offendat quadrato velocitatis suae proportionalem. Incipiat primo descendere grauitate sua in A, perueniatque priusquam retrogrediatur, in C; dein descendere incipiat idem corpus in *a* ascensuque suo

ſuo maximo perueniat in *c*, ducantur verticales A*b* et C*d* atque horizontales *ab* et *cd*, ſintque elementa A*a* et C*c* infinite parua. Dico fore ſemper ſpatium percurſum AC proportionale logarithmo rationis A*b* ad C*d*..

Demonſtratio. Deſcendat primo corpus ex A, peruenerit que in punctum F, moxque poſt tempusculum infinite paruum *dt* in E, ducantur horizontalis FG, et verticalis GE; ponatur velocitas in puncto F$=v$, in E$=v+dv$; exprimatur actio grauitatis corpus fluido ſubmerſum animans per g, numerusque ille qui multiplicatus per quadratum velocitatis dat reſiſtentiam fluidi indicetur per n. Sic erit vis accelerans in puncto F$=g\frac{EG}{FE}-nvv$, quae multiplicata per tempusculum *dt* dat incrementum velocitatis *dv*; hinc igitur habetur aequatio

I. $[\frac{g\times EG}{FE}-nvv]\,dt=dv$.

quae poſito $\frac{FE}{v}$ pro *dt* abit in hanc aequationem

II. $g\times EG-nvv$. FE$=vdv$.

Jam vero fingamus corpus idem deſcendere incepiſſe ex puncto *a*, rurſusque peruenisſe in punctum F moxque in E; dicatur retentis caeteris poſitionibus velocitas eius in F$=p$, et in E$=p+dp$: ita obtinebitur loco ſecundae aequationis haec altera

III. $gEG-npp\times FE=pdp$

ſubtrahantur termini aequationis tertiae a terminis aequationis ſecundae; ſic erit facta ab vtraque parte diuiſione per $pp-vv$

IV. $n.FE=\frac{-pdp+vdv}{pp-vv}$.

Cui poſtremae aequationi id commode accidit, quod integrari poſſit; vt vero debita conſtans addi poſſit, conſideranda eſt velocitas corporis ex *a* delapſi in puncto A; ſit ergo illa velocitas $=a$, ita vt exiſtente puncto F in A ſit $p=a$ et $v=o$, dicaturque numerus, cuius logarithmus eſt vnitas $=c$; atque ita aequatio quarta, ſi integretur, dat

V. $pp=vv+c^{-2n.AF}aa$

verum cum corpus ex A delapſum peruenit in C fit $v=o$ et AF=AC; tunc igitur habetur $pp=c^{-2n.AC}aa$ vel

VI. $2n.AC=\log.\frac{aa}{pp}$,

vbi iam per *p* intelligitur velocitas corporis ex *a* delapſi in puncto C.

Porro patet, reſiſtentiam nullam eſſe in deſcenſu per *a*A pariter ac in aſcenſu per C*c*, quia velocitas vtrobique eſt infinite parua: erit igitur in hoc caſu de quo dicimus $\frac{aa}{pp}=\frac{bA}{Cd}$; vnde vi ſextae aequationis

VII. $AC=\frac{1}{2}n\log.\frac{Ab}{Cd}$

adeoque ſpatium percurſum AC vbique proportionem habet logarithmi rationis, quae eſt inter A*b* et C*d*. Q. E. D.

§. 3. *Coroll.* 1. Si medium reſiſtens eſt infinite rarum id eſt, ſi corpus mouetur in vacuo, oſtendunt praedictae aequationes, eſſe C*d* ſemper $=Ab$, quod notiſſimum eſt principium mechanicum.

§. 4. *Coroll.* Quia ex comparatione aequationis II. cum III. euanuit litera *g*, ſequitur actionem grauitatis haud immutare calculum, et indicat aequatio VII. arcum AC conſtantis manere magnitudinis,

ſi

si grauitates specificae corporis et medii resistentis constantem seruent rationem, quamuis tempora mutentur, quibus arcus isti AC describuntur.

§. 5. *Scholium.* Si numeri et mensurae absolutae desiderantur (quod in calculo experimentorum requiritur) attendendum est ad figuram corporis, rationemque grauitatum specificarum inter corpus et medium resistens: ponamus corpus esse sphaericum eiusque diametrum continere tot millesimas partes vnius pedis quot continentur vnitates in *m*, et esse grauitatem specificam globi in vacuo ad grauitatem specificam medii resistentis in vacuo, vt 1 ad *b* erit $n = \frac{375b}{m}$ (conf. Comment. Tom. II. pag. 324. et pag. 326.

Caeterum potest theorema istud generalius reddi et extendi ad media, quae partim in duplicata ratione velocitatum, partim in ratione momentorum temporis (quam hypothesin *Newtonus* in vltima editione *Princ. Phil.* secutus est) resistunt, quod alibi ostendam. Jam vero quaedam problemata attingam, quae ex theoremate nostro facile ducuntur.

§. 6. *Problema I.* Determinare velocitatem corporis grauitate sua in curua quacunque moti et vbique resistentiam patientis velocitatis suae quadrato proportionalem.

Solutionem admittit hoc problema duplicem, quarum quaelibet vsum suum habere potest particularem: igitur e re nostra erit vtramque apponere, quamuis altera iam diu sit nota.

Solutio I. Sit curua propoſita *a*FC, quaeraturque velocitas in F, conſiderando punctum F, vt fixum, initium autem motus vt variabile ; ſit initium primo in A, poſtea autem in *a*; ponatur FA$=s$; A*a*$=ds$; A*b*$=dy$; velocitas, quam habet corpus in F ex puncto A delapſum, $=v$; velocitas quam idem corpus in eodem puncto F ſed ex puncto *a* delapſum habet $=v+dv$. His poſitis degenerabit aequatio quinta theorematis noſtri in hanc aliam, poſito ſcilicet $(v+dv)^2$ vel $vv+2vdv$ pro $pp(\alpha)$ $2vdv=c^{-2ns}aa$. Eſt autem *aa* aequale quadrato velocitatis corporis ex *a* in A delapſi, et quia reſiſtentia ibi nulla eſt, ſequitur eſſe *aa* proportionale ipſi A*b* ſeu *dy*, ponam igitur $aa=gdy$; intelligendo rurſus per *g* actionem granitatis corporis fluido ſubmerſi: hinc erit (ε) $vv=g\int c^{-2ns}dy$. Q. E. I.

Solutio 2. Conſideretur nunc initium motus A vt fixum, ſed punctum F, pro quo velocitas quaeritur, vt variabile: ſit vt ante AF$=s$, velocitas in E$=v+dv$; erit vis accelerans in puncto F$=(\frac{gdy}{ds}-nvv)$; ergo $vdv=gdy-nvvds$; ponatur $vv=c^{-2ns}z$, et erit $-nc^{-2ns}zds+c^{-2ns}dz=gdy-nc^{-2ns}zds$; vel $z=g\int c^{2ns}dy$; hinc (γ) $vv=gc^{-2ns}\int c^{2ns}dy$. Q. E. I.

§. 7. *Coroll.* Non difficile eſt oſtendere identitatem inter aequationes (ε) et (γ), vt vt diuerſam habeant formam: Recordandum vero eſt in conſtructione quantitatum $\int c^{-2ns}dy$ et $\int c^{2ns}dy$ litteras *s* et *y* diuerſas a diuerſis partibus habere ſignificationes.

§. 8.

§. 8. *Problema* 2. Data curua OAB inuenire alteram BCP, commune habentem initium cum priori et talem, vt, vbicunque descendere incipiat in curua OAB, veluti in puncto A, et moueri pergat donec tota velocitas exhausta fuerit puta vsque in punctum C, sint semper arcus in vtraque curua descripti nempe BA et BC aequales. Fig. 2.

Solutio. Ducatur BN verticalis, descendat corpus ex A totoque suo ascensu perueniat in C dein cogitemus descendere ex puncto priori infinitè propinquo a, sicque attingere punctum c; agantur aM, AL, CH et cI horizontales, atque Ab et Cd verticales, dicatur $BA=s$, $Aa=ds$, $BL=x$, $LM=dx$, $BC=s$, $Cc=ds$, $BH=y$, $HI=dy$; erit per VII. aequationem in paragrapho secundo expositam $4ns=\log:\frac{dx}{dy}$, vel $c^{4ns}=\frac{dx}{dy}$, vel $dy=c^{-4ns}dx$. Q.E.I.

§. 9. *Coroll: I.* Sit curua OAB recta verticalis, ita vt sit $x=s$; igitur erit $dy=c^{-4ns}ds$, vel integrando $y=\frac{1-c^{-4ns}}{4n}$. Si HC dicatur $=z$, erit aequatio inter coordinatas BH (y) et HC (z) talis $dz=\frac{\sqrt{(8ny-16nnyy)}}{1-4ny}dy$: ponatur $1-4ny=\sqrt{1-rr}$, et erit $4ndz=\frac{rrdr}{1-rr}=-dr+\frac{\frac{1}{2}dr}{1-r}+\frac{\frac{1}{2}dr}{1+r}$. Ergo $z=\frac{-2r+\log(1+r)-\log.(1-r)}{8n}$, ita vt curua desiderata hoc in casu per logarithmos construi possit. Verum Pater meus, cui haec aliquando perscripsi, obseruauit, hanc curuam ipsam esse tractoriam *Hugenii*; id quod statim apparet ex duabus superioribus aequationibus $dy=c^{-4ns}ds$ et $y=\frac{1-c^{-4ns}}{4n}$; hinc enim deduc-

tur $\frac{dy}{1-4ny} = ds$. Igitur si in linea verticali indefinite
Fig. 3. longa OB abscindatur $BQ = \frac{1}{4n}$, et ex Q erigatur horizontalis QR indefinite longa, corpusque in B positum ita trahatur mediante filo longitudinis BQ, vt altera extremitas Q describat rectam QR, describet corpus curuam BP, conditioni problematis satisfacientem.

§. 10. *Coroll.* 2. Facillimum est infinitis mo-
Fig. 2. dis efficere vt ambae curuae OAB et BCP vna eademque aequatione exprimantur. Ad hoc nimirum requiritur, vt functio quaedam assumatur pro s talis vt diuisa per e^{4ns} idem exhibeat quod oritur si in functione fuisset littera S negatiue sumta, huicque functioni ponendum est elementum dx aequale talis functio est $e^{2ns}s\,ds$, vel $e^{2ns}s^3\,ds$ vel generaliter $e^{2ns}s\,ds$, intelligendo per functionem imparem ipsius s. Ergo curua quaesita haec erit $dx = e^{2ns}s\,ds$. Casus particularis est, qui hac aequatione continetur $dx = e^{2ns}s\,ds$, vel $x = \frac{1}{2n}e^{2ns}s - \frac{1}{4nn}e^{2ns} + \frac{1}{4nn}$. Qui pariter ac reliqui omnes geometricam admittunt constructionem.

Atque hoc est problema illud haud inelegans, quod Geometris soluendum *Anonymus* quidam proposuit in act. Lipsi. m. 9br. 1728.

§. 11. *Coroll.* 3. Si curua BCP socia sit
Fig. 2. curuae datae OAB et quaeratur curua tertia socia cum BCP, erit posito dz pro elemento abscissae in linea verticali BO sumtae, $dz = e^{-4ns}dy = e^{-8ns}dx$ et sic quarta quintaque atque omnes reliquae vna eadem-

demque opera inueniri poſſunt. Sequitur exinde ſi in fig. 3. ſecetur bifariam BQ in q, et ope fili longitudinis Bq alia formetur tractoria Bp, cuius aſſymtotos qr ſit ad BO perpendicularis, erit tractoria Bp ſocia tractoriae BP; ſic vt ambae curuae ſint inter ſe ſimiles. Si porro longitudo fili ſit $=\frac{1}{12n}$ et dein $=\frac{1}{16n}$ et ſic deinceps, continuo alia formabitur tractoria, quae cum ſua praecedente iuncta, problemati ſatisfaciet: ſic igitur ſi retrogrado ordine procedamus apparet, etiam rectam BO eſſe vt tractoriam conſiderandam, formatam nempe filo longitudinis $\frac{1}{0n}$ ſeu infinitae. Caeterum vſus quem theorema §. 2. expoſitum in phyſicis rebus habere poteſt, non eſt ſpernendus; namque illius ope multa calculo perfacili abſoluuntur circa oſcillationes pendulorum, quae alia methodo laborem vix ſuperabilem poſtulant. De his vero proxima occaſione vberius dicam.

SO-

SOLUTIO PROBLEMATIS DE VI CENTRIFUGA CORPORIS SPHAERICI IN VORTICE SPHAERICO GYRANTIS.

Auct. G. B. Bulffingero.

§. 1.

Mens. Febr. 1729. Tab. XIV.

Dedit huic argumento occasionem Amicus, cui forte visum erat, si sphaera componatur ex duobus hemisphaeriis inaequaliter grauibus, sic tamen, vt integra sphaera aequet pondus sphaerae fluidae sibi volumine aequalis, eam in vortice fluido ita gyraturam, vt eandem a centro vorticis distantiam constanter teneat, conuerso erga centrum hemisphaerio leuiore. Erat vortex, de quo agebatur, eiusmodi, vt celeritates directe responderent distantiis. Id mihi suspicionem mouit, vim sphaerae heterogeneae centrifugam maiorem fore, quoniam vires partiales materiae ex hemisphaerio leuiore in grauius translatae ob maiorem rotationis in maiori distantia celeritatem, maiores fiunt in hoc materiae situ, quam in priori. Addidi autem eo tempore, si celeritates rotationum sint vbique aequales, videri mihi, quod aequales futurae sint vires sphaerae heterogeneae memoratae, et alterius homogeneae. *Primum* recte se habet: sed in *secundo* falsus sui, praecipitata an-

ante examen ſententia. Cognoui ſtatim, re ad calculum reducta, eam ſecus ſe habere; nec celeritates gyrationum in diuerſis diſtantiis easdem ſupponi debere, ſed vires centrifugas potius, ſi duae ſphaerae, heterogenea et homogenea, eandem virium centrifugarum ſummam debeant exhibere.

§. 2. Dabo hic eius Problematis, in ſuos quaſi caſus diuiſi, ſolutionem non nihil generalem; quoniam ſinguli caſus ſuos prae alteris vſus habent. Maneo autem intra *vortices ſphaericos*, hoc eſt, eos, quorum vires centrifugae omnes ab eodem communi centro recedunt; atque in ſola *corporis ſphaerici* conſideratione. Vtraque haec reſtrictio *coeleſtibus* accommodatur corporibus, et, ſi qui ſunt, *vorticibus*. De Cylindrico vortice, et experimentis eo pertinentibus, curioſis plane et egregiis, dixit iam ante complures annos Salmonus, Academiae Scientiarum Pariſinae Socius. Vide Hiſtor. et Memorias Acad. Pariſ. ad A. 1714, 1715, et 1716.

PROBLEMA.

§. 3. *Sit vortex ſphaericus, et celeritates rotationum proportionales dignitati cuicunque (n) diſtantiarum a Centro, quaeritur vis centrifuga globi heterogenei e duobus ſegmentis ſphaericis ita compoſiti, vt gravitas totius globi aequet grauitatem ſphaerae aequalis, et fluido homogeneae.*

SOLUTIO.

1. *Duplex* poteſt eſſe *ſenſus* Problematis. *Vel* requiritur *aggregatum virium centrifugarum omnium*, ſine attentione ad certam directionem, ſecundum quam globus ſibi cohaerens actu ipſo fugeret, datis ſub circumſtantiis. *Vel* quaeritur vis centrifuga *in directione*, quae centrum vorticis et globi tranſit, et in qua ſphaera noſtra fugeret aut peteret vorticis centrum mota. Prior caſus magis pertinet ad globum *fluidum*, vbi partes inter ſeſe non cohaerent: Poſterior ad *ſolidum*, in quo poſitae ex vtraque diametri parte materiae ob cohaeſionem ſuam limitant vires centrifugas primitiuas.

2. *Duplex* etiam eſſe poteſt *ſegmentorum* ratio. Vel ſegmenta ſphaerica terminantur *plana baſi*, qualis ſupponitur ſuperius, cum de hemisphaeriis inaequaliter denſis agitur; et qualem praecipue ſupponi conuenit, cum de ſphaeris agitur ſolidis. Vel ſegmenta illa terminantur *baſi ſphaerica*; qualem concipere decet, ſi ſphaera fuerit fluida, contentis ſcil. in eadem cruſta ſphaerica duobus fluidis inaequaliter denſis.

§. 4. Velim autem notari, nihil hic aliud inquiri, quam *vis centrifugae magnitudinem*, pro ſitu aliquo momentaneo, quo hemisphaerium, vel ſegmentum alterutrum, (hoc loco denſius) occupat maximam a vorticis centro diſtantiam. De *Phyſicis* concluſionibus, circa ipſum motum ſphaerae centrifugum aut centripetum, circa inclinationem ſegmen-

mentorum, aut rotationem ipsius sphaerae hic nihil dici. Sit igitur fig 1. O centrum vorticis; GLPQMH Sectio sphaerae maxima; distantia centrorum vorticis et sphaerae, hoc est OT$=c$. OL$=m$. LT$=$TM$=r$. LX$=x$. X$x=dx$. $x\delta=y$. $\delta s=dy$. MV$=v$. V$v=dv$. VR$=z$. R$r=dz$. Ratio radii ad peripheriam circuli $=1:\Phi$. Densitas sphaerae fluido homogeneae $=a$. Segmenti exterioris HMQ$=\alpha+f$. Segmenti interioris $=a-g$. Dico,

Quoniam vires centrifugae generaliter sunt in ratione composita ex directa massarum simplici, et duplicata celeritatum, itemque inuersa distantiarum: Hoc est, posita V$i=$V, Massa $=$M, celeritate $=$C, et Distantia $=$D, quoniam generaliter $V=\frac{M\times C^{\alpha}}{D^{\beta}}$. Erit in nostro casu, propter $C=D^{n}$, $V=M\times D^{2n-1}$ Vnde sequens oritur computus.

I. De segmentis Basi plana terminatis.

Casus primus.

§. 5. Pro vi segmenti GLP inuenienda. Ro- Fig. 1.
tetur xSs circa centrum X, vt elementum Ss describat zonulam circularem $=pydy$. Quoniam densitas illius est $=a-g$, erit Massa huius zonulae $=(a-g)pydy$. Et propter distantiam eius a centro Vorticis O$=$OS$=(\overline{OX}^{2}+y^{2})^{\frac{1}{2}}$ erit Vis centrifuga zonulae

$= (a-g)pydy(\overline{OX}^2 + y^2)^{\frac{2n-1}{2}}$. Consequenter integrando, Vis centrifuga totius circuli radio XS descripti $= p\frac{(a-g)}{2n+1}(\overline{OX}^2 + y^2)^{\frac{2n+1}{2}} +$ Const. Euanescente autem y euanescit Vis centrifuga: igitur constans $= -p\frac{a-g}{2n+1}\overline{OX}^{2n+1}$ vnde Vis totius circuli, radio XS, vel XG ($= y$) descripti $= p\frac{a-g}{2n+1}[(\overline{Ox}^2 + y^2)^{\frac{2n+1}{2}} - \overline{Ox}^{2n+1}]$ Hactenus autem, cum de solo circulo radii XS, vel XG ageretur, assumi OX pro constante debuit. Fiat nunc LX variabile $= x$, adeoque $OX = m + x$, erit $\overline{OX}^2 = m^2 + 2mx + x^2$ et $y^2 = 2rx - x^2$, adeoque Vis Circuli praedicti $= p\frac{a-g}{2n+1}[(m^2 + 2mx + 2rx)^{\frac{2n+1}{2}} - (m+x)^{2n+1}]$. Haec vis ducta in altitudinem $Xx = dx$, dabit vim Cylindruli elementaris $GPpg =$ $= p\frac{a-g}{2n+1}dx[(m^2 + 2mx + 2rx)^{\frac{2n+1}{2}} - (m+x)^{2n+1}]$. Adeoque Vis segmenti sphaerici $GLP = p(a-g)$ $[\frac{(m^2 + 2mx + 2rx)^{\frac{2n+3}{2}}}{(2n+1)(2n+3)(m+r)} - \frac{m^{2n+3}}{(2n+1)(2n+3)(m+r)} - \frac{(m+x)^{2n+2}}{(2n+1)(2n+2)} + \frac{m^{2n+2}}{(2n+1)(2n+2)}]$.

§. 6. Pro vi centrifuga segmenti HMQ inuenienda, nihil aliud requiritur, quam vt homologae eadem ratione tractentur lineae et superficies. Vnde in denominationibus superioribus efficitur vis centrifuga segmenti $HMQ = p(a+f) \times$ $[\frac{(q^2 - 2qv + 2rv)^{\frac{2n+3}{2}}}{(2n+1)(2n+3)(q-r)} + \frac{q^{2n+3}}{(2n+1)(2n+3)(q-r)} + \frac{(q-v)^{2n+2}}{(2n+1)(2n+2)} - \frac{q^{2n+2}}{(2n+1)(2n+2)}]$.

Ca-

Caſus ſecundus.

§. 7. In Segmento GLP pro inuenienda vi globi ſecundum directionem OLM, notandum eſt, quod vis ſingulorum punctorum vt S, limitetur per oppoſitam in Y. Dicendum igitur: vti OS ad OX, ita vis primitiua ad vim limitatam puncti S. Igitur Vis Zonulae circularis antehac inuenta, ducenda eſt in $\frac{OX}{OS}$, vt fiat $=(a-g)pydy(\overline{OX}^{-2}+y^2)^{\frac{2n-1}{2}}\frac{OX}{OS}$ $=(a-g)pydy(\overline{OX}^{-2}+y^2)^{n-1}$ OX, et integrando Vis circuli radio XS, (vel XG$=y$) deſcripti, addita ſtatim conſtante $=\frac{p^{a-g}}{2n}[\overline{OX}^{-2}+y^2)^n-\overline{OX}^{-2n+1}]$. Fiat nunc OX variabile $=m+x$, ſubſtituatur valor ipſius $y^2=2rx-xx$, et ducantur omnia in altitudinem $Xx=dx$: erit Vis Cylindruli elementaris GPfg $=p(a-g)\frac{(m+x)(mm+2mx+2rx)^n-(m+x)^{2n+1}}{2n}dx$, et integrando cum addita conſtante, Vis Segmenti Sphaerici GLP$=p(a-g)$, ductum in quantitates ſeqq. $\frac{(m+x)(mm+2mx+2rx)^{n+1}-m^{2n+3}}{2.2n.(n+1)(m+r)}$

$-\frac{(mm+2mx+2rx)^{n+2}-m^{2n+4}}{4.2n(n+1)(n+2)(m+r)}-\frac{(m+x)^{2n+2}-m^{2n+2}}{2n.(2n+2)}$.

§. 8. Similiter prodit vis centrifuga ſegmenti ſphaerici HMQ$=f(a+f)$ ductum in quantitates ſequentes

$-\frac{(q-v)(rr-2qv+2rv)^{n+1}-q^{2n+3}}{2.2n.(n+1)(q-r)}+\frac{(rr-2qv+2rv)^{n+2}-q^{2n+4}}{4.2n(n+1)(n+2)(q-r)^2}$

$+\frac{(q-v)^{2n+2}-q^{2n+2}}{2n(2n+2)}$.

II. De segmentis Basi sphaerica terminatis.

Casus Primus.

Fig. 2. §. 9. In Segmento GLP fingatur semicirculo Radii OG describi sphaeram circa centrum vorticis O: Transibit superficies eius per sphaeram LGHMQPL; et repraesentabit arcus GSP sectionem superficiei sphaericae, quae vtrique sphaerae communis est. Haec superficies est aequalis superficiei Cylindricae, cuius Diameter baseos est OG, et altitudo XY: Hoc est, facto ex circumferentia baseos in XY. Propter $OG=\overline{OX}^2+\overline{XG}^2)^{\frac{1}{2}}=(m^2+2mx+x^2)^{\frac{1}{2}}$ et $XY=OG-OX=(m^2+2mx+x^2)^{\frac{1}{2}}-(m+x)$. Erit superficies praedicta $=p(m^2+2mx+2rx)-p(m+x)(m^2+2mx+2rx)^{\frac{1}{2}}$. Haec ducta in densitatem $(=a-g)$ et in dignitatem distantiae $=\overline{OG}^{2n-1}=(m^2+2mx+2rx)^{\frac{2n-1}{2}}$ dabit Vim centrifugam totius superficiei praedictae $=p(a-g)(m^2+2mx+2rx)^{\frac{2n+1}{2}}-p(a-g)(m+x)(m^2+2mx+2rx)^n$. Ducatur illa in altitudinem Yy $(=$ differentiali ipsius OG$)$ hoc est, in $d.\ OG=(m+r)dx(m^2+2mx+2rx)^{-\frac{1}{2}}$, erit Vis solidi elementaris sphaerici $GPpg=p(a-g)(m+r)dx[(m^2+2mx+2rx)^n-(m+x)(m^2+2mx+2rx)^{\frac{2n-1}{2}}]$, et integrando, addita constante, Vis totius Segmenti sphae-

ſphaerici GLPSG $=p(a-g)$, ductum in terminos ſeqq.

$$\frac{(m^2+2mx+2rx)^{n+1}\,2^{2n+2}}{2.(n+1)}-m^{2n+2}-\frac{(m+x)(m^2+2mx+2rx)^{\frac{2n+1}{2}}\,2^{2n+2}}{2n+1}-m^{2n+2}$$

$$+\frac{(m^2+2mx+2rx)^{\frac{2n+3}{2}}\,2^{2n+3}}{(2n+1)(2n+3)(m+r)}-m^{2n+3}.$$

§. 10. Eadem methodo prodit vis totius ſegmenti ſphaerici HMQWH $=p(a+f)$, ductum in terminos ſequentes $\frac{(q^2-2qv+2rv)^{n+1}\,2^{2n+2}}{2(n+1)}-q^{2n+2}$

$$-\frac{(q-v)(q^2-2qv+2rv)^{\frac{2n+1}{2}}\,2^{2n+2}}{2n+1}-q^{2n+2}-\frac{(q^2-2qv+2rv)^{\frac{2n+3}{2}}\,2^{2n+3}}{(2n+1)(2n+3)(q-r)}-q^{2n+3}.$$

Caſus Secundus.

§. 11. Pro Vi Segmenti GLP. Diſtantia Arcus GSYP eadem eſt a centro vorticis, ſed modificatio virium diuerſa. Itaque vt habeas vim puncti S, maſſa eius non eſt ducenda in $\overline{OS}^{2n-1}$ ſed in $OZ\times\overline{OS}^{2n-2}$ ſit $OS=b$, quoniam conſtans eſt in Arcu GSP, et $YZ=t$, adeoque $Zz=dt$. Annulus ſphaericae ſuperficiei ab elemento Sſ circa Zz rotato deſcriptae, erit $=phdt$. Igitur Maſſa eius $=(a-g)phdt$, et Vis centrifuga huius annuli $=(a-g)phdt.OZ.OS^{2n-2}=(a-g)ph^{2n-1}(b-t)dt$, et integrando, Vis centrifuga totius ſuperficiei ſphaericae, ab arcu YS circa YZ rotato, genitae $=p(a-g)(b^{2n}t-\frac{1}{2}b^{2n-1}t^2)$. Si iam $YZ=YX=b-m-x$, et $YS=YG$, erit Vis totius ſuperficiei ſphaericae, per Arcum GSYP repraeſentatae, $=p(a-g)\frac{1}{2}b^{2n-1}(b^2-m^2-2mx-x^2)$ $=p(a-g)\frac{1}{2}b^{2n-1}\overline{GX}^2$. Fiat nunc OS variabilis, vel

vel $h^2 = \overline{OX}^2 + \overline{XG}^2 = m^2 + 2mx + xx + y^2 = m^2 + 2mx + 2rx$ et ducatur vis inuenta in altitudinem Yy: erit Vis Elementi solidi $GgpP = p(a-g)\frac{1}{2}(m+r)(2rx-xx)(m^2+2mx+2rx)^{(n-1)}dx$. Quare integrando, addita constante, Vis solidi sphaerici $GLPYG = p(a-g)\frac{1}{2}(m+r)$, ductum in terminos sequentes $\frac{rx(m^2+2mx+2rx)^n}{n(m+r)} - \frac{r(m^2+2mx+2rx)^{n+1}}{2.n.(n+1)(m+r)^2} - \frac{rm^{2n+2}}{\quad}$

$- \frac{xx(m^2+2mx+2rx)^n}{2.n(m+r)} + \frac{x(m^2+2mx+2rx)^{n+1}}{2.n.(n+1).(m+r)^2} -$

$\frac{(m^2+2mx+2rx)^{n+2} - m^{2n+4}}{2.2.n.(n+1)(n+2)(m+r)^3}$.

§. 12. Pro Vi Segmenti HMQ, si eandem sequaris methodum, prodit Vis solidi sphaerici $HMQWH = p(a+f)\frac{1}{2}(q-r)$, ductum in terminos seqq. $\frac{rv(q^2-2qv+2rv)^n}{n(q-r)} + \frac{r(q^2-2qv+2rv)^{n+1} - rq^{2n+2}}{2.n(n+1)(q-r)^2}$

$- \frac{vv(q^2-2qv+2rv)^n}{2.n(q-r)} - \frac{v(q^2-2qv+2rv)^{n+1}}{2.n.(n+1)(q-r)^2} -$

$\frac{(q^2-2qv+2rv)^{n+2} - q^{2n+4}}{2.2.n(n+1)(n+2)(q-r)^3}$. Quae cum vires exhibeant segmentorum GLP, et HMQ, patet sola valorum x et v substitutione in partibus diametri facta, inueniri vim centrifugam sphaerae heterogeneae e duobus Segmentis ita compositae, vt grauitas eius aequet grauitatem sphaerae homogeneae. Q. E. I.

Euo-

Euolutiones quorundam Caſuum ſpecialium.

§. 13. Si ſphaera ſit homogenea, adeoque $f=g=o$, fiatque $m+r=c$, erit in caſu primo, poſita $n=1$. Vis centrifuga $=p(\frac{2}{3}acr^3+\frac{2ar^5}{15c})$, et ſi $n=o$, erit vis ſphaerae $=p.\frac{2}{3c}ar^3$. Sed in caſu ſecundo erit, poſita $n=1$, vis centrifuga $=p.\frac{2}{3}acr^3$ et pro $n=o$ inducet formula in Logarithmos. Vis autem ſphaerae in centrum grauitatis collectae, facta $n=1$, erit $=p\frac{2}{3}acr^3$, et pro $n=o$, fiet $=p.\frac{2}{3c}ar^3$.

Si ſphaera concipiatur diuiſa in duo hemisphaeria §. 1. ſic, vt $f=g$, dabit caſus primus §. 5 et 6, poſita $n=1$, vim ſphaerae centrifugam $=p(\frac{2}{3}acr^3+\frac{2ar^5}{15c}+\frac{2}{15}fc^4+\frac{1}{3}fc^2r^2+\frac{1}{2}fr^4-\frac{2f}{15c}(c^2+r^2)^{\frac{5}{2}})$ et pro $n=o$, vim $=p(\frac{2ar^3}{3c}+\frac{2}{3}fc^2+fr^2-\frac{2f}{3c}(c^2+r^2)^{\frac{3}{2}})$. Caſus autem ſecundus §. 7 et 8. dabit, poſito $n=1$, vim $=p(\frac{2}{3}acr^3+\frac{1}{4}fr^4)$, et, ſi $n=o$, inuoluet Logarithmos. Vis autem ſphaerae huius in centrum grauitatis collectae, poſito $n=1$, erit $=p(\frac{2}{3}acr^3+\frac{1}{3}fr^4)$, et poſito $n=o$, erit $=p(\frac{2ar^3}{3c}+\frac{16a^2r^2}{9f})$. Si fuerit $x=\frac{3}{8}r$, et $v=\frac{1}{2}r$ in §. 5. 6. 7. et 8. erit $g=\frac{5}{27}f$, vt ſphaerae compoſitae et homogeneae ſit eadem grauitas. Fiat $n=1$, erit §. 5. et 6. vis centrifuga $=p(\frac{2}{3}acr^3+\frac{2}{15c}ar^5+\frac{32f}{405c}(c^2+cr+r^2)^{\frac{5}{2}}+\frac{32}{405}fc^4+\frac{16}{81}frc^3+\frac{28}{81}fc^2r^2+\frac{26}{81}fcr^3+\frac{49}{162}fr^4+\frac{22fr^5}{405c})$ ſaluo

errore calculi. Sed §. 7. et 8. erit Vis $=p(\frac{2}{3}acr^3 + \frac{1}{12}fr^4)$. Eademque erit Vis sphaerae in centrum
Fig. 3. grauitatis collectae. Sit enim E centrum grauitatis segmenti GLP, erit $LE=\frac{8rx-3xx}{12r-4x}=\frac{7}{8}r$. Sit F centrum grauitatis segmenti alterius HMQ, erit $MF=\frac{8rv-3vv}{12r-4v}=\frac{13}{40}r$, et $EF=\frac{4}{5}r$. Sit nunc D centrum grauitatis commune inueniendum: dico, sicut pondus in F suspensum $=\frac{5}{48}r^3(a+f)$ ad pondus suspensum in $E=\frac{27}{48}r^3/(a-\frac{5}{27}f)$ ita distantia ED ad distantiam DF. Ex quo fit $ED=\frac{1}{8}r\frac{a+f}{a}$, et $LD=LE+ED=r(1+\frac{f}{8a})$; Vnde tandem distantia centri grauitatis sphaerae a centro vorticis $=OD=c+\frac{f}{8a}$: et vis centrifuga $=\frac{2}{3}ar^3p(c+\frac{fr}{8a}=p(\frac{2}{3}acr^3+\frac{1}{n}fr^4)$ vti prius obtinuimus pro §. 7. et 8.

Corollaria.

§. 14. Patet ex dictis: Non posse pro sphaera vel homogenea, vel heterogenea indifferenter substitui eius centrum grauitatis. In solo casu secundo, et hypothesi ipsius $n=1$, id semper succedit: in primo nunquam. Intelligitur hoc ex illo: illud praeter exempla iam allata ex generali ratiocinio. Sint T et U duo puncta quaecunque globi heterogenei, quorum densitates exponantur per T et U. Sit
Fig. 4. eorum commune centrum grauitatis K. Demittantur in lineam OLM perpendicula T*t*, K*k*, U*u*: erit ex natura centri grauitatis U : T=TK : KU=*tk* : *ku*. Vnde U. *uk*=T. *tk*. Cumque vires centrifugae in

ca-

casu §. 7. et 8. pro $n=1$, sint in ratione massarum U, T, K, et distantiarum Ou, Ot, Ok, habebitur:

T. $Ot = T. Ok + T. kt$

U. $Ou = U. Ok - U. uk = U. Ok - T. kt$. Vnde

$T. Ot + U. Ou = (T + U) Ok = K. Ok$.

Patet porro, quod salua manente grauitate ipsius sphaerae, et modo compositionis, diuersa sit vis centrifugae differentia a vi sphaerae homogeneae pro diuersa globi a centro vorticis distantia, quia c ingreditur formulam vis centrifugae: quod etiam diuersa sit in eadem distantia pro differentia grauitatis in vtroque hemisphaerio, quoniam f ingreditur in eandem formulam: quod denique magis magisque diuersa sit, prout segmenta sphaeram componentia sunt magis inaequalia volumine et densitate. Facile inueniri potest punctum in quod colligi deberet tota sphaere massa, vt eadem prodeat quantitas vis centrifugae, quae in heterogenea obtinet. Posset id vocari centrum virium centralium. Denique etiam illud oculis patet, pro diuersa vorticis lege nunc maiorem esse vim sphaerae compositae, nunc minorem, quam est in homogenea.

Scholium.

§. 15. Nemini non obuium erit, plurima per hasce formulas Problemata non difficulter resolui, prout vnam vel alteram ex literis formulam componentibus pro incognita assumseris. Sola n, quae leges vorticis exponit, difficultates complecti-

tur, si pro incognita sumi, et ex formulis praemissis debeat inuestigari.

Caeterum et illud facile intelligitur, componi sphaeram ex pluribus quam duobus segmentis posse; nec requiri, vt sphaerae compositae grauitas aequet grauitatem alterius fluido homogeneae: Inueniri potius hac methodo vim sphaerae compositae centrifugam, quaecunque demum densitas, numerusque et ordo segmentorum fingatur.

DE LIENE.

AUCTORE

Jo. Georg. Duvernoi.

§. 1.

M. Octobr. 1729.

Aphaenomenis circa Lienem obseruatis, ac ante omnia, a situ eiusdem naturali initium faciam.

1. Insignis in Hypochondrio sinistro cauitas seu spatium amplum vacuum exstat, cuius portio ad sedem ventriculi et Lienis destinata, reliquum vero spatii vacuum et liberum est, sic vt manum in eo circumuertere et circumagitare procliue sit. Deinde, idem spatium, intuitu costarum et Diaphragmatis, eleuatione et concidentia earundem, instar Thoracis maius minusue effici potest. Tales proinde circumstantiae suspicionem mouent, corpus Lienis in

in viuo et ſano homine, totum praefatum ſpatium aliquando forte replere, alio autem tempore non replere, Lienisque adeo ſitum ſeu conditionem qualis in demortuis cernitur, fallacem eſſe. Caeterum, Lienis ea figura eſt, vt in modum linguae parum incuruatae et conglobatae ſuper ventriculi extremitatem ſiniſtram oblique verſus dorſum, iuxta ductum coſtarum ſeſe accommodet.

2. Quemadmodum vteri fundo Placenta foetus, ſic Lien ſuperficiei ventriculi adhaereſcit; imo auferre ventriculum haud licet, quin cum eo ſimul lien extrahatur vna cum omento, cuius folium pluribus digitationibus ſeu appendicibus veluti tendineis, limbo lienis accretum ſaepe obſeruaui, vnde Sinus inter omentum et lienem enaſcitur, cuius vſum ignoro.

3. Inter Lienis et ventriculi Neruos, inter neruos et vaſa ſplenica, idque in limine lienis, commercium ſingulare et admirabilis ſocietas intercedit. Neruei enim funiculi corpus lienis nequaquam ſubeunt, ſed in praefato limine ab vna extremitate ad aliam protenſi ſubſiſtunt, a quibus propagines partim ad Lienem partim ad ventriculum omentumque contendunt. Eadem quoque vaſorum ſanguineorum lex obtinet. Deinde a neruorum ſingulari complicatione, laquei annulares ſeu circulares efformantur quam plurimi, quibus vaſa ſplenica incluſa ac incarcerata detinentur.

4. Transfuſionem ſanguinis inter praefata viscera dari, eamque ſi non perpetuo, certis tamen temporibus locum habere ex eo perſpicuum eſt, quoni-

am in limine vbi nexus eſt lienis cum ventriculo, canales breuiſſimi cum arterioſi tum venoſi, ex vno ad alterum reciproce tendunt.

5. Proportio venae et arteriae ſplenicae ad aliarum partium vaſa multo maior viſa eſt; Idque fortaſſis, moram ſeu collectionem ſanguinis certis temporibus denotat.

6. Venoſae radices ramificationesque intra corpus lienis conſpicuae, nouam ac extraordinariam a caeteris diuerſam legem oculis obiiciunt. Nam quod Bruta attinet ex. gr. in Equo, Elephantoque, venae tunicis carent proprie ſic dictis, ſuntque foramina figuram canalis adumbrantia, ad modum canalis perpuncta ſuper chartam expreſſi. Verum in Liene humano advertendum eſt, etſi venoſae ramificationes tunicis veris et imperforatis conſtare videantur, eas tamen reuera perforatas eſſe plurimaque in iis foraminula cribrum aemulantia facile internoſcere fas eſt, prouti *Hygmorus* recte annotauit. Atque duplex ſolummodo exemplum praefatae conformationis in corpore humano, idque in duabus partibus magna inter ſe analogia gaudentibus hactenus reperire valui, vnum in Mentula, alterum in Liene.

7. Omnes Lienes quotquot in cadaueribus optimis examinaui, inſtar ſpongiae, molles, tumidi, diſtenti, liuidique oblati ſunt.

8. Facto vulnere, ac inter digitos compreſſo Liene, molem et volumen eius reduci ac diminui perſpicio, perque foramen vulneris ſanguinem pleno flumine exire.

9 Re-

9. Receſſus omnes Lienis vero ſanguine tinctos infectosque, antequam vlla vaſa laeſa vulnerata eſſent, inuenio.

10. Poſt crebram agitationem intinctionemque ſolam in aqua tepida, ſanguis cito eluitur, ac ſine alia praeparatione, Lienis fabrica ſimplicior oculis ſiſtitur.

11. Aqua, Aer et quoduis liquidum, omnes receſſus celeriter peruadit, corpusque lienis inflatur.

12. Fabricam denique Lienis interiorem, vel ſubſtantiam diligentiſſime perluſtranti, ea rara, ſpongioſa filamentorumque varie inter textorum et acuernoſorum congeries viſa eſt.

§. 2. E prolatis Phaenomenis, vtpote certis et euidentibus, notiones 1. de vera ſtructura Lienis, 2. de actione, 3. de eiusdem vſu formare; vel minimum, notionum hactenus receptarum veritatem aut falſitatem internoſcere procliue erit.

Quoad primum; in tota fabrica Lienis nihil quod eius notitiam perarduam, difficilem, impoſſibilemve efficit, perſpicere valeo; quumque in toto eius contextu ſimplicior, rara, poroſa, filamentoſaque ſubſtantia quae in toto liene dominatum obtinet, quae in aliis viſceribus haud obuia eſt, quaeque in ſolis corporibus ſpongioſis reperiri ſolet, in conſpectum venit; quumque vaſorum conformatio caeteraque phaenomena allegata huicce id eae minime aduerſentur, rationi conſonum eſt in data ſtructura euidenti conquieſcere, donec contrarium demonſtretur. Caeterae enim particulae ſolitariae, mi-

minutioresque, vtpote acceſſoriae et ad functionem principalem haud primario concurrentes, quales ſunt puncta ſeu corpuscula candicantia a *Malpighio*, *Tauvryo*, *Meryo* aut Aliis obſeruata, ea ſiue adſint ſiue non adſint, ad rei fundamentum ſeu contra generalem ſtructuram nihil conferre valent.

§. 3. Quia tamen ſcire intereſt, an Glandulae ſeu corpuscula praefata reuera adſint nec ne? Item an Lien ex fibrarum ac cellularum congerie iuxta *Hygmorum*, *Malpighium* conſtet; ac denique quid de modo allegatis fibris vere ſtatuendum ſit; dico 1. quod recte monente *Rhuyschio* ne vmbra aut veſtigium glandularum tam in Humano quam in Animantium mihi oblatorum in ſpecie Elephanti Liene appareat. 2. Eiusdem laudati Auctoris contra fibras Lienis aſſertioni, quoad Lienis ſubſtantiam propriam, quoque adſtipulor. Fibrarum equidem imago et ſpecies quaedam cernitur, ſed falſa et illuſoria, quia veros Ductus cauos eſſe certis experimentis conſtat, cuius erroris cauſa eſt, quod hi diuerſo aliorum ductuum in aliis visceribus more, haud glomeris aut plexus aut ordinaria forma comparent, ſed tenuium filamentorum nudorum et ſimplicium naturam referunt. 3. Quod poros et intercapedines attinet, in toto Lienis contextu, ſeu in Humano ſeu in ſupra memoratorum Animantium liene, cauernulas ſanguinem continentes inuicemque communicantes, quas immiſſo flatu extendere et dilatare fas eſt, clare perſpicio.

§. 4.

§. 4. Fabricam Lienis ſimplicem, perſpicuam inque aliis viſceribus haud obuiam; me hic exhibente, Alii vice verſa difficultates, obſtacula, caliginemque perpetuo incuſant, inde ad idaeas remotiores, in ſpecie ad motum ſanguinis ſplenici ad Hepar tendentis reſpicientes, Lieni communem ſtructuram conceſſam eſſe, qualis eſt ſtructura Parenchymatum ſeu viſcerum ſecernentium pronuntiant; Eaque hodie recepta eſt opinio de Structura Lienis, quamquam valde incerta et ad legem Parenchymatum, iudice ſaltem oculo, parum accommodata, tumque poſtremo cum vaſorum conformatione, ſanguinis in eo exundatione, cum ſitu pendulo aliisque phaenomenis male concordans. Porro, quod de motu ſanguinis ſplenici allegatur, cernimus ſanguinem quoque aliarum partium ab Hepate recipi, ſanguinem nimirum omenti, ventriculi, meſenterii, inteſtinorumque, de quarum partium ſtructura earumque refluo ſanguine, ſi conſequentia ſupra memorata vera eſſet, idem quod de Lienis ſtructura iudicium proferendum eſſet, quod tamen euidenter falſum eſt. Pone vero, ſolum ramum ſplenicum ad Hepar tendere, caetera vaſa venoſa Abdominis in venam Cauam terminari, ſanguinemque Lienis (excluſo omni aliarum venarum ſanguine) ad Hepar transmitti, tum forſan de quodam negotio aut commercio inter Hepar et Lienem, ſuſpicio haud iniuſta formaretur; Sed eo in caſu diſtincta prouti quidem mihi videtur Rami Splenici indoles conſpicua eſſet, quod tamen nequaquam obſeruatur.

Malo credere, tales venarum et ſanguinis directiones minus denotare arcanam partium functionem, quam in legibus generalibus Circulationis rationem habere &c.

§. 5. Intuitu expoſitae Lienis fabricae, Idaeam concepi nouam de eius actione, quam tamen minime caueo ac pro coniectura ſolummodo haberi cupio. Lienem conſidero non vt viſcus, ſed vt partem inſtrumentalem, ad exundationes fluidorum in eo fluentium, intumeſcentiasque ſuſcipiendas deſtinatam, ſine alia occulta et a ſubtiliore mechanismo pendente functione, qualem ſic dicta *Parenchymata* corporis humani exercent. Partem inſtrumentalem eam vocamus, cuius operatio aperte et ſenſibiliter mechanica eſt, vti valuulae reſpectu cordis et venarum, Palpebrae reſpectu viſus, Auris externa reſpectu auditus, Epiploon reſpectu inteſtinorum, Capſulae forſan atrabilariae reſpectu renum, corpus Spongioſum reſpectu vrethrae &c. Id mihi perſuadeo 1. ex generali Corporum ſpongioſorum proprietate quae a fluido intro ſtagnante retentoque, cellulis ſeu cauernulis eorum diſtentis inflatisque nulloque extus incumbente corpore compreſſis, mox in tumorem attolluntur; è contra, ceſſante fluidi ſtagnatione, in priorem ſtatum reſtituuntur. 2. E facilitate poſt mortem, quoties aër vel quoduis liquidum intra lienem penetrat, molem lienis augendi. 3. Conſtat quoque è 7. 8. et 9. experimento, omnes cauernulas lienis ſanguine vtplurimum diſtentas infectasque eſſe. Denique 4. ad Sedem Lienis reſpicio,

in

in eo ſpatio amplo, quod inter coſtas ſpurias, Diaphragma et Ventriculum vacuum eſt, quod vt inutile, nequaquam conſiderare licet. Lubenter hic teſtimonia Medicorum adderem, de motu Lienis in vivis hominibus tam oculo quam auditu percepto, item ſigna inflati Lienis vti ſunt coſtarum ſpuriarum ſiniſtri lateris protuberantia verſus dorſum progrediens, aeſtus, pulſatio, tumor et grauitas hypochondrii ſiniſtri, contactus tumidi lienis &c. Sed ſupra allegata Phaenomena Anatomica hac vice nobis ſufficiunt. Ex hisce concludo probabiliter, Lienem in viuo Homine inſtar Follis inflationibus obnoxium eſſe, molemque eius interdum naturaliter augeri interdum diminui, corpusque Lienis ſpatium hypochondrii vacuum (vid. 1. phaenom.) aliquando replere, alio vero tempore non replere, etſi in ſanitatis ſtatu earum mutationum nullam ſenſationem percipiamus. Quamobrem, duplicem inflationem ſeu intumescentiam Lienis ſtatuere procliue eſt, vnam violentam et praeternaturalem, alteram naturalem, benignam neceſſariamque, quam veram actionem Lienis appello.

§. 6. In eo difficultas ſola nunc verſatur, vt Agens ſeu id quod ſanguinis in Liene motum ſiſtere, eius exundationem excitare intumeſcentiamque adeo Lienis producere poteſt, aſſequamur: Alias enim intumeſcentia Lienis fieri haut poteſt, etſi venarum tunicae perforatae ſint, quia cum hae tum cellulae niſui ſanguinis ſeſe opponere valent. Illud vero Agens num forte ventriculus dicendus eſt?

DE SOLIDORUM RESISTENTIA SPECIMEN

G. B. Bulffingeri.

§. 1.

MM. Aug. et Dec. 1729. Tabb. XV. et XVI.

De ſolidorum reſiſtentia commentati ſunt Viri omnino egregii. *Galilaeus*, vt magno erat ingenio, nobile argumentum primus et feliciter aggreſſus eſt. Legitime e principiis ſuis intulit, quiquid edixit. *Hypotheſin*, qua vſus eſt, corpora vt perfecte rigida conſiderans, ſucceſſores facto naturae non omnino congruere obſeruarunt. Inter eos *Leibnitius* peculiari ſchediasmate conatus eſt euincere, quam natura Legem in reſiſtentia ſolidorum ſequatur, admonitus diſcrimine hypotheſeos Galilaeanae, et experimentorum, a *Paulo Wurzio*, et *Mariotto* factorum. Ipſe *Mariottus*, ſi quisquam alius, bene de hoc argumento meritus eſt: dum et phyſicas conſiderationes primus illi diſtincte intulit, et experimentis compluribus rem perdiſcere tentauit. *Varignonio* debet haec tractatio, quod aliae complures: perſecutus eſt haec problemata generali ſolutione, eademque auxit corollariis, vniuerſalitate aut elegantia commendabilibus. *Jac. Bernoullio* obuiam facta eſt eadem haec meditatio, cum de figura laminae elaſticae ſolicitum gerebat animum. Vidimus et *Parentium* ſaepius in hoc negotio verſatum; Virum, cuius longe infra meritum fa-

fama eſt. Is alibi geometram, phyſicum alibi, et aliquando oeconomum egit in hoc argumento.

§. 2. *Nobis* id curae eſt, vt factis repetita vice experimentis, tandem aliquando appareat, num dicta Virorum naturae congruant? aut quousque aberrent? Id vt conſilio magis, quam caſu, fiat, praemitti vtique conſiderationes abſtractae debent, ſed paucae illae, nec difficiles, nec omnes nouae.

§. 3. Principio illa *Mariotti* laus eſt, quod *duo corporum* reſiſtentium *genera* diſtinxit liquido. Sunt, quae ſolida dici, et rigida debent, exemplo lapidum, vitri et lignorum: Sunt, quae ſolida quidem, ſed flexilia, cuius modi ſunt laminae metallicae tenuiores, corium, papyrus, et ſimilia. Differunt haec corpora reſiſtentiarum legibus et ſeorſim ſingula examinari poſtulant.

§. 4. *Secunda* vbique innotuit *diſtinctio*, quae *modum* reſpicit, quo ſolida ſimul et rigida adhibentur corpora. Trabes poſthac appellabo, cum de his agitur corporibus. Ea autem vel vna ſui extremitate muro infiguntur: vel duabus innituntur, non fixae, vel vtraque extremitate muro infixae firmantur. *Primum* hic examinamus caſum.

§. 5. Is in *duas* diuiditur *partes*. Quando vis trabem ruptura directionem trabis longitudini parallelam ſeruat, dicemus trabem *directe euelli*: quando vis in directione ad trabis longitudinem perpendiculari agit, vocabimus id, trabem *transuerſe abrumpere*. Nomenclator eſt *Leibnitius*. In Actis Erud. 1684. pag. 320. Directiones obliquas ſpeciatim

memorare hominis otioſi foret: quomodo illae ex prioribus fluant, nemini ignotum eſt. Itaque, niſi in experimentis aliquid ſingulare prodeat, non vtique illis immorari operae pretium eſt.

Fig. 1. §. 6. Sit igitur potentia Q, quae trabem debeat *directe euellere*, quaeritur, vt trabem disrumpat, quanta ea requiratur? Id obuium eſt, ſeu extendi fibras ligneas poſſe, ſeu non extendi, fingas, rem eandem fore. Tenſiles enim fibrae eodem omnes modo afficiuntur in hoc caſu. Fac itaque, vniuerſam trabis propoſitae maſſam componi fibris rupturae reſiſtentibus. Equidem cauſſa non eſt, cur in calculo vercaris eam reſiſtentiam in fibris aequalibus et aequaliter tenſis aequalem ponere. Igitur omnis in eo res vertitur, vt multitudo fibrarum ducatur in vim reſiſtendi ſupremam: Huic ſcil. facto aequari potentia Q debet.

Fig. 2. §, 7. Exprimat Area ABCDA, baſin trabis muro reſectam. Sit altitudo $BD=a$, abſciſſa $BH=x$, elementum eius $Hb=dx$. Applicata $EF=y$. Sit porro vis fibrae ſingularis ligneae expoſita per lineam $BG=b$. Erit multitudo fibrarum in elemento $Eef F=EF.\times Hb=ydx$, et earundem reſiſtentia maxima $=bydx$. Ex eo prodit firmitas totius ſpatii $eEBFf=\int bydx$. Et conſequenter firmitas totius trabis $ABCDA=Q=\int bydx$, ſi poſt factam integrationem altitudo $BH(=x)$ migret in $BD(=a)$.

Fig. 3. §. 8. Sunt ordinarie trabes parallelepipeda, et Areae ABCDA parallelogramma. Itaque applicatae EF conſtantes. Sit igitur $y=c$. Erit

$Q=$

$Q = \int by\,dx = \int bc\,dx = bcx +$ conſt. $= bca$. Cuius quidem formulae hic vſus eſt, vt datis, quod fieri poteſt, per experimenta valoribus literarum Q, c, et a, inueniatur $b(=\frac{Q}{ca})$ pro firmitate fibrae ligneae, quales totam complere aream finguntur. Itaque ſi fibram datae crasſitiei velis cognoſcere: Sit area fibrae transuerſim ſectae $= k\alpha$, erit vis eam ruptura $= \frac{Q \cdot k\alpha}{ca}$.

§. 9. Supponitur autem in hoc calculo, texturam trabis internam ſatis eſſe ſimilarem, vt negligi differentia ſitus fibrarum poſſit. Si enim fibras interſtitiis a ſe inuicem irregulariter ſeiunctas eſſe velis, certum eſt, valores prodire alios atque alios; prout id multitudini fibrarum detrahit, vtpote quae ſola hic in computum venit, cum in ſequenti caſu etiam diuerſitas poſitionis plurimum conferat. Licebit tamen vulgari methodo inſiſtere, et fibras vniformiter per trabem diſtributas fingere, quoniam nec detegere verum, quo iacent, ordinem, nec ad praxin, ſi vel maxime innoteſceret, cum inſigni diſcrimine applicare poſſumus.

§. 10. Sit iam porro potentia P, quae trabem debeat *transuerſim abrumpere*. Galilaeus rigidum corpus conſiderans, rumpi ſimul omnes fibras, adeoque et omnes tota ſua vi reſiſtere, intulit. Inde ſequitur rumpi illas ſuper baſi ADC, et reſiſtentias fibrarum habere momentum tanto fortius, quanto longius a baſi rupturae abſunt. Igitur momentum reſiſtendi, quod elementum E*f*F potentiae P opponit, eſt aequale facto reſiſtentiae abſolutae $(= bcdx)$ Fig. 4.

in

in distantiam DH [$=(a-x)$]. Vnde fit momentum huius elementi $=bc(a-x)dx$, et momentum totius spatii EFBE$=\int bc(a-x)dx=bcax-\frac{1}{2}bcxx$: Et momentum trabis totius, posita $x=a$, exit $=\frac{1}{2}bca^2$. Est vero id momentum aequale momento ponderis P, quod applicatur in distantia DR, et exposita distantia hac per g, aequatur Pg. Vnde formula Galilaei $P=\frac{bca^2}{2g}$, et propter $Q=bca$, est tandem $P=\frac{Qa}{2g}$, vel facto $g=a$, est $P=\frac{1}{2}Q$.

§. 11. Cum experimenta discordarent propositionibus, coeperunt hypothesin Eruditi mutare. *Primus*, quod sciam, *Mariottus* tendi fibras, adeoque superiores resistere fortius animaduertit. *Leibnitius* illi hoc tribuit, quod P tecerit $\frac{1}{\mp}Q$. Id in prima editione factum oportet, namque in secunda ait, cadere P inter $\frac{1}{3}Q$ et $\frac{1}{\mp}Q$. Ipse *Leibnitius* veram sibi videtur et naturae congruam dedisse Problematis solutionem, faciens $P=\frac{1}{3}Q$, vsus hypothesi, quam alibi confirmatam dicit, quod *extensiones* sint *viribus tendentibus proportionales*. Equidem ex illa facile consequitur, quod Vir magnus infert. Est enim resistentia fibrae cuiusque absoluta proportionalis distantiae eius a basi fractionis ADC hoc est, vti distantia AB$(=a)$ ad resistentiam summam BG$(=b)$ ita DH, distantia fibrae propositae $(=a-x)$ ad resistentiam huius fibrae absolutam. Vnde, quia numerus fibrarum elementi EefF$=cdx$, fit resistentia earum absoluta $=\frac{b(a-x)cdx}{a}$, et momentum huius resi-

sistentiae super basin fractionis $=\frac{b(a-x)^2 cdx}{a}$. Vnde momentum totius spatii finiti EFBE$=\int_a^{bc}(a-x)^2 dx$ $=\frac{bc}{3a}(a-x)^3+\frac{1}{3}bca^2$, et momentum resistentiae pro tota trabe $=\frac{1}{3}bca^2=$P.g. Vnde P$=\frac{Qa}{3g}$, et facto $g=a$, prodit P$=\frac{1}{3}$Q, quae *Leibnitii* definitio est.

§. 12. Ita *propius* ad naturam accessimus in noua hac hypothesi: sed *abfumus* tamen a plena similitudine. Extenduntur fibrae in puncto D, comprimuntur quoque. Nescio, qui factum sit, vt *Mariotto* maculam inurat, *Jac. Bernoullius*, (*) quasi compressionem neglexerit, soli extensioni intentus, cum tamen id *Mariotto debeamus*, quod *compressionis primam* ipse *mentionem* fecerit; idemque sit Autor propositionis, quam et *Bernoullius* approbat, quod eaedem conclusiones prodeant, siue solam extensionem fibrarum inde a B ad D, siue extensionem a B, ad punctum aliquod C, et a C ad D, compressionem supponas.(**) Nondum dico de propositione ipsa sententiam. Fig. 5.

§. 13. Maneamus in hypothesi extensionis fibrarum omnium, et repetamus hic solutionem *Varignonii* generalem, sed liberatam a superfluis. Exponat ABC sectionem trabis, sit BD$=a$. BH$=x$. H$b=dx$. EF$=y$. Repraesentet curua GKD resistentiam cuiusque fibrae tensae absolutam, sic, vt,

(*) Memor. Acad. Par. 1705. p. m. 231. (**) vid. du Mouv. des Eaux. p. m. 361. seqq.

HK($-v$) exprimat reſiſtentiam fibrae Hb in momento ruptionis. Erit

Numerus fibrarum elementi EefF$=ydx$.

Reſiſtentia earum abſoluta $=vydx$. et

Momentum eius ſuper baſin ADC$=(a-x)vydx$.

Vnde Reſiſtentia totalis ſpatii EPF$=\int(a-x)vydx$. Quae formula dat reſiſtentiam totius ABC, ſi poſt integrationem completam fiat $x=a$. Hactenus gradior *cum Varignonio*: neſcio autem, cur ille praeter morem ſuum (ſolutiones enim facillimas ſolebat et breuiſſimas reddere) in deuia ſe coniecit. Iam enim praeſto eſt aequatio, quam ille per ambages reperit.(*) Aequalia eſſe debent momenta, reſiſtentiae vnum, et potentiae frangentis alterum. Itaque habetur $\int(a-x)vydx=P\times g$, hoc eſt = potentiae ductae in diſtantiam applicationis. Vnde fit P$=\frac{\int(a-x)vydx}{g}$: et, quoniam Q$=\int bydx$, erit P:Q$=\frac{\int(a-x)vydx}{g}:\int bydx$, faciendo $x=a$ poſt integrationem.

Tab. XVI. Fig. 5. §. 14. Pro applicatione formulae ſit ABC, parallelogrammum, adeoque $y=c$, et definiatur ſcala reſiſtentiarum GKD. Sit ea primo pro Galileana hypotheſi recta GL, adeoque HK$=v=b$, erit peracta ſummatione P$=\frac{bc}{g}\cdot\frac{1}{2}a^2=\frac{a}{2g}\times$Q. Sit deinde recta GD, pro *Leibnitio*, vt fiat HK$=v=b(a-x):a$ erit poſt integrationem P$=\frac{bc}{g}\cdot\frac{1}{3}a^2=\frac{a}{3g}\times$Q. Sit GKD parabola externa, vt fiat $v=\frac{b(-x)^2}{a^2}$ erit

P$=$

(*) Memor. Acad. Scient. 1702. p. m. 89. ſq.

$P=\frac{bc}{g}\frac{1}{4}a^2=\frac{a}{4g}\times Q$. Sit GMD parabola interna, et $v=\frac{b(a-x)^{\frac{1}{2}}}{a^{\frac{1}{2}}}$ fit $P=\frac{bc}{g}.\frac{2}{5}a^2=\frac{2}{5}\frac{a}{g}\times Q$. Sit denique resistentia vt dignitas quaecunque extensionis, hoc est $v=\frac{b(a-x)^m}{a^m}$, fiet hoc casu $P=\frac{bc}{g}.\frac{a^2}{m+2}=\frac{a}{(m+2)g}.Q$.

§. 15. Equidem in hac enumeratione patet, si ceteris paribus plures invicem trabes comparentur, sequi earum resistentias rationem solidi ca^2, hoc est compositam ex simplici latitudinis et duplicata altitudinis. Idemque in omni alia resistentiae per extensionem facta determinatione locum habere sic intelligitur. Sit loco dignitatis functio quaecunque; adeoque b ad v, sicut functio lineae BD(=A) ad functionem similem lineae HD(=X) sive $v=\frac{bX}{A}$, patebit in formula $\int(a-x)vydx=\int\frac{(a-x)bXcdx}{A}$, ob dimensiones literae a in functionibus X et A similes, et sese destruentes, semper in numeratore duas literae a dimensiones superare, quando post integrationem x aequatur a. Eandem conclusionem *Parentius* alia methodo directe invenerat, qua tensionum leges non sine artificio cuitauerat. (*)

§. 16. Fateor hic, quod saepe alias testatus sum, videri mihi, quod *resistentiae* fibrarum *maiores* sint, *quam pro extensionis ratione*. Nescio, annon ambigui aliquid in hypothesin §. 11. irrepserit. Dicitur, extensiones esse viribus tendentibus propor-

(*) v. Memor. Acad. Scient. Paris. 1708. p. 20. et Histor. eiusd. anni p. 142.

tionales; Reſiſtentias eſſe aequales momento tenſionis certum eſt. Sed cur ipſa extenſio debet eſſe proportionalis vi tendenti? An fieri non poteſt, vt maior ſit reniſus fibrae, quam pro extenſione actuali? Equidem id ex ſtructura definiendum eſſet, ſi ſtructuram penitius cognoſceremus; quoniam id fieri non poteſt, experimentis rem tentare oportet; eademque colligere in hypotheſin, quoad fieri poterit, ſimplicem et verae proximam.

§. 17. Simpliciſſimae ſunt hypotheſes, quae curuam reſiſtentiarum aſſumunt generis parabolici, ſic, vt $v=\frac{b(a-x)^m}{a^m}$. Examinaui primo, quid prodeat, ſi m fiat $=\frac{3}{2}$, hoc eſt: $P=\frac{2}{7}Q$. Monet enim *Mariottus* in experimentis P fuiſſe maius quam $\frac{1}{4}Q$. et $<\frac{1}{3}Q$, hoc eſt $>\frac{2}{8}Q$ et $<\frac{2}{6}Q$, ſupponendo $g=a$. Cum vero haec hypotheſis exigeretur ad experimentum *Mariotti* p. 358. ſq. propoſitum, prodiit ex aſſumta $m=\frac{3}{2}$, pondus $Q=7\times47$ libr. $=329$ libr., cum in experimento ipſo eſſet 330. libr.

§. 18. Fecit hic ſucceſſus, vt directe inquirendum exponentis m valorem ſtatuerim. Eſt vero $P=\frac{bc}{g}.\frac{a^2}{m+2}$. et $Q=bca$, hoc eſt $P=\frac{a}{(m+2)g}.Q$ vnde ſit $m=\frac{aQ}{gP}-2$. Iam in facto *Mariotti* l. c. fuit diſtantia ponderis P, ſiue $g=47$ lin. ipſum $P=6$ libr. et Altitudo $a=3$ lin. Pondus autem $Q=330$. quare $m=\frac{aQ}{gP}-2=\frac{3\times330}{6\times47}-2=\frac{71}{47}=1\frac{24}{47}$, hoc eſt, proxime $=1\frac{1}{2}$.

§. 19.

§. 19. Quod autem in ligno tentauimus, idem de vitro quoque ad aliud *Mariotti* experimentum (*) peregimus. Monet ille, cum per *Galilaei* leges expectaretur ruptura Cylindruli vitrei a pondere Q 30 libr., frustratum se effectu, donec librae omnino 50 adhiberentur. Apud *Galilaeum* est $P=\frac{1}{2}Q$, in nostra de ligno hypothesi $P=\frac{2}{7}Q$. Itaque fit $\frac{2}{7}:\frac{1}{2}=30$ ad pondus experimenti, quod exit $=52\frac{1}{2}$ libr. commodius vtique, quam si P facias $\frac{1}{3}$ vel $\frac{1}{4}Q$, adeoque pondus Q librarum 45 vel 60, sed tamen experimento minus conformiter. Igitur inuersa ratione praestat inquirere in valorem ipsius m, ex aequatione $\frac{30}{2}=\frac{50}{m+2}$ hoc est: $50:30=\frac{1}{2}:\frac{1}{m+2}(=\frac{3}{10})$ vnde fit $m=\frac{4}{3}$, et $v=\frac{b(a-x)^{\frac{4}{3}}}{a^{\frac{4}{3}}}$, quod, nisi fallor, naturae vitri non male conuenit. Conferrem ligni et vitri resistentias ad se inuicem, si posterioris Cylindri dimensionem annotasset Vir egregius.

§. 20. Sunt experimenta quoque fidibus instituta a *Jac. Bernoullio.* Ille chordam 3 pedes longam extendit pondere librarum 2, 4, 6, 8, viditque crescere longitudinem lineis 9, 17, 23, 27.(**) Si extensiones viribus proportionales essent, aucta longitudo fuisset lineis, 9, 18, 27, 36, quod longe differt a priori ratione. Sed si nostram examines rationem, faciendo, vt resistentiae sint ad extensiones in ratione subduplicata Cubi extensionis,

(*) vid. du Mouv. des Eaux p. m. 360. (**) Memor. Acad. Scient. Paris. 1705. p. m. 235.

proxime ad rationem experimentorum accedes. Sit enim $v = b(a-x)^{\frac{3}{2}} : a^{\frac{3}{2}}$ et ponatur $b = a = 1$. et $a-x = z$, ſic vt $v = z^{\frac{3}{2}}$ exhibeat v reſiſtentiam vi trahenti aqualem §. 16. et z proportionem extenſionis. Subſtituendo igitur in locum v valores 2, 4, 6, 8, vt fiat $8 = z^{\frac{3}{2}}$, $6 = z^{\frac{3}{2}}$ etc. exibunt pro z numeri proportionales, 15, 25, 23, 40, quorum proxime eadem eſt ratio cum ſuperioribus, 9, 17, 23, 27. Ex aduerſo, ſi feceris $v = z^{\frac{4}{3}}$ numeri ſequentur parum commodi.

§. 21. Plura hactenus experimenta huc pertinentia, ad manum non ſunt, erunt autem ſuo tempore: atque tum licebit inquirere plenius in eam legem, quam tenſiones habent ad reſiſtentias. Plures nimirum vtriusque termini requiruntur. Interim illud facile patet, ob formulam $P = \frac{aQ}{g(m+2)}$ datis quatuor literis inueniri quintam; ſupponendo ſemper curuam reſiſtentiarum eſſe ſub formula $v = b(a-x)^m : a^m$, quod vtique neceſſarium non eſt, ſed in praxi commodum foret, et, ſi recte ſperamus, a valore iuſto non multum abludet.

§. 22. Iſta de hypotheſi, quae *ſolam* ſpectat fibrarum *extenſionem*. Sequitur *altera* conſideratio, qua extenſioni *compreſſio* additur: Non enim extendi ſolum fibras in A contingit, ſed comprimi etiam oppoſitas in D. Primus, quod publice conſtet, *Mariottus* hoc argumentum examinauit, in ſecunda de motu Aquarum editione. Secuti ſunt non multo

to poſt *Jac. Bernoulli*, et *Parentius*. Quaeritur autem, quanta ad rumpendam trabem vis requiratur, cum extendi illa ſuperius et inferius comprimi poteſt. Abeunt in diuerſa Viri eximii. *Alteri* hanc vim aequant illi, quae requiritur, cum nulla ſit compreſſio: *Alter* minorem facit in ratione altitudinis fibrarum tenſarum ad altitudinem totius trabis. *Mihi*, ſi quid iudico, inter vtramque aeſtimationem placet eſſe medio.

§. 23. *Mariottus* vult, trabem ABCD, ſic affici ab actione ponderis P, vt, diuiſa altitudine AD in duas partes aequales AI et ID, fibrae ſuperiores inter A et I poſitae extendantur, et comprimantur inferiores ab I ad D. Vult porro, reſiſtentiam, quam compreſſioni ſuae opponunt fibrae ligneae, ceteris paribus, eſſe aequalem et ſimilem illi reſiſtentiae, qua extenſioni renituntur. Atque hinc demum infert: dimidium ponderis P(=L) agere in fibras AI extendendo illas, et dimidium eiusdem ponderis P(=M) comprimere fibras ID. Praeterea ad fibras AI tendendas requiri ex § XI. pondus $L=\frac{Q.IA}{3.IF}$: Itaque pondus $P=L+M$ eſſe $=\frac{2.Q.IA}{3.IF}$ $=\frac{Q.AD}{3.IF}$, quod idem eſt, cum pondere eius caſus, vbi nullam fieri compreſſionem, ſed omnes ab A ad D fibras extendi diximus §. XI. Igitur ſi rationem ſic ineas, alter in alterum caſus reſoluitur. Fig. 6,

§. 24. Equidem hic nemini non in mentem veniet: gratis vtique et contra oculorum fidem fingi limitem extenſionis et compreſſionis in medio altitudinis AD. Si tamen cetera bene habeant, nihil Fig. 7.

haec

haec animaduerſio morari concluſionem poterit. Sit punctum I in quacunque altitudinis AD parte poſitum: Dederis *Mariotto*, quod poſtulat, compreſſionis eandem eſſe, quae extenſionis, rationem; dederis, quod tacite inuoluit, punctum I eſſe fulcrum extenſionis aeque ac compreſſionis; Perfecta res erit ex voto Viri. Nimirum, ponderis P pars vna S, quae extenſionem praeſtat fibrarum IA ſuper fulcro I, erit $\frac{Q.IA}{3.IF}$, et altera T, quae comprimir ID ſuper fulcro I, erit $=\frac{Q.ID}{3.IF}$: itaque ipſum $P=S+T=\frac{Q.(IA+ID)}{3.IF}=\frac{Q.AD}{3.IF}$, plane vt intenditur.

§. 25. Compreſſionem quidem aliis regi legibus, vulgo credimus. Id tamen non accidit hic omnino incommode. Si enim maior quam pro ipſa compreſſione reſiſtentia eſt fibrae preſſae, pondus T prodit $< \frac{Q.ID}{3.IF}$, non praeter experientiam, qua $P<\frac{Q.AD}{3.IF}$. Etſi igitur vtriusque caſus §. XI. XXIII. aequiualentia non ſubſiſtat, niſi eadem extenſionis et compreſſionis ratio fuerit: non tamen haec aeſtimandi methodus multum ab experimentis abludet.

Fig. 8. §. 26. An punctum I commode pro fulcro haberi poſſit: dubia magis ratio eſt. Equidem fibra lignea in I nullam videtur vim pati, adeoque nec fulcri locum ſubire: nihil tamen hactenus abſurdi ſequitur, ſi ex puncto illo tanquam fulcro computes momenta extenſionis et compreſſionis. Id ita intelligitur. Sit punctum O eiusmodi, vt ſumma reſiſtentiarum tenſionis abſolutarum collecta in centrum O aequipolleat momento ſuo ſummae reſiſten-

ſtentiarum reſpectiuarum ſuper fulcro I: prodibit vectis OIF, cui in O reſiſtentia, et in F pondus S applicantur circa hypomochlium I. Eritque completo parallelogrammo IOHF, et producta HI in K, niſus fulcri I ſecundum lineam IK, et proportionalis lineae IH, ſi reſiſtentiae abſolutae ſint vt OH, et pondus S vt linea HF. Similiter ſit Y centrum reſiſtentiarum compreſſionis, erit niſus fulcri I in linea IG, et eidem proportionalis, ſi ſumma reſiſtentiarum abſolutarum omnium exponatur per YG, et pondus T per lineam IY. Ex quo patet, punctum I ob niſum IN extenſioni aduerſantem, et niſum IF compreſſioni oppoſitum, nec extendi debere nec comprimi, etſi fulcrum ſit tenſionis aeque ac compreſſionis. Certum tamen eſt, illud deorſum vrgeri pro ratione lineae OY.

§. 27. Id obiter animaduertas: 1. Reſiſtentiam quidem fibrarum tenſarum in directione HO eandem eſſe, quae compreſſarum in directione YG ſed 2. momentum compreſſionis vniuerſum longe minus eſſe momento fibrarum tenſarum, et quidem 3 in ratione lineae YI ad IO, hoc eſt ID ad A, ſi eaedem compreſſionis et extenſionis leges fuerint; ſin 4. fibrarum preſſarum reniſus in maiori ratione crescant, quam reſiſtentiae extenſarum, fore illa quidem in ratione YI ad IO, ſed YI:IO$<$ID:IA, quod iam ante diximus.

§. 28. Breuiorem videtur *viam* iniiſſe *Vir inſignis*, cuius hoc eſt ratiocinium. Fulciatur trabs in puncto A, vt extendi ſolum ſuperiores fibrae

debeant, nihil comprimantur inferiores. Extendentur ab actione ponderis P fibrae per ΔBAF. Eo facto, fulciatur in F, nec extendi amplius, sed comprimi patiatur: comprimentur ab eadem actione fibrae in ΔAFG. Jam, si sine fulcris trabem sibi reliquisses, statim ab initio in situm FG peruenisset ab actione eadem ponderis P. Igitur vis eadem est, quae fibras ΔBSF extendit, et fibras ΔASF comprimit, cum ea, quae vel extendit fibras ΔABF, vel
Fig. 9. comprimit fibras ΔAFG. *Atque iterum*: Cum fibra H super fulcro A extenditur ad HK, et super fulcro F comprimitur per KI, perinde est; ac si tensa esset solum per HI=HK–KI. Sic et fibra N extensa super fulcro A per NM, et compressa super fulcro F per ML exhibet fibram compressam solum per NL=ML–NM. Sed omnes HI et NL efficiunt ΔΔBSF et ASG, non secus atque omnes lineae HK, faciunt ΔABF, et omnes KI triangulum AFG.

§. 29. Acute id vero, si quicquam aliud. *Vnum* desidero pro mea tarditate. Cum *fulcri* tantus in momentum resistentiae influxus est: vnde constat, id momenti, quod in singulis casibus simplicibus a distantia fulcrorum A, vel F oritur, compensari exacte per vtriusque casus combinationem, sine fulcris factam? Certum est, situm trabis eundem prodire per suppositiones Viri duas sibi succedentes, qui per compositam exit: sed an ideo *momentum resistentiae* idem prodit *remotis*, quae posuit, *fulcris*. Non esse hanc de nihilo solicitudinem, patebit plenius, si eandem ad ratiocinium applices secundum. Di-

ci-

citur: Cum fibra H ſuper fulcro A extenditur ad HK, et ſuper fulcro F comprimitur per KI perinde eſt, ac ſi tenſa eſſet ſolum per HI=HK−KI. Recte id profecto, ſi praeter ſpatium extenſionis nihil ſpectaueris. Non licet autem ſimiliter inferre: Momentum fibrae H, ſuper fulcro A extenſae, per HK, ſi demas momentum fibrae KI ſuper fulcro F compreſſae, aequiualet reſiſtentiae fibrae HI(=HK−KI) extenſae ſine fulcro. Quodſi igitur recte Vir magnus intulit, *ſuppleri* ratiocinium dilucidatione noua et poteſt et debet.

§. 30. Tractemus negotium *ſine omni artificio*. Si nullam trabs compreſſionem patitur, erit A fulcrum extenſionis fibrarum in ΔBAF: eritque niſus, quo fulcrum A vrgetur in directione lineae AK, et proportionalis lineae AK=AH, ſi pondus P exponitur per AO diſtantiam centri tenſionis §. 26. et reſiſtentia fibrarum abſoluta per OH. Tolle fulcrum, et patere, vt compreſſionem admittat lignum: vtique hic ipſe niſus comprimet fibram in A, cumque ea cedere non poſſit, quin et proxima nonnihil concedat: comprimentur fibrae contiguae omnes, donec reſiſtentia earundem coniuncta aequet niſum, qui fulcro incumbit. Fingamus id accidere, cum pars fibrarum ΔASG incluſa ſic comprimitur, vt ſectio trabis ſit FSG. Hic vtique nec A fulcrum erit fibrarum tenſarum, nec S. Singulae potius fibrae inter S et A, vel S et G poſitae fulcri, ſed partialis rationem habent, vnaquaeque pro ſuae compreſſionis modulo. Fig. 10.

§. 31. Hic vero ſtatim patebit, quoniam minus eſt momentum fibrarum inter S et B tenſarum, quatenus referuntur ad fulcra prope S poſita, quam ad ipſum A: Minus eſſe momentum reſiſtentiae vniuerſae in hoc caſu, quam in priori, quo nulla fiebat compreſſio. Ex aduerſo, quoniam maius eſt tenſionis momentum, quatenus illa refertur ad fulcra prope A poſita, quam ad fulcrum S: igitur momentum totale maius fore, quam ſi ſola ſpectaretur extenſio fibrarum trianguli BSF relata ad fulcrum S. Quodſi igitur omnes hae inaequales ſuſtentationes mutuo compenſentur, fingi poteſt punctum inter S et A poſitum, quod pro fulcro haberi poſſit.

§. 32. Equidem, ſi cognitae eſſent leges compreſſionis et reſiſtentiarum eius: poſſet huius puncti diſtantia ab S vel A definiri: S autem per experimenta capi. Quoniam id non licet: fingi punctum hoc poteſt, v. g. in Z, et inſtrui computus, vt deinde collatis experientiae concluſionibus innoteſcat, quam prope abſimus a veritate.

Fig. 11. §. 33. Sit AB$=a$, BF$=b$, BS$=c$, cognoſcendo c per experimenta. Sit porro BP$=x$, et BZ$=p$, diſtantia hactenus incognita, ſed in momento rupturae conſtans. Erit vis fibrae PM abſoluta (poſita lege Marioti §. 11.) proportionalis ipſi PM. Adeoque BS : BF$=$PS : PM, hoc eſt $c:b=c-x:\frac{(c-x)b}{c}$: et vis totius elementi PpmM$=dx\frac{bc-bx}{c}$, quae ducta in diſtantiam a fulcro Z, hoc eſt in PZ$=p-x$, dat reſiſtentiam reſpectiuam $=\frac{pbc-pbx}{c}dx$

$dx + \frac{bx^3 - bcx}{c} dx$. Vnde vis totius ſpatii BPMF$=pbx - \frac{pbx^2}{2c} + \frac{bx^3}{3c} - \frac{bx^3}{2}$, et faciendo $x=c$, ſumma totius reſiſtentiae trabis $\frac{1}{2}pbc - \frac{1}{6}bc^2 = Pg$ ex §. 11. vnde fit $p = \frac{6Pg + bc^2}{3bc} = \frac{2Pg}{bc} + \frac{1}{3}c$, et ſi $p=a=c$, vti §. XI. erit $Pg = \frac{1}{3}ba^2$.

§. 34. Sit exempli gratia $c=a-q$ et $p=a-\frac{1}{2}q$ et $q=\frac{1}{10}$ adeoque $c=\frac{9}{10}a$ et $p=\frac{19}{20}a$, fiet $Pg=\frac{7}{24}ba^2$ quod proxime accedit ad id, quod ſupra inuenimus, §. 11. vbi $Pg=\frac{2}{7}ba^2$ hoc eſt $=\frac{14}{49}ba^2$. Cumque conſtet, in experimentis Pg cadere inter $\frac{1}{3}ba^2$ et $\frac{1}{4}ba^2$: poſſunt facile limites aſſignari, inter quos conſiſtere debet q, ſi facias $Az=zs$, quod aut proxime verum erit, aut eiusmodi ſaltem, vt errorem gignere ſenſibilem non poſſit. Si enim feceris $c=\frac{m}{n}a$, prodibit $c=a$, et $p=a$ pro formula $Pg=\frac{1}{3}ba^2$: et $c=\frac{1582}{2000}a$, ſiue $\frac{16}{20}a=\frac{4}{5}a$, $p=\frac{n+m}{2n}a=\frac{9}{10}a$ pro aequatione $Pg=\frac{1}{4}ba^2$. Non poteſt igitur AS maius eſſe, quam $\frac{1}{5}a$, niſi aut methodus noſtra, aut aliquod e ſuppoſitis, fefellerit.

§. 35. Quomodo haec ad experimenta exigi debeant, quidue per illa eruatur, fortaſſis alias dicendi locus erit, cum tandem aliquando patientia noſtra, aut flagitandi importunitas, expugnauerit opificum tarditatem. Suffecerit interea temporis oſtendiſſe, in quo hypotheſes hactenus adhibitae aut deficiant, aut videantur deficere.

DE TRACHEIS PLANTARUM EX MELONE OBSERUATIO

G. B. Bulffingeri.

M. Sept. 1729. Cum nudius tertius (d. 3. Sept. 1729.) *Melonem* plantam tribus maturis fructibus commendabilem in hortulo meo ex terra extraherem, excitauit figura radicum exterior cupiditatem inquirendi in ſtructuram eius. Ea autem oculis ſubiecta *Trachearum forma* adeo placuit, vt eandem per integram perſequi plantam operae pretium iudicauerim. Non enim vbique videas explicite, quae hic diſtincte patent.

Phaenomena

haec ſunt: 1. ſecta transuerſim radix praeter corticem, etc. plurima obtutui foramina obiicit, maiora aut minora, prout radicis fortior portio fuerit. Patent illa nudo oculo facillime. 2. Colliguntur autem in faſciculos quaſi circa axem radicis. Eorum tres vidi in minoribus radicum ſurculis, in maioribus quatuor, eſtque materia in qua conſpiciuntur diuerſa ab ambiente, et durior. 3. Plerique horum faſciculorum denuo in ſuas,et plerumque tres, partes diuiſae ſunt, ſenſibiliter, ſuntque intercapedines repletae materia eadem, qua ambitus. 4. Si plures ſucceſſiue orbiculos examines (ſeu nudo oculo, ſeu armato) foraminum idem ordo eſt, et

et numerus. 5. Cum fruſta duos, tres, quinque, octo pollices longa et tortuoſa abſcinderem, licuit et aerem et humores trans illa fugere. 6. Perinde etiam fuit, ſeu a radice ſeu caule fruſta illa abſcinderem; quin imo 7. cum eiusmodi fruſta partem radicis et trunci complecterentur, tranſiit aer, ſiue per eam extremitatem, quae radix erat, ſiue per alteram inſufflaretur. Iuuat autem fluido immergere extremitatem fruſti, vt egredientes ex fluido bullulae tranſitum aeris oſtendant. 8. In trunco ſeu caule plantae duodecim diſtinguere faſciculos eiusmodi conſtanter licet, foraminibus ſuis inſignes; 9. Vacua eſſe foramina ad ſenſum patet, maxime ſi orbiculi inter lumen et oculum ponantur medii. 10. Numerus et ordo et magnitudo foraminum in ſingulis faſciculis non nihil differre viſus eſt: ſed in eodem faſciculo, quem in pluribus orbiculis ſibi ſuccedentibus examinaui, differentiam ſenſibilem nullam vidi. 11. Idem fuit faſciculorum numerus, ſiue propius ad radicem ſecaretur caulis, ſiue remotius. 12. Quin imo idem numerus in ramis; 13. Idem in ſurculo tendente ad fructum, 14. et idem plerumque numerus cellularum in ipſo fructu, ſaltem vbi perfectus apparuit; namque in aliis decem aliquando aut vndecim numeraui. 15. In pedunculis fructuum plures conſpiciuntur quam duodecim, ſed ramificationes ſunt illorum duodecim, qui ex ſurculo veniunt, vti videre eſt, ſi nudentur veſtimento ſuo fibrae hae ad vsque originem pedunculi. Contra vero 16. in pedunculis foliorum tales faſci-

culi

culi non nisi nouem apparent, quinque omnino fortiores, ex parte connexa pedunculi, duo mediocres, et duo tenuissimi in vicinia eius crenae, quae obseruatur in latere folii ad furculum conuersо. 17. Habent illa originem ex nouem fasciculis caulis sibi subiectis; tres enim in parte caulis, qua folium non respicit, sine bifurcatione aut diuisione ad folium tendente, eunt vlterius, et 18. ad nouum folium formandum pergunt, sic, vt folia semper ab alternis generentur fasciculis. 19. Vbi pedunculus in folium expanditur, tres fasciculi medii formant tres costas folii maiores, singuli singulas: sed duae laterales costae formantur reliquis tribus minoribus fasciculis, in quibus tamen aliquando duo tantum, aliquando tres distincti apparent. 20. In singulas costarum ramificationes abit fasciculi praedicti aliqua pars, quousque rem licuit persequi. 21. Illud notabile est, fasciculos eiusmodi continuatos tam in caule, quam in pedunculis foliorum, fibrae alicuius ligneae subalbidae speciem referre: et 22. si diutius continuetur, vt v. g. in ramis tenuioribus, vel in pedunculis foliorum, fieri, vt foramina eorum non amplius sint conspicua, ne quidem optimis si vtare microscopiis. 23. Cum alicubi prope folii insertionem caulis et folium computruerit, distincte licuit fibras hasce, seu fasciculos extrahere, duodecim ex caule, ex folio nouem, diuersae, vt supra diximus, crassitiei. Habebant illae foramina sua satis conspicua. 24. Foramen in medio caulis obuium in radice, et foliis non conspicitur. 25. Circa furculo-

rum

rum origines, etsi mihi nondum satis fecerim, vidi hoc tamen. Esse eo loco, cui interior folii ortus respondet, diaphragma medium caulem occupans, viridiusculum, in quod fibrae caulis facta sui bifurcatione inserantur lateraliter. 26. Tum vero, ex eo latere, vbi surculus est, egressae illae formant quasi membranam, qua surculi exortus integitur; 27. Ea autem membrana denuo in duodecim fasciculos colligitur, atque sic, vt ante diximus, pergunt deinceps fasciculi, quorum aliquan..o 28. Decem tantum, aut vndecim numerantur, donec sese dinidant, qui casu aliquo nimis propinque quasi cohaeserant.

Conclusiones.

Patet autem ex dictis, decidi posthac *de tracheis plantarum* quaestionem.

1. Si trachea est canaliculus continuus, aere solo plenus, et lateribus fortioribus compositus: Sunt vtique trachearum fasciculi, quos hactenus descripsimus. Canales enim vacuos probant phaenomena 4-10. Neque obest 2. in plantis compluribus non posse foramina vel microscopiis detegi; nam propter phaen. 22. credibile est, vel minora esse, vel dum resecantur orbiculi foramina succo obstrui ex fibris contiguis expresso. 3. Videmus, per vniuersam plantae substantiam tracheas istas protendi, magna vniformitate. 4. Includi vero fibris, quas vulgo ligneas vocamus, et ex earundem contextu quasi formari. 5. An ipsae hae fibrae praeter cauitates

hasce aere plenas, ſuccum ferant in aliis minoribus cauitatibus: non facile dixerim; ſunt ad ſenſum multo reliquis fibris ſicciores, et quales apparere debent, quae praeter ſui nutritium non habent ſuccum alium; 6. Reuehere illas ſuccum a plantarum nutritione reducem, coniectura eſt Viri docti apud *Wolfium* T. II. Phyſ. p. 626. Id poſt obſeruationes noſtras non eſt veroſimile. Originem enim coniectationi dedit ſine dubio, quod foramina noſtra non apparerent. 7. An ſitus harum trachearum inter fibrarum viridium et vtriculorum ordines patrocinetur explicationi receptae de eleuatione ſucci nutritii per actionem ſyſtalticam trachearum, in id non inquiram. 8. Foramen in medio caule credo tribui poſſe expanſioni fibrarum viridium, et vtriculorum, qua etiam fit, vt faſciculi in radice collecti diſcerpantur, et e quatuor tripartitis fiant duodecim. 9. Debemus autem teneritudini plantae et trachearum amplitudini, vt ſine artificio illas detegere et perſequi poſſimus. Ita enim ſe ſponte nobis obtulit, quod difficiliori methodo inquirendum ſibi propoſuit *Chriſt. Wolfius* T. II. Phyſ. p. 639. 10. Intelligimus quoque, quid lignea pars ad nutritionem conferat, ſi in fibris ligneis, non alibi, tracheae ſunt, et cur inſitiones non ſuccedant, niſi ſurculus partem ligneam intret. v. Hiſt. de l' Acad. 1711. p. 56. Namque in ligneis tracheae collocantur fibris, vt igitur cum illis communicent tracheae ſurculi inſerendi, neceſſum eſt, vt eas fibras intrent. Quicquid autem ſit de reliquis nutritionis plan-

plantarum momentis, maneamus II. hac vice in eo, quod ad veritatem *exiſtentiae trachearum* pertinet. Scilicet haec certa et ſufficiens obſeruationis noſtrae vtilitas eſt, quod poſthac *dubium* ceſſare poſſit Virorum Magnorum, quod more ſuo iucunde extulit *illuſtris Fontenellius*, vbi ſuam de plantarum nutritione expoſitionem hisce verbis concludit:

„Si on entroit dans vn plus grand detail, on" y mettroit auſſi plus de coniectures, et plus d' in " certitude. On iroit iusqu' aux vtricules, aux in " ſertions, *et aux Trachées*, parties des plantes, que" de grands Auteurs, à la verité, ont voulu établir," et *qui pourroient exiſter, mais qu'il faut avouër*," *qu'on ne voit gueres avec les meilleurs microſcopes*," *qu' autant qu' on a envie de les voir.* v. Hiſt. de" l' Acad. 1711. p. 65." Edit. Bat.

DE VENTRICULO ET INTESTINIS.

AUCTORE

Jo. Ceorg. Du vernoi.

Artic. I.

DE VENTRICULO.

§. 1.

Menſe Jun. 1729.

In Ventriculo, pulcerrimum opus olim a Se viſum fuiſſe teſtatur Celeb. *Rhuyſch*, hisce verbis; „In Stomacho inuerſo nonſolum innumeri oc-" currunt pori viſibiles. - - Verum etiam ante " quam ſtomachus in os inferius exeat, alia Phaeno-"

„mena mihi patefacta sunt, sc. innumerae et minu-
„tissimae cellulosae intercapedines quadrangulares,
„diuersae magnitudinis, quae analogiam habent cum
„istis quae reperiuntur in stomacho vitulino, et
„quidem ea parte quae belgice audit *de Kraag*,
„sunt tamen longe maiores quam in stomacho hu-
„mano. vid. Thes. anatom. 2. As. III. N. 14.

§. 2. Post *Rhuyschium*, ante 4 fere annos, eius Rei mentionem factam fuisse a Viro Cel. *Jo. Dominic: Santorini* animaduerto, qui in praeclaro Obs. anat. Libro, cap. IX. art. 6. mentem suam ita explicat. *Minutissimas, inquit, cellulosas intercapedines quadrangulares, quas praeclariss. Rhuysch in stomachi fundo animaduertit, diligentissime perquisitas, nunquam tamen detegere vel nostris vel alienis oculis valuimus, quas non idcirco diligentiss. Virum vidisse negabimus, quum fortasse nec vbique nec cuique id ipsum saepe varia natura demonstret.* De hocce itaque elegantissimo Naturae opere in cauo ventriculi, *Rhuyschiano scil.* inuento, Obseruationes quasdam rariores, ex vtraque Anatome depromptas modo sum prolaturus.

§. 3. Prima occasio oblata est, in quodam viro *Veneno* extincto, ex quo figura quoque gemini ductus thoracici desumpta fuit, quam in I. Tom. Commentar. Petropolit. videre licet. Postquam Veneni gratia, sollicite stomachum exploraſſem, multisque lotionibus quasi dealbaſſem, ecce! in nonnullis locis, Reticulatum opus, minutissimorum filamentorum niueo colore splendentium, mire sese implicantium, ac inter capedines cineritii coloris efformantium,

nu-

nudo oculo obſeruare mihi viſus ſum. Id cum admirabili fibrarum contextu in foliis et corticibus quarumdam plantarum conſpicuo, vel cum dorſi manus lineolis fere analogiam habet.

2. In Iuuenis viri ſtomacho, ope microſcopii, quasdam ſimilium cellularum areas obſeruaui, nec non in duobus aliis, in quibus magna ventriculi diſtenſio conſpicua erat. In aliis tamen cadaueribus idem ſucceſſus defuit.

3. Ne autem cauſſae alicui praeternaturali, forte veneno vel imaginationi hocce phaenomenon tribuatur, perpendendum eſt ſimilem nos detexiſſe in ſtomacho *Elephanti* texturam, ſed longe conſpectiorem euidentioremque, ſuper totam ventriculi ſuperficiem extenſam, quemadmodum inter huius Animalis praeparata No. 16. in Ventriculi Elephantini extremitate dextra, in Muſaeo Imperiali id conſpicere datur.

§. 4. Huius itaque admirandae texturae facies in citatis exemplis ſic luculenter nobis oblata eſt. Congeries erat ſubtiliſſimorum, inſtar telae aranearum, viſum pene effugientium filamentorum, niueo colore ſplendentium, ac denique retis in modum facta inuicem implicatione ſummam cauitatis ventriculi ſuperficiem lambentium. Hiſce, frequentiſſimae interiacebant anguſtisſimae intercapedines, ſeu alueoli aut ſpatiola profunditate ad viſum carentia, cinericii coloris, quibus Cel. *Ruyſch.* nomen intercapedinum quadrangularium affinxit. Mihi omnes haud quadrangulares apparuere, verum irregulares plurimae,

quaedam rotundae. Diſtenta et diducta tunica praeſata, eae haud minus apparebant. Magnitudo inſtar minimi grani ſabuli. Numerus ineffabilis.

§. 5. Determinare aut diuinare naturam et qualitatem iſtius opificii, et cuinam vſui a natura illud comparatum ſit, haud procliue eſt. An contextus vasculoſus? quemadmodum prima fronte ſuſpicatus ſum. Sed Scrutator Vaſorum Solertiſſimus *Rhuyſchius* id pro tali non agnoſcit. Notum autem eſt, quanta *Rhuyſchii* ſagacitas fuerit ac induſtria, in eruendis vasculis minimis ad ſtuporem et inuidiam vsque. 2. Obſeruare minima vaſcula in ſuperficie ventriculi interiore quae cruſta vocatur, contra morem eſt minimorum vasculorum, quae nusquam nude apparent, verum artis iniectoriae beneficio demum ſub oculos cadunt. An denique corpus reticulare? analogum linguae aut curis corpori reticulato Id ſane disquiſitione dignum eſt.

§. 6. Subiit aliquando cogitatio forte contextum nerueum eſſe ventriculo proprium, a quo ſenſatio ventriculi immediate oritur. Equidem haud diſſimulandum eſt, Neruorum ad ventriculum aliasque partes tendentium exteriorem magis habitum innotuiſſe hactenus quam vltimos fines, vltima capillamenta modificationesque eorundem in fabrica ſeu contextu nerueae tunicae praefatarum partium in qua omnes nerui conglegantur, eorumque neruorum, cum in ventriculo, tum in plurimis aliis partibus, ſingulares ac ſpecificas diſpoſitiones minus perſpectas eſſe. Namque vnum ac idem generale et com-

commune ſtructurae genus in plerisque neruearum tunicarum deſcriptionibus exponitur. Nullum aut perexiguum discrimen in earundem conformatione, quoad inceſſum contextumue neruorum annotatum video. Verum ſimplex tela membranacea vaſis ſanguineis picta propter ſentiendi facultatem neruea appellatur, etſi in ea nerui nequaquam appareant. Idcirco ſapienter Ceb. *Rhayſchius. Notaui inquit iamdudum extrema vaſorum ſanguiferorum ſingulis fere plagis corporis quam maxime differre in ſtructura qua conſtant. Verum etiam didici deinde id ipſum quoque in neruorum obtinere extremis.* Id Naturae profecto valde conſentaneum eſſe arbitratus ſum; ſed quoad *Papillarum* hypotheſin, ea admodum problematica mihi viſa eſt, ſi ad interiores aeque ac exteriores partes corporis Humani extenditur, quoniam vbi ſenſationes partium ac impreſſiones corporum Agentium adeo diſcrepantes ſunt, ibi extremorum neruorum fabricam ſub formis ac ſpeciebus diſtinctis ac ſingularibus animo concipere neceſſe eſt, donec experientia rerum magiſtra contrarium edoceat, id quod in ventriculo futurum vix praeſumo, propter papillarum ſolidam craſſam ac rudem indolem, quae loca amat pilis, pinguedine, corpore reticulato aspera tendineaque, vti ſunt Lingua et Cutis; tum etiam propter memoratum contextum in ventriculo detectum, quem vt Organum immediatum conſidero ſenſationum ac effectuum admirandorum, quos in Homine ſeu ſano ſeu aegroto peragi videmus.

Ar-

Artic. 2.
DE INTESTINIS.

§. 7. In verſo inteſtino vaſisque ſanguiferis probe diſtentis, aufer tunicam nerueam, ſed proſpice, vt caetera loco haud moueantur: Sic obſeruabis iuga ſeu valuulas inteſtinales conſtanter apparere, ſicuti ante detractam nerueam tunicam: Viceuerſa eandem planam reddi rugis euaneſcentibus. Hocce Experimento didici, 1. Sedem veram valuularum inteſtinalium in tunica neruea aut villoſa perperam ſtatui. 2. Tunicam nerueam praefatas Valuulas haud efficere, ſed ſolummodo inueſtire, iisque vt veſtimentum ſeſe accommodare, vnde eius longitudo oritur. 3. Intelligitur quoque ratio ſeu cauſſa, cur annotante *Rhuyſchio* Valuulae ſaepe concidant ac interdum obliterentur Homine aegrotante.

Pinguedo duobus in locis intra inteſtini tunicas incluſa obſeruatur: Namque 1. ſub tunica extima, quae lamellarum meſenterii productio ac continuatio eſt, prouti Tom. I. Commentar. Petrop. indicaui, ſtratum apparet celluloſo-adipoſum, tenue, in modum telae complanatum, cuius ſimiliter originem a meſenterio eiusque ſepto intermedio c.l. repetii, quod poſtquam ad inteſtinioram pertingit, eo nequaquam ſubſiſtit, ſed inter extimam et muscularem tunicam ſerpendo, ſpeciem tunicae nouae efformat: Hanc ab Inuentore *Rhuyſchio* tunicam appellabimus celluloſam *Rhuyſchii*, quae ad praeſens modo inſtitutum haud proprie pertinet, niſi qua-

quatenus ea connexionem fortaſſis obtinet cum alio ſtrato pinguedinis, ad formationem valuularum inteſtinalium proxime inſeruiente;

§. 9. Iſta pinguedo, a praecedente ita diſtat vt inter eas duo alia inuolucra, vnum carneum ſeu musculare, alterum vaſculoſum ex capacibus amplisque vaſis ſanguiuehis arcuatis conſtans, locum occupent, ſuper quae vaſa praefata pinguedo eminet ac vna cum ipſis iuga ſupra memorata efformat, quibus neruea tunica poſtremo agglutinata ac telae inſtar impoſita eſt: Tres itaque diuerſi generis partes ad fabricam valuularum neceſſariae ſunt. 1. Vaſa maiora arcuata ſeu fornicata. 2. Adeps ſeu pinguedo. 3. Tunica neruea. Quare vbi vaſa arcuata deficiunt, in interſtitio ſcilicet duarum valuularum, ibi neque pinguedo neque neruea tunica tumorem ſeu iugum excitant, ſed complanatam ſuperficiem exhibent. Rurſus, quando vaſa nimis compreſſa aut vacua ſunt defectusque pinguedinis adeſt, neceſſe eſt eo in caſu deprimi iuga, ſicuti conſideranti patet. Poſtremo obſeruaui in nonnullis cadaueribus, ab alia cauſa deletas fuiſſe Valuulas, quando nimirum Aër cellulas adipoſas ita inflat et expandit, vt tumore exinde enato cauitas inteſtini fere occludatur. Sed de hocce Tumorum inteſtinalium genere alias.

EXPERIMENTA
CORAM SOCIETATE INSTITUTA IN CONFIRMATIONEM THEORIAE PRESSIONUM QUAS LATERA CANALIS AB AQUA TRANSFLUENTE SUSTINENT.

A

Daniele Bernoulli Joh. Fil.

Tab. XVII.

Quaenam ſit preſſio aquarum in vaſe ſtagnantium a remotiſſimis temporibus fuit omnibus notum. Nemo autem, quantum ſcio, preſſionem aquarum per canales fluentium adhuc recte definiuit: fuerunt nonnulli, qui huius argumenti veluti in tranſitu mentionem facientes putarunt, latera canalium ab aquis ſiue ſtagnantibus ſiue transfluentibus perinde premi, ſi modo eadem vtrobique fuerit aquarum altitudo: ſed falſi ſunt. Interim argumentum mihi viſum fuit digniſſimum, quod omni attentione examinaretur. Inde enim pendet vera aeſtimatio quantitatis aquae, quae per tubulos riuis lateraliter implantatos, erogatur, qua de re *Frontinus* egit et poſt eum multi alii: pendet etiam requiſita aquaeductuum firmitas, multarumque quaeſtionum ad motum fluidorum in corpore animali pertinentium ſolutio et quae huiusmodi deſideratorum ſunt alia. Mox autem animaduerti, problema noſtrum ſolui prius non poſſe quam motus aquarum recte definitus fuerit, et ita quidem definitus vt ſingulis momentis a quiete ſeu motus ini-

initio vsque ad datum terminum maximas accelerationes innoteſcant: quae ratio eſt, quod ad tempora noſtra vsque latuerit iſta, quam fluida per canales mota exerceant, preſſio; neque illam ego detecturus ſuiſſem, niſi prius in theoriam generalem *de motu aquarum per canales quoscunque fluentium* incidiſſem, quam videre eſt in *Comment. Acad. Scient. Petrop. Tom. II. pag.* 111. Ope iſtius theoriae Staticam fluidorum motorum adornaui integram, cuius ſpecimina quaedam hic apponam ceu exempla experimentis coram ſocietate confirmata: Neque enim anguſti limites huiusmodi Diſſertationibus Academicis praeſcripti id aliter permittunt atque propterea malui omnia, quae in res aquarias feci meditata, in vnum congerere tractatum.

Finge igitur fiſtulam cylindricam caſtello amplitudinis veluti infinitae et aquae plenae horizontaliter implantatam, eiusque orificium externum digito obturatum puto: ita vides ſingulas fiſtulae partes ſecundum regulas ordinarias toti aquae altitudini conuenientes preſſum iri. At vero cum remoto digito aquae per fiſtulam effluere incipiunt, mox diminuetur aquae preſſio, imo tandem tota euaneſcet: neque tamen mutatio iſta in inſtanti fiet, praeſertim ſi longior fuerit fiſtula: dum demum tota euaneſcet, cum aqua omnem quam acquirere poteſt velocitatem habuerit; Id vero fit poſt tempus, ſi accurate loqui velimus, infinitum, quamuis tam celeriter acceleretur aquae motus, vt di-

cto citius tantum non totus, qui oriri potest, adsit, nisi aquae-ductus castello praelongus insertus fuerit.

Si vero aquae non pleno orificio per fistulam erumpant, aquarum pressio non omnis tolletur, etiamsi aquae tota sua velocitate per fistulam transfluant.

Non attendemus ad illas pressionum mutationes, quae fiunt a fluxus initio, donec aquarum transfluxus censeri possit aequabilis: dicemus saltem de vltima illa pressione quae effluxui aequabili conueniat: impedimentorum autem, quae effluxum aquarum per fistulam casu retardare possunt, veluti adhaesionis aquae ad latera tubi, contractionis venae effluentis a *Newtono* obseruatae (quae pariter casualis est totaque vitari potest) aliorumque similium nullam rationem habebimus.

Fuerint iam amplitudines fistulae eiusque orificii aquas emittentis vt m ad n; altitudo aquae in castello supra fistulam $=a$: intelligantur aquae pleno orificio totaque sua velocitate, quae dictae altitudini a conueniat, effluere; pressio autem aquae obturato orificio ceu proportionalis altitudini aquae indicetur per a: dico pressionem aquae per fistulam transfluentis fore aequalem $\frac{mm-nn}{mm}a$, atque proinde nullam si fuerit $m=n$, id est, si fistula tota fuerit aperta.

Vt istam fluidorum motorum Staticam experimentis confirmarem, vsus sum arca lignea, cuius latitudo erat vnius pedis longitudo trium pedum, alti-

altitudo quatuordecim pollicum: hanc aqua impleui eiusque parti infimae fistulam accurate cylindricam ex ferro fabricatam infixi horizontaliter: Ita autem factus erat tubus iste ferreus. Longitudinem nempe habuit AB 4 poll. 2 lin. Angl. diametrum BC 7. lin. in medio tubus foraminulo *m* erat perfo- Fig. 1.
ratus ibidemque tubulus DE pariter ferreus sex lineas longus ac sesquilineam in diametro habens afferuminatus erat, ita vt foraminulum *m* in medio basis foueret. Huic postmodum tubulo imposui tubum vitreum aequabilis amplitudinis vt apparet in figura tertia, quae modum totius experimenti indicat. Porro tria opercula confieri curaui tubo ferreo adaptata, foramine diuersae magnitudinis pertusa: tale operculum repraesentatur figura secunda.

Hisce omnibus coniunctis eum in modum quem Fig. 2.
ostendit figura tertia factoque ne aqua per alias rimas quam aperturam in BG efflueret, obturaui orificium Fig. 3.
in BC, tumque obseruaui in tubo vitreo verticaliter posito, punctum *n* ad quod aquae ascendebant, idque filo sericeo circumuoluto notaui: prius autem exploraueram virtutem capillarem istius tubi vitrei hancque inueneram quinque linearum, ita vt tubo aquae verticaliter immisso differentia inter vtramque superficiem aquae esset quinque linearum: propterea punctum *n* supra superficiem EF eleuatum fuit totidem lineis, hincque in calculo quaeuis altitudo D*u*, D*g* quinque lineis diminuta censenda est. In singulis experimentis arca aquis ita plena conser-

uata fuit vt altitudo AF eſſet 9 poll. 7 lin. altitudo autem D*n* 10 poll. His omnibus ita ad experimentum praeparatis, tunc aperto orificio in BC aquis effluxus concedebatur et protinus deſcendit aqua in tubo vitreo, veluti ex *u* in *g*, quem locum *g* rurſus alio notauimus filo ſericeo, antea tubo circumuoluto. Et ſic denique talia cepimus experimenta.

Experimentum 1. Cum diameter foraminis in operculo BC eſſet $2\frac{1}{5}$ lin. fuit deſcenſus *ng* tantillo maior vna linea, ita vt nulla differentia inter theoriam et ſucceſſum experimenti obſeruari poterit.

Experimentum 2. Aſſumto alio operculo in quo diameter foraminis erat $3\frac{2}{5}$ lin. aut paululum maior deſcenſus *ng* obſeruatus fuit ſex linearum cum duabus tertiis plane rurſus vt theoria indicat.

Experimentum 3. Adhibito tertio operculo, in quo diameter foraminis erat quinque linearum aut aliquantulum minor: deſcenſum *ng* obſeruauimus 28. linearum. Vi theoriae debebat eſſe circiter 29 linearum nec enim foramen omnino quinque lineas in diametro habere viſum fuit. Differentia paruula tribuenda eſt impedimentis, quae aqua in transfluxu per fiſtulam patitur, maioribus quam in praecedentibus experimentis ob auctum motum intra fiſtulam.

Experimentum 4. Denique nullo appoſito operculo aquas pleno orificio effluere ſiuimus, tuncque omnis fere aqua è tubo vitreo egreſſa fuit: pars tamen aliqua remanſit, quam deprehendimus octo lineas altam. Earum autem quinque tribuendae

ſunt

ſunt virtuti tubi capillaris: tres reliquae debentur impedimentis, quae aqua in transfluxu à D vsque ad B offendit.

Sic igitur experimenta ad amuſſim cum theoria conueniunt. Inde autem non difficile eſt praeuidere, fieri poſſe vt latera fiſtulae nonſolum non premantur verſus exteriora, ſed et vt verſus axem fiſtulae introrſum comprimantur: Id autem edoctus ſum hoc alio experimento.

Experimentum 5. Loco tubi cylindrici AB adhibui conicum, cuius orificium externum erat maius orificio interno, ſimulque vſus ſum tubo vitreo incuruato, qualem oſtendit figura 4. Et cum ante fluxum, aqua haeſit in tubo vitreo in *n*, deſcendit in eodem tubo aqua vsque in *g*, cum aquae effluerent per tubum conicum; fuitque punctum *g* infra D: indicio compreſſum fuiſſe durante fluxu tubum conicum. Sic his autem caſibus impedimenta motus ſunt inſignia, quae faciunt vt velocitates aquae in orificio externo admodum minores ſint, quam quae reſpondent altitudini aquae: hancque ob rationem altitudo puncti D ſupra *g* tanta non fuit quanta alias futura fuiſſet: fuit tamen aliqua. Fig. 4.

Similem effectum alio obtinui modo, ſed admodum notabiliorem; experimentum hoc alterum ſubſequente anno coram Academicis inſtitui; praeſente Sereniſſimo Portugaliae Principe *Emanuele.*

Experimentum 6. In figura 5. repraeſentat ACFB cylindrum, in cuius fundo implantatus erat tubus conicus DGHE; hicque ad latus habuit paruu- Fig. 5.

lum

lum tubulum in *l*, qui reciperet extremitatem tubi vitrei incuruati *lmn*: altitudo CA erat 3 poll. 10 lin. E*l* 4 lin. *l*H 2 poll. $9\frac{1}{2}$ lin. amplitudo tubi conici in *l* erat ad amplitudinem orificii GH vt 10 ad 16: altitudo *ln* erat 5 poll. 6. lin. eiusque orificium *n* erat aquae in vasculo M submersum.

Apposito digito orificio GH impletoque vase stillabunt aquae per tubum vitreum *lmn* in vas M: remoto autem digito et effluentibus iam aquis per GH, motu reciproco aqua sponte ex vasculo M ascendit per tubum *nml* et vna cum reliquis aquis effluxit per GH, donec totum vasculum M euacuatum esset. Affundebantur autem superius continue aquae vt vas plenum seruaretur. Si digito pars orificii GH obtegebatur, facile erat efficere vt pro lubitu aquae in tubo vitreo *lmn* sursum deorsumve mouerentur. Notabile visum fuit istud experimentum, quod vasculum M multo humilius quam orificium GH positum erat.

Inde apparet ratio, cur fumus per caminum ascendens nonsolum non exeat per aperturas, quas facere solent in lateribus camini, sed et aërem magno cum impetu post se trahat: Notandum autem est latera tubi DGHE comprimi interiora versus, etiamsi cylindricus fuerit iste tubus et caminum tubum esse inuersum fumumque idem quod fluidum sua natura altum petens.

Praeter ea, quae ad hanc fluidorum motorum staticam pertinent, alia sunt quae aliam theoriam postulant: Vbique autem motus aquarum prius recte

est

eſt definiendus, quam ſententia ferri tuto poſſit de earundem preſſione: quod vt exemplo alio illuſtretur, conſiderabimus cylindrum verticaliter poſitum amplitudinis quaſi infinitae, qui in medio habeat diaphragma horizontale, in parte inferiore autem fundum pariter horizontalem: fuerint tum diaphragma tum fundus foraminibus pertuſa ſiue aequalibus ſiue inaequalibus. Si cylindrus iſte aquis plenus ſit orificiumque inferius obturetur perſpicuum eſt ſingulas cylindri partes premi ſecundum regulas ordinarias: Sed ſtatim atque effluere incipiunt aquae etiamſi foramina infinite parua cenſeantur ratione amplitudinis cylindri, aliam ſentient preſſionem partes cylindri, quae infra diaphragma ſitae ſunt; ſaepe etiam partes diaphragmati proximae introrſum prementur; quae vero ſupra diaphragmata poſitae ſunt, ſuam preſſionem conſeruant.

Ita quoque ſi in A aliud operculum fingatur, alia erit preſſio in latera tubi AC et alia quoque velocitas aquae in BC effluentis. Haec vtcunque compoſita videantur, non ſunt tamen ſupra theoriam noſtram, ope cuius facile eſt et preſſionem et velocitatem definire: experimenta autem huius quoque rei accepi plurima, quae ſemper theoriam animo conceptam confirmarunt: Quia vero coram ſocietate inſtituta non fuerunt, eorum recenſioni hic non immorabor. Fig. 3.

ANAMORPHOSEOS POLYEDRICAE CONSTRUCTIONIS METHODUS VERA ATQUE CERTA, NOTATIS FALSARUM MANUDUCTIONUM PASSIM PROPOSITARUM ANOMALIIS OPTICIS.

Joh. Georg. Leutmann.

§. 1.

Tab. XIIX. et XIX.

Exhibui Ao. 1726 in Feſto CATHARINAE, Imperatricis noſtrae Potentiſſ. Protectricis Academ. Clementiſſ. piae memoriae, Onomaſtico Sacro, Anamorphoſin Polyedricam, qua Nutrici Indulgentiſſimae gratulabatur Academia obſeruantiſſima ſuamque deuotionem humillimam votis declarabat.

§. 2. Hanc in praeſenti Diſſertatione recenſere, et quae ad ſtructuram tam externam quam internam notatu digna videbuntur explicare conſtitui. Simulque indicabo erroneas Methodos, quibus nobilis huius inuenti difficilis redditur elaboratio et plane impoſſibilis. Methodum deinde veram atque genuinam, et enchireſes conſtructionis additurus.

§. 3. Huius Anamorphoſeos machinae atque ſtructurae facies externa exhibebat aſſerculum 28 $\frac{1}{2}$ dig. decimal. pedis Rutenici longum, latum 7 dig. ſpiſſum 1 $\frac{1}{4}$ digit.

§. 4.

§. 4. In anteriori afferculi extremitate, erectum eſt fulcrum ad angulos rectos, et 3 ½ digitos ab hoc diſtat adhuc alterum tale priori ſimile. Suſtentant haec tubum ex bractea ferrea ſtanno obducta conſectum 10 ½ digit. longum, cuius diameter amplitudinis 18 lin. aequat. Horizontalis eſt eius ſitus, et cum planitie afferculi parallelus, diſtat ab ea 6 ½ digit.

§. 5. Tubi anteriori orificio inſertum eſt operculum in centro foraminulo 1 ½ lineas in diametro amplo perforatum. Poſterius tubi extremum recipit capſulam vitro polyedrico inſtructam.

§. 6. In altero afferculi extremo erecta eſt tabula alba perpendicularis, planitici polyedri è diametro oppoſita, ita vt axin ex centro polyedri per centrum tabulae tranſire concipiatur.

§. 7. In medio tabulae picta eſt imago Imperatricis, viuis coloribus, ſparſis circa illam variis floribus, vario ſitu, flagrantibusque coloribus viſum delectantibus. Tabula 12 dig. decimal. Rutenicos et alta et lata erat, Effigies in medio poſita campum replebat 4 digit. in diametro aequantem.

§. 8. In ſuperioribus tabulae angulis conſpicicebantur duo clypei, ceruleo colore tincti, et ornamentis pictis ſepti, inſcriptionem et dedicationem exhibentes;

In vno clypeo conſpiciebatur dedicatio:

PALLADI RUSSICAE
CATHARINAE SAPIENTI
POTENTISSIMAE CLEMENTISSIMAE,
IMPERATRICI
PIAE FELICI AUGUSTAE.

In altero extabat gratulatio:

ONOMASTICUM
SOLENNITER, VTINAM SAEPIUS,
CELEBRANTI,
MATRI INDULGENTISSIMAE
ANAMORPHOSI POLYEDRICA
GRATULATUR
ACADEMIA St. PETROPOLITANA.

§. 9. In inferiore tabulae parte expreſſa erat charta quaſi volans et vento agitata, quae ſequentem continebat applicationem Anamorphoſeos:

EX FLORIBUS NOMEN ADMIRABILE.

Tota machina lacca rubra et auro diſtincta erat conſpicua.

§. 9. Haec omnia eleganter adornata, vividis coloribus delectabant viſum intuentium, et nudo oculo tabulam contemplantium.

§. 10. Si vero per tubum polyedro inſtructum hanc tabulam intuereris tunc omnis pictura euaneſcebat, ita vt et imago Imperatricis centrum tabulae occupans, et centro vitri directe oppoſita, viſum ſupterfugeret, et apparebat tabula alba nihil niſi nomen Auguſtae CATHARINA IMPERATRIX inſcriptum ſiſtens, caeteris cunctis inconſpicuis.

§. 11.

§. 11. Verſatilis erat tabula et axi perpendiculari praedita, quae verſa aliam et ſimilem fere exhibebat figuram niſi quod loco effigiei, Aquila biceps, Inſigne Magnae Ruſſiae, eſſet picta, floribus cincta etc. Clypei ad angulos ſuperiores poſiti continebat ſequentem inſcriptionem:

Vni inſcriptum erat:

FORTUNAE RUSSIAE
IMPERANTE
CATHARINA SAPIENTE,
FLORENTI,
ET
CONSTANTER DURATURAE,

Alteri:

FESTO SACRI NOMINIS DIE
VOTO
PER
ANAMORPHOSIN CONSPICUO
APPLAUDIT
ACADEMIA St. PETROPOLITANA
ANNO MDCCXXVI.

Chartae volanti inferius pictae inſcriptum erat:
FLORENS CONSPECTUS IMPERII RUTENICI.
Per Polyedrum vero viſa prodibat tabula alba, in qua VIVAT erat expreſſum, caeteris cunctis iterum ſeſe occultantibus.

§. 12. Haec ad formam externam machinae exprimendam faciebant, internam artificialem nunc etiam explicabo.

§. 13. Polyedri ſemidiameter erat 1 dig. $7\frac{2}{3}$ lin. Eius craſſities 7 linearum. Eleuatum latus contine-

bat 54 plana inclinata, quorum nouem ad centrum sita, et cuspidem vitri centralem constituentia, stellam egregie radiantem repraesentabant, reliquis planitiebus inferius septam. Alterum latus erat planum.

§. 14. Tubus, in fulcris latis, ex asserculo factis, firmatus, per laminas ferreas traiectus est, fulcris insitas, duabus affixas cochleis, scil. superius et inferius, ad ductum diametri foraminum tubum recipientium. Reliquo ambitu laminarum non affixo, ne coëunte a siccitate ligno, aut ab aere humido dilatato, situs tubi vitietur id quod figurae repraesentandae maxime nocet, totumque artificium plane perdit.

§. 15. Eandem cautionem adhibui in firmanda tabula picta, eamque et superius et inferius in medio asserculi, hanc sustentantis, affixi, et sic contractio et dilatatio asserculi situm eius vitiare non potest.

§. 16. Distabat vitri latus planum a tabula picta 14 dig. decimal. et contemplationi sistebat circuli campum cuius diameter erat 10 dig. 5 lin. areolas 54 in se continentem, planorum vitri inclinatorum figuras in plano proiectas repraesentantes, et planitiebus vitri propter radios dilatatos, maiores, et propter decliuem eorum situm alteratas.

§. 17. Literae per polyedrum apparentes ex caulibus atque foliis florum pictorum sese componebant, ita vt particulae eorum nonnullae literas formarent reliquis eorum partibus areolas non ingredientibus, inconspicuis manentibus, sicut et cuncti radii picturae, qui areolas non tangunt, ad visum peruenire non poterant. Hinc in medio tabulae ma-

magnum tale ſpatium remanebat inconſpicuum, quod ad effigiem recipiendam erat deſtinatum.

§. 18. Haec ſunt ea quae ad internam machinae conſtructionem intelligendam faciunt.

§. 19. Arbitrabantur nonnulli, elaborari quidem poſſe eiusmodi anamorphoſin literas repraeſentantem, ſed impoſſibile fere eſſe effigiem tali deformatione et reſtitutione depingere, quae ſimilitudinem perſonae alicuius exprimeret. Ideoque vt et in eo artem vindicarem, opus aggreſſus ſum et illud feliciter praeſtiti.

§. 20. Nempe Ao. 1729 Effigiem noui Imperatoris PETRI II. nunc piae memoriae, anamorphotice depinxi et egregie ad viuum expreſſi, in tabula aenea, eamque in publica ſolennitate Academica exhibui, atque oratione de hac elaboratione habita explicaui.

§. 21. Conſpicitur oculo nudo in medio tabulae aquila biceps coronata, inſigne Imperii Rutenici, ſceptrum et globum Imperialem tenens. In medio inferiore tabulae pictum eſt vas quaſi caelatum et egregie decoratum, in expanſione medii ventris ad vtrumque latus duo ſimulacra ſemi-expreſſa habens pro ornamentis. Ex hoc vaſe prodit Laurus, cuius rami ſe diffundunt circa aquilam, et partes picturae, effigiem conſtituentes, tanquam fructus ex ramis habent dependentes. Circa Laurum inſignia Regnorum Rutenico Imperio ſubiectorum collocata ſunt Aſtracanenſis, Caſanenſis, Siberici etc. Infra vas charrae volanti inſcriptum cernitur. VIVAT PETRUS II. IMPERATOR. §. 22.

§. 22. Per polyedrum vero inſpicienti appa-ret in tabula alba effigies Imperatoris PETRI II, pie memoriae, apprime ad viuum expreſſa, faſcia caerulea Ordinis St. Andreae ab humeris eius dependente, caeterum trabeati et Lauro in capite cincti. Ad dextram menſa in qua corona et ſceptrum collocata conſpiciebatur. Reliquis picturis, Lauro, vaſe, et inſignibus Regnorum vna cum Aquila, plane inconſpicuis. Et hac ratione praeſtiti quod multi impoſſibile iudicabant.

§. 23. Quod itaque ad Anamorphoſeos huius elaborationem attinet, totum proceſſum hic apponendum duxi, quanquam illum in tractatu aliquo Optico germanice a me edito accurate et fideliter propoſui vid. Leutmann Anmerckungen vom Glaß-ſchleiffen, Wittenberg 1719.

§. 24. Recenſebo tamen prius adinata nonnulla, ab omnibus fere Opticis pro poſſibilibus, et in praxi ad Anomorphoſin elaborandam idoneis propoſita, et in publicis eorum ſcriptis reperiunda. Hos vt inanes conatus ſucceſſu vtique deſtitutos indicabo.

§. 25. Quotquot itaque deformationis, per vitrum polyedricum reſtituendae, methodum tradiderunt, et mihi noti ſunt, vnanimiter fere contendunt, ſitum atque figuras planitierum vitri, quarum

---

Ad §. 25. vid. Joh. Chriſtoph. Sturm Matheſ. Juv. part. II. p. 202 ff.
Leonh. Chriſt. Sturm Matheſ. part. IV. p. 152.
Joh. Mich. Conradi, Optices p. 99.
Pater Schottus et alii qui mihi nunc ad manus non ſunt.

rum areolas in tabula proiectas, exhibet lampadis lux, foramini tubi polyedrum continentis praepoſita, eſſe primo in tabula ſtylo circumſcribendas atque ſignandas accuratiſſime, deinde colligendas et componendas in charta aliqua, vt tota figura areolarum, ſeu totum ſyſtema, ſiſtat vitri polyedrici delineationem atque imaginem in charta plana expreſſam.

§. 26. Sed impoſſibile atque inane hoc eſt praeceptum, et conatus plane irritus. Situs enim declinis planitierum vitri aliam pingit figuram, quam exhibitura eſſent plana, ſi ponerentur planitiei tabulae parallela, id quod contemplatio Geometrica et Optica facile docebit, experientia confirmante.

§. 27. Commiſſo iam vno errore, fieri non poteſt, quin plures ſequantur. Iubet proinde erronea haec methodus, imagines aut verba deformanda, figurae huic in charta conſignatae inſcribere, deinde chartam diſſecare ad ductum linearum areolas circumſcribentium, et tandem fruſtula illa diſſectae figurae aereolis in tabula notatis imponere, et agglutinare, tunc rem eſſe confectam, et imaginem ſeu literas deformatas reſtitutas, vt compoſitae prodeant, et integrae ad deſideratam Anamorphoſin producendam.

§. 28. Facilis et iucunda imo et breuis haec eſſet via, in re tam intricata difficili atque alias laborioſiſſima ad optatum finem obtinendum, ſi modo euentus deſideratus reſponderet labori huic non adeo magno et iucundo.

§. 29. At ex antea dictis haec inſtitutio facile tanquam fruſtranea deprehenditur. Non enim lux lampadis fines lucidarum areolarum exacte determinat, vt exciſae cum planitiebus vitri concordent. Et quod maximum, ſi ex tabula ſecundum magnitudinem angulorum et laterum ſingulae magno cum labore in chartam transferantur areolae, non tamen cohaerebit figura, ſed hiatus conſpicuuntur areolas ab inuicem disiungentes, quia eleuata vitri figura, et ab illa proiectae areolae, ſi in plano repraeſentantur, maius ſpatium occulpant, et dilatantur quae antea erant coniunctim eleuatae, acuminatae et conuexae cohaerebant. Hinc labor anxie inſtitutus irritum dat ſucceſſum. Id quod propria experientia magna cum indignatione didici atque expertus ſum.

§. 30. Quandoquidem vero nonnulli Optices magiſtri cognouerunt, quod areolae in tabula omnino maiores producantur planitiebus vitri polyedrici, adhuc breuiori methodo, ex eorum ſcil. ſententia, et aptiori rem aggrediendam tradiderunt: Iubent enim, vt longitudo vnius areolae in tabula proiectae, vt et latitudo eius exacte menſuretur, longitudo pro radio circuli in charta ducendi aſſumatur, quo ducto tot ei areolae aequales inſcribantur, quot primus ambitus et ſeries planitierum polyedri in ſe comprehendit. Hunc deinde laborem ad alteram

Ad §. 30. vid. Jean Franc. Niceron de la perſpectiue curioſe, et ex eo Chriſt. Gottlieb Hertels vollſtändige Anweiſung zum Glaßſchleiffen. p. 125 ſq.

ram seriem areolarum esse applicandum, et sic productam putant, totam figuram polyedri areolas in tabula ampliatas referentem. Huic deinde inscribi deformandam imaginem posse, et dissectas eius atque excisas tandem areolas tabulaeque agglutinatas anamorphosin putant esse repraesentaturas.

§. 31. At, iisdem cum antecedenti haec manuductio laborat falsis praesuppositis. Aggressum enim hac ratione opus, spe sua frustratum reddit artificem, mentemque falsis hypothesibus confundit, vt nisi ad principia Optices atque Geometriae confugiat, errorisque fundamentum quaerat ex eisque errorem cognoscat, lassetur atque a coepto opere deterreatur.

§. 32. Compositae enim hac ratione areolae et ad magnitudinem primae quaesitae atque inuentae delineatae, non replebunt totum circulum, sed magnum relinquent hiatum in figura, ex causis §. 29 adductis. Aut si circulus prius in partes aequales, polyedri planitiebus numero respondentes, lineis fuerit diuisus, vt singulae per longitudinem areolarum transeant, eademque iis cum proiectis in tabula detur latitudo, tunc nulla areolarum cohaerebit cum vicinis, sed distabunt inuicem, ineptae hac ratione ad inscriptionem imaginis. Huius rei causam suppeditabit consideratio in Geometria et Optica fundata.

§. 33. Nullam itaque aliam mihi cognitam habeo methodum, praeter eam quam in citato libel-

lo meo Optico fideliter tradidi, saepiusque certam expertus sum, cuius momenta hic sincere exponam:

1. Quaeratur quantam distantiam polyedrum a tabula alba ferat, vt areolae prodeant ad proportionatum situm, non nimis inuicem distantes, neque admodum inter se propinquae.

   Fiet id ope lampidis foramini operculi tubi praepositae, quemadmodum Optici vulgo id recte docent. Tubus ille sit ductilis, vt vera proportio et tubi, et distantiae tabulam inter et vitrum, et situs areolarum commodus innotescat.

2. Circumscribantur areolae in tabula lucidae plumpo scriptorio, situsque lampadis sedulo conseruetur idem, qualis in prima delineatione erat datus. Quanquam enim fines areolarum lucidarum hoc modo exacte determinari nequeant, propter penumbram, locus tamen designabitur in quem cadunt.

   Si vero alicui animus est accurate eas configuandi, poterit is hoc exactissime praestare, si tenue lineale nigum, vel ei simile ex charta duriuscula confectum, ad fines areolae, in loco maxime tenebricoso, ex lampadis radio lucido, confuse indicatas, de die in loco luminoso ad tabulam ope cerae applicet, deinde per polyedrum, admoto ad foramen operculi oculo, obseruet situm linealis, illud tam diu mouendo, vsque dum in eum locauerit situm, vt fi-

nes

nes areolae in vno latere exacte tangat, et ſpatium areolae nec intret, neque lineale plane diſpareat, ſed areolae fines tantum ſtringat et terminet. Idque ad cuncta areolae latera continuetur, et lineae ducantur, tunc circumſcripta erit areola lineis. Hinc radii, ex ſitu inclinato planitiei vitri prodeuntes, et in tabulam perpendiculariter erectam incidentes, terminabunt ſpatium quod veram figuram areolarum lucidarum indicabit. Simulque innoteſcet, quantum differant planities vitri polyedrici a figura areolarum in tabula expreſſarum, et ex eo indicari poterit de antea commemoratarum methodorum impoſſibilitate.

3. Conſignatis areolis eligatur earum inferior in tabula, quae per polyedrum viſa, apparebit ſuperior, et in ea, aut alia commoda, fiat initium delineationis iconis deformandae. Huius imaginis ductus atque lineae, ſi vnam areolam tranſiuerunt, connectantur cum alia areola, quae ope baculi tenuioris et acuminati vt et denigrati erit inueſtiganda, perſpiciendo per tubum, vbi ſimul areolae limites innoteſcunt, atque locus inuenitur picturae conueniens.

4. Abſoluta tota deformatione rudi, correctio typi inſtituatur ad prototypum, transſpiciendo ſemper per foramen tubi, donec cuncta recte cohaereant et figuram prototypi exprimant.

Dico hoc modo rite deformatam fore imaginem in tabula et reſtitui per polyedrum eius formam.

5. Tandem in tabula decorationes, ita vt cum deformata imagine coaleſcant, illam quaſi abſorbeant, aliam figuram metiendo et ante oculos ponendo nudos, quam per polyedrum contemplata prodit. Caueat tamen artifex ne aliquid de exornationibus areolas conſignatas et limitibus circumſcriptas intret, ſed maneant illae in interſtitiis areolarum. Et ſi contingat vt aliqua areolarum ab imagine vacua remaneat, huic ne aliquid de ornamentis inſcribatur ſedulo inuigilet.

§. 34. Si polyedrum acuminatum eſt, ſpatium aliquod vacuum in medio tabulae remanebit, diſpoſitioni magiſtri artis relictum, quicquid enim in eo pingitur, viſui per polyedrum ſe ſubducit et diſparet.

Si vero centrum polyedri occupat planum, tunc et planum illud centrale in tabula areolam efficit, quae per polyedrum in oculos incurrit, et praeter interſtitia areolarum nihil remanebit inconſpicuum. Caetera vſus atque praxis docebit.

§. 35. Tandem ſciendum: vitrum polyedricum depreſſioris formae inidoneum eſſe ad deformationem, quia longiorem requirit diſtantiam inter vitrum et tabulam, propinquior enim areolas aut confundit aut interſtitia admodum anguſta producit; lon-

longius autem remotum a tabula polyedrum, obſcuram repraeſentat figuram, quae exinde nullam gratiam ſibi conciliare poteſt. Sed et acutioris formae vitrum, et ex eo ſpiſſius, minores dat areolas, deformationi minus aptas. Ideo media proportio inter vtramque erit tenenda, atque ad hoc opus adhibenda.

§. 36. Haec vera eſt methodus Anamorphoſin polyedricam conſtruendi, cui vnusquisque rem tentaturus fidere, tutoque inſiſtere exoptatumque finem ſperare poterit.

§. 37. Quod vero maxima cum difficultate coniunctae ſint, et elaboratio melioris notae polyedri et applicatio eiusdem ad deformationem concinnam, hoc puto deterruiſſe plurimos ſcientia Mathematica peritiſſimos viros, meditationi potius indulgentes, quam operationi manuariae, et vitris opticis elaborandis idoneos atque peritos, quo minus rem ipſam aggreſſi fuerint expediendam. Et hoc ipſum in cauſſa eſſe arbitror, quod tam erroneae prodierint inſtructiones, quandoquidem natae ſint illae magis ex ſpeculatione, quam praxi, hinc omnibus impedimentis vix vllo modo potuit proſpici, et fere impoſſibile fuit ea euitare.

§. 38. Vltimo loco indicandum puto: Vitra ab ordinariis vitrorum caelatoribus ad hoc opus perficiendum eſſe inidonea, requiritur enim in illis perfecta planities, non cana aut conuexa, quales inducere neceſſe habent iſti operatores, quia vi-

tro-

trorum planities ad marginem orbis plumbei, a rota maiori agitati perpendiculariter, deterunt et poliunt, Mathematicus vero certis a me in tractatu optico § 23 citato descriptis opus habet instrumentis, quorum ope etiam efficitur, vt planitiebus dictis ad eandem angulum inducatur decliuitas, et latera se inuicem tangentia, vt et anguli prodeant puri, et ne minimum quidem a planitie decedentes. Si haec requisita non habuerit polyedrum, ineptum erit ad polyedricam deformationem.

CONFIRMATIO DILATATIONIS ATQUE CONTRACTIONIS METALLORUM ATQUE VITRORUM MOMENTANEAE PER EXPERIMENTA ET INSTRUMENTA NOUITER INUENTA.

Auctore
Joh. Georg. Leutmann.

§. 1.

Tabb. XX. et XXI.

Celebris inter Physicos agitatur controuersia, vtrum vitrorum dilatatio atque contractio momentanea fieri possit.

§. 2. Multi hoc negant, plurimi affirmant, neutri experimentis, rem extra dubium ponentibus, litemque dirimentibus, satis instructi, nisi quae Florentini eruditi exhibuerunt.

§. 3.

§. 3. Affirmatiuam tenentes ſequenti maxime nituntur experimento.

§. 4. Si phiala anguſtiore tubulo inſtructa et liquore aliquo corolato e. g. aqua ad dimidiam tubuli partem repleta in aquam feruentem immergitur vsque ad tubulum, tunc liquor coloratus ad momentum regreditur, et deinde iterum aſſurgit, atque a calore dilatatus aſcendit.

§. 5. In frigidam et glacie mixtam ſi demittatur phiala, ſaltu quaſi concepto aſſurgit liquor ad momentum, et deinde ſtatim deſcendit a frigore contractus.

§. 6. Ex his naturae contrariis phaenomenis concludunt, dilatationem vitrorum eorumque contractionem probari.

§. 7. Aſſerunt enim, quod per calidam aquam non aliter fieri poſſit, quam vt liquor dilatetur atque aſcendat. Et per frigidam neceſſario deſcenſus eidem inducatur vt coeat, quandoquidem eundem contrahat frigus.

§. 8. Quia vero duo haec experimenta contrarium monſtrant motum, concludunt, ex eo id fieri, quod calida aqua vitrum prius dilatet, vt amplius ſpatium acquirat, in quod ſe recipiat liquor atque ſubſidat, et deinde a calore expanſus iterum aſſurgat.

§. 9. Frigida vero aqua, quia vitrum eiusque ſphaerulam contrahat efficiat, vt liquor, priusquam a frigore contrahatur, per coarctatum vi-

trum impellatur vt ad momentum assurgat, et postea statim, a frigore contractus regrediatur atque descendat.

§. 10. Non aliam itaque dari posse rationem autumant effectus huius legibus naturae contrarii quam contractionem et dilatationem phialae sphaerulaeque eius vitreae.

§. 11. Contractionem momentaneam negantes alias causas saltus liquoris quaerunt, eamque non ex mutatione instrumenti, seu contractione et dilatatione phialae vitreae deducendam volunt, sed in liquore quaerendam putant, et ita causam saltus liquoris non in vase continente, sed liquido contento latitare existimant.

§. 12. Non vero in dubium vocatur contractio et dilatatio vitrorum imo et metallorum successiua, quam Florentini Eruditi experimentis factis extra „dubium posuerunt; sed quaeritur vtrum tam mo„mentanea contractio et dilatatio fieri possit in „corporibus adeo duris atque firma compage gau„dentibus.

§. 13. Hanc itaque controuersiam considerandam mihi sumsi et experimentis per idonea instrumenta hunc in finem excogitata veritatem indagandam atque ante oculos ponendam opere pretium duxi.

Fig. 3. §. 14. Experimentum in phiala vitrea hoc modo adornaui: Phiala seu sphaerula duobus tubulis vitreis instructa erat, globi capacitas diametrum vnius digiti Anglicani pedis decimalis aequabat tubu-

buli ita erant formati vt alteruter 1 digito longior alteri exiſteret Fig. 1. Fig. 1.

§. 15. Binos tubulos adhibui, vt eo promtius ſphaerulam implere et de certitudine repletionis omnimodae certior eſſe poſſem. Quandoquidem repletio globi, ope ignis inſtituta, et difficulter ſuccedit, et bullulam aeream nonnunquam in ſphaerula relinquet. Duobus vero tubulis eisque inaequalis longitudinis ſugendo vnum alterum breuiorem in aquam immittendo cito et tuto operationem perfeci.

§. 16. Repletum aqua inſtrumentum in aquam fernentem immiſi et deſcenſum momentaneum obſeruaui, et quidem eo ipſo in momento quo phiala feruentem aquam intraret, quem inſequabatur aſcenſus liquoris. Exemptam phialam in aquam glacie permixtam immerſi, et ſaltum ſeu aſcenſum momentaneum vidi, quo peracto, aqua in phiala ſenſim, pro more deſcendebat.

§. 17. Non fieri poſſe, coniiciendum omnino eſſet, quod tam momentanea dilatatio et contractio vitri, ex materia ſatis compacta ac dura conſtantis, oriri poſſit, cum alias contractio atque dilatatio corporum duriorum vt plurimum ſucceſſiue peragatur, tractu temporis demum perceptibilis.

§. 18. Quapropter experimentum hoc tentaui in phiala orichalcea, cuius bini tubuli canaliculis vitreis, prioribus ſimilibus, erant inſtructi eisque inſerti et lacca ſigillatoria firmati. Experimen-

tum hoc inſtrumento feci et cum priori vitreo, eundem ſaltum fieri expertus ſum.

§. 19. Adhibui poſtea tertiam phialam ex bractea ferrea ſtanno obducta paratam, et ſaltus liquoris vt antea accidebat.

§. 20. Iam vero rationes ſatis probabiles dantur, quibus euinci poſſe videtur aliam ſubeſſe poſſe cauſſam ſaltus liquoris quam contractionem atque dilatationem materiae.

§. 21. Si enim eiusmodi dilatatio et contractio in his praedictis inſtrumentis locum haberet, accideret haec in craſſitiae eorundem materiae, illa extenderetur et contraheretur in longum, latum et profundum. Et ſic extenſio ambitum externum ampliorem internum ſpatium arctius vt fieret, efficeret. Contractio vero contrarium daret effectum

§. 22. Concipiatur linea aliqua in medio craſſitiei materiae, vt ab iſta in dilatatione extenderetur craſſities materiae vaſis ad externum ambitum, altera dimidia pars craſſitiei ad internam cauitatem intumeſceret, tunc ea amplitudinem cauam coarctaret. Contrarium vero eueniret in contractione vitri, tunc enim interna cauitas ampliaretur et externus ambitus coiret et minueretur.

§. 23. Si lineam iſtam extenſionis concipere vellemus in ſuperficie ambitus interni, ſcil. quod ſphaerulae expanſio ab intra ad extra fieret, tunc ſequens experimentum contrarum probare videtur.

§. 24. Nimirum in aliis corporibus cauis, eiusmodi alterationem patientibus, contrarium conſpi-

ſpicitur, e. g. fruſtum ligni foramine pertuſum, tum a ſicco aere contrahitur, externum ambitum contractiorem et cauitatem ampliorem accipit; ab humido vero aere dilatatum, contrario modo ſe res habet, intumeſcit enim lignum ab extra et foramen etiam coarctatur.

§. 25. Videmus hoc ſi per foramen ligni alicuius, etiam durioris, vitreus vel metallicus embolus vel Cylindrus intrudatur exicato ligno excidit, humectato arctius iterum tenetur. Idem in operculis metallicis, quibus eburneae capſulae clauduntur, obſeruamus.

§. 26. Deinde calorem hunc feruentis aquae inſufficientem iudicare quis poſſet ad dilatationem phialarum maxime metallicarum. Si enim cochlea quaedam ferrea mas, vna cum foemina, in aqua feruente coquitur et ita calefit, vt eius tactum manus ferre nequeat, tunc adhuc mas per foeminam traiici poteſt; Si vero incandeſcunt prunis impoſitae, tunc mas craſſior redditur vt per foeminam coarctatam transmitti nequeat.

§. 27. Cochlea itaque mas et foemina per coctionem in aqua calefacta non intumeſcunt, inde coniicere quis poſſet, metalla hoc modo non dilatari, hinc multo minus phiala metallica ab aqua feruente in momento expandi poteſt.

§. 28. Videri itaque, rationem huius phaenomeni, ſaltus ſcil. liquoris in phialis, non in vaſe continente, ſed in materia contenta eſſe quaerendam cui accidentia a calore et frigore inducta,

tanquam in ſubſtantia apta inhaerere et ſic liquorem, dilatationi et contractioni ſubitaneae magis quam metalla rigida aptum efficere et alterare poſſe.

§. 29. Non potui quin aliquam machinam inuenirem qua mediante experimentum certum inſtitui poſſet, vtrum metalla in aqua feruente dilatentur nec ne, et contrarium fieret in frigida, et quidem vtrum mutationes iſtae in momento accidant an vero ſucceſſiue et poſt aliquam moram. Inſtrumentum itaque tale adornaui.

Fig. 2. §. 30. Fiat trabs ferrea A, in vtroque extremo ad angulos rectos incuruata, et brachiis BB, quaſi inſtructa, trabe 1 pedem et brachiis 3 dig. longis.

Ad brachium vtrumque inſtrumenti adferruminatae ſint decem trochleae metallicae CC minoris diametri e. g. $\frac{1}{2}$ dig. circa communem axem chalibeum L mobiles.

Super has trochleas tendatur chorda ſeu filum metallicum tenue, candefaciendo prius emollitum et obſequioſum redditum *aaa*. Vno extremo *d* firmetur ad cochleam aliquam marem D cuius vnum extremum quadrangulare ſit et hamulo praeditum, illudque in foramine quadrangulari brachii alterutrius B mobile, ope cochleae foeminae, ſuperius applicatae ad E.

Tandem circumuoluatur filum illud orichalceum ſeu metallicum trochleae F aliquantulum latae, quae axem G, per ferream trabem tranſeuntem et longius prominentem, habeat.

Vl-

Vltimo loco filum *aaa* elaſtro H, ad longitudinem brachii firmato, alligatur et ope cochleae E adducatur et tendatur vsque ad elaſtri H inclinationem.

Ad axem prominentem G applicetur index K longus vnum pedem, in anteriore parte trabis, ſuper linea, in longitudinem ducta, contractionem et dilatationem chordae, ſi quae accidat, declinatione ſua indicaturus.

Ne vero ob nimiam longitudinem et ex illa dependente grauitate fluctuet atque vacillet index K ſed ſitum erectum conſtanter retineat, et ſuper linea ducta maneat, adaptaui ad latera parallelepipedi anteriora duas pinnulas *zz* in quibus ope cochleae perpetuae *y*, dirigi poteſt fulcrum quoddam *x*, ſuper plano parallelepipedi anteriori verſatile; In medio fulcri lateris ſuperioris inciſae crenae inſertum eſt elaſtrum rotundum ſ. Elaſtrum ipſum ad *r* firmatum ſit, et in *m* incuruatum ad angulum rectum, quae incuruata ſurſum pars pertranſeat crenam indicis K.

Indici ad inferius extremum addatur contrapondium *p*, quo mediante ſuperior eius pars longior erecta tenetur, ne propria grauitate ruat. Ope vero cochleae perpetuae *y* dirigitur elaſtrum S, et per illud index K, vt apex eius ſuper linea, indici ſubiecta accurate ſitum ſuum conſeruet.

Quando itaque per trochleam F mouetur index, tunc cedere poteſt in alterutrum latus leue elaſtrum S quandoquidem chorda vel contracta vel dilatata trochleam F mouet ad cuius axem applicatus eſt index, et hac ratione mutatio chordae poteſt obſeruari.

§. 31.

§. 31. Dico igitur ope huius machinae in aquam feruentem immiſſae palam fieri, vtrum filum metallicum dilatetur ſeu elongetur. Et in aquam frigidiſſimam immerſa machina docebit, vtrum contractio fili ſeu abbreuiatio accidat. Dilatata enim chorda ſemper adducitur eadem atque tenditur ab elaſtro H, et quando chorda contrahitur, elaſtrum cedit. Ex vtroque trochlea F cui circumuolutum eſt filum circumducitur, et indicem applicatum K mouet vel ad dextram vel ad ſiniſtram. Haec mea erat intentio de hac machina.

§. 32. Experimenta hac machina inſtituta hoc modo ceſſerunt: Immerſo inſtrumento in aquam frigidiſſimam, nulla mutatio indicis percipiebatur, quanquam per horam ibi reliquiſſem inſtrumentum. Deinde ſtatim in feruidiſſimam impoſui inſtrumentum, ſed et ibi nulla plane mutatio indicis obſeruari poterat, diutius etiam in ea manente inſtrumento.

§. 33. Conſtantia haec inſtrumenti faciebat, vt de eius ſufficientia ambigerem, quia mutationem ſucceſſiuam non monſtrabat, quam tamen neceſſario contractioni et dilatationi ſucceſſiuae, de qua nullum dubium habebam inſecuturam fuiſſe ſciebam, quanquam momentanea, de qua controuerſia, incerta maneret.

§. 34. Aliud e vitro inſtrumentum ad hoc phaenomenon inquirendum et cauſſam ſaltus liquioris in phiala indagnandam exhibitum eſt a Clariſſ. Dno. *Bülfingero* Colleg. honoratiſſ. quod et e cupro conficiendum curaui, ſcil.

§. 35.

§. 35. E lamina cuprea elaboratum eſt hemisphaerium intus cauum Fig. 3. M, ex cuius fundo A prodibat tubulus B assurgens in C. Deinde ex margine ſuperiore hemisphaerii caui D exſurgebat alius tubulus E, deorſum inflexus et iterum aſcendens ad altitudinem prioris tubi. Vtrique tubulo cupreo inſerebantur tubuli vitrei F et G et inſtrumentum erat confectum. Fig. 3.

§. 36. Repleto hoc inſtrumento aqua frigida (quod commode fieri poterat immittendo orificium tubuli GE in aquam, et alterum tubulum BC ore ſugendo) ſequentia obſeruata ſunt phaenomena.

§. 37. Totam machinam immiſi in aquam feruentem vsque fere ad tubulos, et deſcendit liquor aeque ac in prioribus phialis more ſolito, deinde iterum aſcendit.

2. Deinde frigidae glaciali impoſui machinulam, et aſcendit, ſed poſt ſaltum iterum coiuit.

3. Vlterius immiſi inſtrumentum in aquam feruentem vsque ad labra cauitatis *g*, et deſcendit liquor in canaliculis, poſtea iterum aſcendit.

4. Refrigeratam machinam in feruentem iterum immiſi, ita tamen vt labrum *g* non transgrederetur aqua, et cauitatem ſuperiorem M, aqua gelida glacie mixta repleui, et tamen deſcendit liquor ante dilatationem, glacie quanquam in cauitate nondum reſoluta.

5. Aquae frigidae impoſui machinam, et in eo momento feruentem in M, infudi, ſimulque fruſtum ferri candentis in feruentem aquam inieci ad

confortandum et conſeruandum feruorem, tunc liquor ſaltum non fecit deorſum, ſed ſurſum et quidem ab initio celeriter, deinde ſenſim, ita vt prior a poſteriore diſtingi poterat.

6. In tubulis, machinula externo aeri relicta a frigidae aquae in M infuſione ſaltus nullus ſurſum percipiebatur, ſed deſcenſus celer quem lentus excipiebat vt vix ſentiretur. A calidae infuſione vero primo aſcenſus non adeo ſenſibilis momentaneus tamen deinde aſcenſus ſequebatur.

§. 38. Haec ſunt phaenomena quae in illa machinula apparebant, ſaepius iteratis experimentis.

§. 39. Experimentum itaque 5 et 6 fauent hypotheſi mutationem momentaneam afferenti, ſed non ſatis clare eam exprimere videntur quanquam mihi ſatisfaciant.

§. 40. Quia vero mutatio citatior in hoc 5 et 6 experimento ex eo deducere aliquis poſſet, ac ſi in 5to calor vehemens aſcenſum citatiorem cauſſaſſet, et liquor ab initio celeriter expanſus, poſtea lentius aſcendiſſet. Et in 6to experimento idem cum aqua frigida factum eſſet. Et quae ſunt alia a nonnullis non facti ſaltus contrarii veram cauſſam inficias euntibus proferi poſſent.

§. 41. De alia machina mecum meditatus ſum, quae dilatationem et contractionem momentaneam vitrorum et metallorum proderet, vt de ea certi eſſe poſſemus et ſequentem confeci.

§. 42. Annulum itaque cupreum A $2\frac{1}{2}$ dig. latum et in diametro 4 dig. habentem confeci. Fig. 4.

Fig. 4.

Ei laminam B erectam et satis crassam atque inflexilem ita adaptaui, vt tribus cochleis chalibeis ad annulum super commissura esset firmata.

Habebat lamina B figuram linealis cum crure C angulum rectum formante, $1\frac{1}{4}$ dig. latum, 15 dig. longum erat lineale vsque ad angulum externum. Crus vero ab angulo ad $2\frac{1}{2}$ dig. se extendebat.

Deinde feci catenam D, eius formae, qualem horologia portatilia helici eorundem circumuoluendam habent, et quidem talem cuius quiuis articulus intermedius gibbum prominentem *a* habebat.

Hac catena cingebatur annulus A in cuius medio latitudinis peripheriae tot crenae erant incisae *b*, quod gibbi *a* in catena D prominebant, qui in crenas immittebantur. Ita enim catena neque sursum neque deorsum deflectere poterat sed arcte claudebat annulum.

Vnum catenae extremum *c* vnco recuruato *d* instructum inserebatur in annuli superficiem, et alterum extremum e vnco cochlea praedito adduci poterat, qui per extremum indicis *f* totam longitudinem linealis occupantis transibat.

Index $1\frac{1}{2}$ dig. ab inferiori extremo, C linealis B situm habebat, mobilis erat circa axem *g*, et huic extremo indicis insertus erat vncus *e*, vt ope cochleae maris *b* adduci et remitti posset deflexa a linea media *l* per elastri *k* impulsum longior pars indicis, quae super illa linea *l* conseruanda erat.

In externa superficie linealis linea ducta *l* indicabat situm indicis vel mutatum vel constantem.

§. 43. Haec machina in olla aqua feruente repleta et ſuper prunis poſita vt ſemper ebulliat apta videbatur indicare, vtrum annulo cupreo A contingat mutatio momentanea, an poſt defluxum horae ſucceſſiua. Item frigidae immerſa vtrum ex contractione declinet index vel in momento, vel poſt aliquod tempus.

§. 44. Experimentum itaque inſtitutum eſt in aqua feruente atque ſuper prunis continuo bullente, at neque momentanea dilatatio annuli cuprei, neque ſucceſſiua percipiebatur, et quanquam per horas duas et vltra in hac continua efferueſcentia permaneret inſtrumentum, tamen index ſitum ſuum ne ad momentum mutauit. In frigida etiam ne minima quidem contractio obſeruabatur.

§. 45. Hac ratione et hoc inſtrumentum hypotheſi contractionis et dilatationis metallorum aut vitri neque fauebat, neque controuerſiam dirimebat, in tantum, quod exinde probari poſſit, ſaltum liquoris ex eo prouenire. Imo quia etiam poſt diuturniorem coctionem nullam mutationem indicaret, ſuſpectum hoc mihi valde reddebatur.

§. 46. Quandoquidem itaque prima machina tanquam valde compoſita fallax videbatur, ac ſi ex frictione frequentiore abſorberetur contractio et dilatatio in filo orichalceo facta. Altera Bülffingeriana etiam certam diremtionem litis non ſatis clare euinceret quanquam eam indicaret. Tertia quoque haberet, quod contradicentibus iuſtam occaſionem ſuppeditare poſſet de impedimentis non fa-

factae mutationis cogitandi, quandoquidem firmis experimentis destituantur.

§. 47. Hinc de tali machina mihi erat cogitandum quae et simplicissima omnem contractionem remoueret, et effectu ipso rem adeo subtilem atque sensus subterfugientem clare ac distincte proderet.

§. 48. Ad acusticam itaque meditationes meas direxi periculum facturus, vtrum ex sono aliquid mutationis momentaneae percipi possit in chordis metallicis. Instrumenta quidem musica e. g. clauicordia mutatum tonum produnt, quando aer mutatur; sed suspecta mihi erant quia lignea, nota vero est et contractio et dilatatio lignorum.

§. 49. Et sic quartam machinam adornaui et simplicissimam et optimam, quandoquidem expectationi meae egregie respondebat.

§. 50. Ex ferro confeci trabem 2 pedes longum Fig 5., latum et crassum 1 dig. recuruatis vtrisque extremis ad 3 digitos, eaque corpore seu scapo latiora feci vt 2 dig. aequarent, et cum scapo duos angulos rectos facerent. Fig. 5.

Ab vno extrèmo annexa duo fila orichalcea tendebantur vsque ad alterum, vbi ope duarum cochlearum et adduci et remitti poterant. Quae deinde ad monotonium extendi.

§. 51. Alterum adhuc tale instrumentum priori plane simile feci, et ad monotonium chordis prioribus in instrumento consonis aeque perductis, vnum instrumentum ad fornacem in hypocausto ca-

lefacto repoſui, alterum per 12 horas frigidiſſimo aeri tempore hyemali expoſui, et obſeruaui vtrum vtraque inſtrumenta monotonium et conſonantium ſint conſeruatura nec ne.

§. 52. Experimenta itaque feci ſequentia:

1. Cognoui quod tonus chordarum illius inſtrumenti quod in frigore collocatum erat grauior factus fuerat, quam iſtius quod poſt fornacem in calore permanſerat, et vnum ab altero vltra vnam clauem muſicam differret, ita vt ſi illius chordae quod in frigore haeſerat *c* ſonarent, alterius in calore detenti *d* audirentur, cum tamen vtrumque ante ſeparationem tonum *d* ederent.
2. Inſtrumenta commutaui et quod in frigore fuerat in calore reliqui, et quod in calore ſteterat, frigori expoſui, tunc eodem modo *frigus tonum remiſſiorem*, *calor acutiorem* reddidit. Et haec experimenta ſaepius iterata eundem ſemper effectum habuerunt.
3. Inſtrumentum quod in frigore fuerat et tonum remiſſiorem nactum erat, ad alterum inſtrumentum poſt fornacem repoſui et poſt 12 horarum ſpatium vtrumque erat conſonum, tonusque in frigore depreſſus vires iterum receperat et exaltatus in calore priori ſe conformauit.
4. Tale quid etiam obſeruabatur quando vtraque inſtrumenta vel frigori vel calori ſimul committebantur, tunc vtriusque tonus vel grauior vel acutior reddebatur.

5. Por-

5. Porro expertus sum, quod chorda vnius instrumenti, quando eam intra duo frusta glacici leniter madefacerem, *altiorem* tonum acquireret quam altera sicca.

Aqua tepida cum linteolo madefacto diutius fricata chorda, tonum etiam assumebat *altiorem.*

Abstersis linteolo chordis, tamen acutior tonus manebat, vsque dum per se ad pristinam siccitatem et statum redientes, iterum concordarent cum chordis sociis et vnisonae omnes redderentur.

Calida aqua eodem modo affricta ad vnam chordam, tonum depressit, qui grauior permansit quam diu mador calidus manebat, deinde refrigerata chorda, pristinum tonum altiorem recepit.

6. Intra rimam ligni calidissimi et sicci demulsa chorda tonum *depressiorem* recepit.

7. Intra rimam calidam cocti in aqua ligni et exinde madidam chorda tonum *grauiorem* nanciscebatur.

8. Intra rimam ligni, in aqua frigida diutius macerati, fricta chorda tonum *acutiorem* sistebat.

9. Intra rimam ligni sicci et frigidi terendo tonus chordae acutior reddebatur.

10. In aquam feruentem immisso toto instrumento extra aquam manentibus chordis tonus *acutior* fiebat.

11. In aquam feruentem immersis solum chordis, ita vt corpus instrumenti extra aquam in sic-

ficco maneret, chordae tonum *in momento grauiorem* acquirebant.

12. Vna cum inſtrumento immerſae chordae in aquam feruidam, retinebant chordae tonum *acutiorem.*

13. In aquam frigidiſſimam immiſſo inſtrumento, extra aquam manentibus chordis, tonum *remiſſiorem* dabant chordae.

14. In aqua frigidiſſima immerſis ſolum chordis, ita vt corpus ferreum, ante poſt fornacem detentum, aquam non tangeret, chordae *altiorem* tonum in momentum acquirebant.

15. In aquam frigidam immiſſis ſolum chordis inſtrumenti antea in frigore efferuati tonum fere retinebant eundem.

16. In aquam frigidam totum immerſum inſtrumentum vna cum chordis, quod antea in frigore fuerat tonum acquirebat *acutiorem* ſed tantum ad ſemitonium.

17. In aquam frigidiſſimam immerſum totum inſtrumentum, antea poſt fornacem repoſitum, tonum acquirebat acutiorem.

§. 53. Conſtat itaque per haec experimenta, quod metalla in momentanea immerſione in aquam calidam dilatentur quia tonus acutior reddebatur per experim. 10, 11, 12, dilatato enim inſtrumento chordae magis tenduntur. In aquam vero frigidam demiſſa metalla contrahantur per experim. 13, 14, 15,

15, 16, id quod tonus grauior indicabat; contractio enim inſtrumenti chordas remittit vnde grauius ſonant.

§. 54. Quod vero chordarum tonus in frigore detenti inſtrumenti grauior fiebat exper. 1, 4, ex eo eſt, quia inſtrumentum ferreum contrahitur per frigus; chordarum vero iamiam intentarum contractio ab intenſione impeditur. Contrarium euenit repoſito inſtrumento in calore, experimentum 2, 4.

§. 55. Hoc vltimum inſtrumentum docuit quod priores machinae et propter frictiones et propter exiguitatem dilatationis et contractionis, viſui imperceptibilem, ſenſus partim eluſerint, partim, vt in tertia machina, vtraequae partes et cupreus annulus, et catena ferrea vna mutationem ſuſceperint ideoque indicem non mouerint.

§. 56. Sonus autem in quarto inſtrumento ſolum ſufficiens fuerit mutationem indicandi, litemque dirimendi, et certos nos reddendi, quod omnino et dilatatio et contractio *momentanea* fiat in metallis aeque ac vitris, et quod ſaltus liquoris in phiolis vitreis et metallicis ab illis mutationibus certo dependeat.

DE ACTIONE MUSCULORUM AB IPSORUM DIRECTIONE PENDENTE, SPECIMEN,

AUTORE

Josia Weitbrecht.

§. 1.

Mense Jul. 1729. Tab. XXII.

Doctrina de Musculis, si, quae generalia sunt, spectaueris, Anatomicorum industria plurimum est exculta. De Numero fere omnes conspirant, nisi quod accuratissimus quisque subtilissimas faciat diuisiones in fibrarum fasciculos plurimos, quos alii pro vnico tantum musculo accipiunt. Huiusmodi fata, vt exempla allegem, iam *Vesalii et Columbi* tempore *Musculi pollicis*, qui hodie *Thenaris*, *Antithenaris* et *Hypothenaris* nomine venditantur, passi sunt. Figura musculorum ac magnitudo ad staturae corporis rationem est exacta; hinc propter subiectorum diuersitatem necessario inter se differunt. Manet tamen semper aliqua illorum similitudo, quae vero in nonnullis ita variari videtur, vt illorum descriptionem semper et vbique congruentem non liceat proponere, nisi longa ac non interrupta cadauerum serie, sedulo collatis obseruationibus, de constantia aliqua conuicti fuerimus.

§. 2.

§. 2. De *directione* autem musculorum, et inde dependente *actione* inter Autores nondum plane conuenit, nec etiam ita specialiter actum aut disquisitum est. Pauci Vesalii vestigia ingredientes patientia simili, qualis in hoc opere requiritur, ad musculorum progressum attenderunt: plurimi, compendia sectantes de origine ac fine nuda verba faciunt. Inde factum est partim, vt alii eosdem musculos ad alia membra mouenda referant: alii partim eidem musculo eidem ossi inserto diuersam actionem tribuant.

§. 3. Duo igitur sunt, quae ad Myologiam vlterius excolendam forte non inutilia iudicabunt Anatomici; alterum, vt, si quae sunt principiorum atque insertionum *differentiae*, quaenam constantes magis aut rariores sint, et in quonam variationes illorum potissimum consistant, innotescat; alterum, vt *actiones* musculorum ex ipsorum *directione* accuratius determinentur. Scopi huius duplicis periculum in artuum superiorum Musculis extremis factum hoc specimine exhibere tentabo ita, vt vtrumque Thema pro re nata commisceam. Cum vero ad determinandas actiones mechanicis quibusdam atque osteologicis propositionibus opus sit: praemittere illas Lemmatum titulo, e re fore confido:

§. 4. Musculi sunt instrumenta motus, annexi partibus vicinis extremitate duplici plerumque opposita, quarum altera pro origine aut principio, altera pro fine aut insertione considerari solet: pars

autem fini connexa semper mobilis est. Vbicunque igitur est membrum motui exercendo destinatum: ibi etiam inserti sunt musculi, ex quorum actione reali, per abbreuiationem quoquo modo factam se exerente, supposita, motus membri sufficienter potest explicari: insertio autem in membrum plane immobile facta necessario pro origine musculi haberi debet.

§. 5. Si musculus connexus est principio ac fine duobus membris, quorum alterum magis, alterum minus mobile existit: principium quaerendum est in membro minus mobili, finis contra. Dum enim membrum vtrumque mobile supponitur, Musculus quidem agens vtrumque illud aequali vi ad se attrahit: cum vero id, quod est magis mobile, eidem vi facilius cedat atque illud, quod est minus mobile; igitur reactione membri minus mobilis, atque actione musculi ex illa plaga mutuo sese destruentibus, reliqua vis musculi omnis in mobiliori membro mouendo consumitur.

Fig. 1. §. 6. Si corpus A pellit corpus B secundum directionem AB, cum vi, quae est vt linea AB: idem producitur effectus, ac si idem corpus B traheretur a corpore C〓corpori A, secundum direrectionem BC, directioni AB contrariam, cum vi, quae est, vt linea BC〓lineae AB: in vtroque enim casu corpus B fertur versus plagam corporis C. Et corpus A in corpus B directe dicitur agere, si linea per vtriusque centrum grauitatis ducta coincidit cum linea directionis. Intelligatur igitur membrum

mo-

mouendum per corpus B, musculus mouens per corpus C, sequitur, actionem musculi consistere in in attractione membri mouendi versus suam plagam.

§. 7. *Directio* motus dependet partim ab *articulatione* ossium inter se: partim a *progressu atque inflexione* tendinum, in quibus videlicet omnes fibrae musculares concurrunt. Articulatio autem vel *simplex* est vel *composita*. *Simplex*, si caput epiphyseos vnicum excipitur fouea vnica; idque vel profunde vel superficiarie; vocantur hi modi Enarthrosis atque Arthrodia: *Composita*, si duo capita vel plura iuxta se posita excipiuntur duabus vel tribus foueis similiter positis; et vocatur Ginglymus, siue Cardo. Species *prima* admittit motus omnes in gyrum; *secunda* duos in plagas contrarias.

§. 8. Posthabita quaestione de motu manifesto atque obscuro; hae duae species articulationibus indiuiduis omnibus hactenus satisfecerunt, aut saltim omnes articulos ad illas referre Autores conati sunt. Fateor autem occurrere mihi aliquam, de qua, cui potissimum speciei adscriberem, hactenus haesitauerim. Est haec, articulatio internodii primi pollicis cum osse quinto carpi. Equidem haud ignoro, esse alios, (*a*) qui pro Enarthroseos aut Arthrodiae specie habeant; alios, (*b*) qui pro Ginglymo quidem, sed dubitanter. Haec ipsa tamen Autorum discrepantia opinionem meam ex praegressis sectionibus conceptam confirmauit, dum *tertiam* adhuc *speciem* adducendam putauerim, quae

(*a*) R. Columbus Anat. L. I. C. 26. (*b*) Andr. Vesalius An. L. I. C. 27.

eſt, ſi in eodem capite aut in eadem fouea enarthroſis enarthroſin, aut (ſi quis articulationem tantum
Fig. 2. ſuperficiariam eſſe contenderit) arthrodia arthrodiam ad angulos rectos ſecat, et motum in plagas quatuor admittit. Habet enim *quintum os carpi* in latere exteriore atque interiore duas prominentiolas *a*, *b*, vt cum interiecta media ſuperficie *c* ſpeciem cauitatis ſeu ſinus oblongi formẽt: anterius *d* vero et poſterius *e* ad marginem oſſis inter dictas prominentiolas, decliuitates exſculptae ſunt, quae quia profundius, quam interiecta media ſuperficies poſitae ſunt, cum illa ipſa ſpeciem capitis efficiunt; ita, vt dicta media ſuperficies tam ad ſinum, quam ad caput efficiendum, indifferenter ſe habeat. Similiter, *inter-*
Fig. 3. *nodium pollicis* interius *a* atque exterius *b* decliue eſt, et cum protuberante media ſuperficie ſua *c* oblongum caput efficit, quod praedicto ſinui oſſis carpi reſpondet, ipſique immittitur: contra vero anterius *d*, ac poſterius *e* (magis tamen anterius, vt recte *Veſalius* (*c*) monet) extuberat; et quia hae protuberantiae altius, quam ſuperficies media poſitae ſunt, cum hac ipſa ſinum componunt; ita, vt in hoc quoque oſſe dicta ſuperficies media, pari modo, tam ad caput, quam ad ſinum efficiendum indifferenter ſe habeat. Quatenus igitur hoc primum pollicis internodium oblongo capite ſuo in cauitatem oſſis carpi inſinuatur; eatenus a latere interno verſus externum mouetur, et contra: quatenus autem internodii cauitas ſeu ſinus recipit caput oſſis car-

(*c*) l. c. item ciusd. L. 1, C. 25. F. 1. 2. A.

carpi; eatenus a parte anteriore verſus poſteriorem, et viciſſim dirigitur. Qua in re hanc concedendam iuſtitiam eſſe Veſalio arbitror, cuius in hoc loco diligentia omnium fuit accuratiſſima, vt primum illum fuiſſe fateamur, qui hanc ſententiam (*d*) ſtabiliuerit.

§. 9. Musculus agit vel *directe*, vel *inflexe*, vel *oblique*. Actionem *directam* voco, ſi cum membro mouendo in *directum* iacet, et dum membrum ad ſe trahit, haec linea directionis cum linea, quae centra magnitudinis oſſis et totius musculi iungit, in *eiusdem* plani ſectione permanet; cuius Gaſtrocnemii cum ſociis *Exemplum* exhibent. *Inflexa* eſt actio, ſi *tendinis extremum* tantum cum membro mouendo in directum iacet; *neque* illae duae lineae in *eiusdem* plani ſectione permanent: quae eſt, ſi muſculi tendo deflectit a prima directionis via, ope trochleae, quam transcurrit. Hanc ſpeciem *Borellus* (*e*) fuſius explicat. *Obliquam* actionem dico, ſi muſculus cum membro mouendo plane *non* in *directum* iacet, ſed in contactu angulum obliquum facit, atque illum quidem conſtantem, vt muſculus radii rotundus. His praemiſſis, quae ſequuntur, occaſione data ſuperſtruemus.

§. 10. In Extenſore digitorum communi nonnullae deprehenduntur differentiae ab Autoribus varie hinc inde deſcriptae: ſunt tamen aliqua notatu digna, quae aut noſtris temporibus obliuioni plane tradita iacent, aut a pauciſſimis ſubobſcure

(*d*) l. c. (*e*) De motu animal. P. I. prop. 76.

re innui videntur; Videlicet inter tendines *a* exten-
Fig. 4. ſoris Auricularis, Annularis et Medii ordinarios interiacent adhuc duo alii *tendines minores b*, *c*, (*f*) quorum quisque prope inſertionem in phalangam digitorum primam in duo cornicula *d*, magis plana quam teretia diuiditur, ita, vt alter tendo *b* (*g*) ſimul in phalangam primam Auricularis et Annularis, alter *c* vero in eandem phalangam annularis et medii inſeratur. Facit haec connexio non ſolum, vt reliquos tendines in extendendo adiuuent, aut illorum laeſorum vices ſuſtineant; ſed etiam, vt tam digitos ipſos, quam hos eosdem tendines maiores contineant, ne aut illi nimium diſtendantur, aut hi a ſua directione nimis deflectant. Siquidem et hoc eodem fine tendines medii et indicis per *membranam* aliquam (*h*) albedine ſua et tenacitate ſatis conſpicuam *e* (quam hactenus nunquam deeſſe deprehendi), pollicem circiter ab articulatione phalangae primae cum oſſe metacarpi, colligantur.

§. 11. Ceterum *Inſertio* tendinum *Extenſoris* communis in internodia ipſa admirabilis eſt. Poſtquam enim inter duo tubercula cartilaginea oſſium metacarpi tanquam ſuper trochleam diriguntur; initio phalangae primae in *tres* partes dirimuntur;
Fig. 5. quarum quae *media a*, *b*, et craſſiſſima eſt, ſuper gibbum huius phalangae progreſſa, articulationem

ſe-

(*f*) Hos omnes in Euſtachio Tab. XXVIII. delineatos obſeruat quidem Lanciſius; ſed ibi cum tendinibus maioribus quaſi in vnum coaleſcunt, quod a natura abhorret.

(*g*) Vid. Veſal. L. II. C. 43. de Musculo 18.

(*h*) Loco huius membranae falſo Euſtachius Tab. XXIX. tendines interſtitios fingit.

ſecundam ſuperſcandit in *c* atque in principium internodii ſecundi recta inſeritur. Reliquae autem duae *d* ad internodii latera vtrinque deflectentes cum tendinibus lumbricalium atque interoſſeorum longis *e* concurrunt, atque intra ſuos limites interſtitium triangulare *f* Membrana obtectum formant: poſtquam deinde articulationem *g* ambierunt, verſus gibbum phalangae mediae denuo reflectentes *h*, ac ſeſe decuſſantes *i*, internodio tertio oblique inſeruntur *k*; quo fit, ut non ſolum venuſtati conſulatur, ſed etiam phalanga tertia ex vtroque latere ſimiliter tracta, iuxta directionem ex motu compoſito reſultantem extendatur. Haec autem Membrana interſtitio illo triangulari comprehensa revera tendo latus ſive aponevroſis *l* musculorum interoſſeorum eſt, id quod tam ortus, quam progreſſus fibrarum tendinearum oſtendit, quippe quae in termino fibrarum carnearum exſurgentes tamquam radii ex centro quaquaversum ſe diffundunt, atque extremitate ſua tendinibus extenſoris affiguntur atque implicantur.

§. 12. Credo obuiam eſſe mihi eundum lectori, ne obiiciat, me in eo errare, quod ſtantibus his tendinum progreſſionibus et coniunctionibus actiones muſculorum confundam: qua propter paulo fuſius hac de re mentem meam explicabo. Cum digiti manuum *tres* potiſſimum motus diverſos patiantur, *flexionem*, *tenſionem*, et *inclinationem* ad latera: tribus his finibus ſuis quoque musculis ſatisface-

facere natura ſtuduit. De flexione duarum extremarum phalangarum, vtpote manifeſta ſatis, nulla umquam oborta eſt quaeſtio; neque extenſio per extensorem communem facta ullis implicita eſt difficultatibus. An vero extenſio per dictum hunc musculum ſolum fiat, et quinam Musculi primam phalangam flectant aut ad latera inclinent? disquiritur. Vulgo *Lumbricales* pro *flexoribus* internodii primi, *Interoſſei* pro *inclinantibus* venditantur. Sed Columbus primus annotavit, *Lumbricales in teretem et nerveum tendinem deſinere, et per internos digitos iuxta eorum longitudinem delatos adhaereſcere tendinibus muſculi extensoris, et in tertium articulum ſuis finibus immitti*; et hinc *extenſioni* potius inſervire concluſit. Porro I. Duglaſius de *Interoſſeis* tradidit, ipſos formare *tendines duos, quorum alter mox ſuperiori et laterali parti primi internodii inſeratur*; *alterum vero valde ampliari, ita vt maximam iuncturae partem tegat, deinde, vbi ad ſecundum internodium appropinquauerit, iuxta longitudinem huius oſſis excurrere, ibique in parte ſuperiore articuli extremi, poſtquam prius cum ſocio alterius lateris ſe coniunxerit, finiri*: hinc *cum tendines longi agant, ultimum articulum extendi, atque ſic eos ſupplere vicem Extenſoris magni, qui hic deficeret.*

§. 13. Poſitis his ſententiis combinatis Lumbricales fiunt Extenſores, et Interoſſei partim Inclinatores ſunt, partim Extenſores. Tam vera autem ſunt, quae Columbus propoſuit, vt verius eſſe

esse nihil possit. Neque, quod Duglasio regeramus, multum habemus. In hoc solo falli mihi videtur, quod *primo* tendinem longum in supplementum Extensoris *deficientis* datum esse putet, quod tam ex Columbo §. 12. quam ex nostris observationibus aliter esse §. 11. innuimus; *deinde*, quod duplicem tendinem tribuat musculis omnibus, cum tamen id de aliquibus tantum verum esse sectiones repetitae testentur. Quinam autem tales sint, antequam determinemus, de numero atque insertione illorum erit dispiciendum. Quapropter, cum, vt *historiam Interossеorum* hic intexamus, omnes Anatomici *sex* illorum hactenus memoriae prodiderint, Cl. Heisterus autem in *Compend. Anatom. Not.* 74. ex Stockhusianis observationibus senarium *tribus* augeat: neutra sententia damnata, quid cultro meo multoties studiose huc directo occurrerit, simpliciter narrabo.

§. 14. Verum quidem est, in vola manus plerumque sex distinctos musculos interosseos (quos internos dicemus) apparere, si ita nude et sine vlteriori praeparatione aspiciuntur: verum, si paulo profundius illi investigantur, deprehendes: Esse I^mo. *Interossеum primum internum*, qui alio fasciclarum numero a condylo ossis metacarpi indicis, alio autem a condylo ossis metacarpi Medii oriatur, atque in vola magis, in dorso minus conspicuus tendine duplici *longo* et *lato* in indicis latus *externum* (nam latera digitorum *interna* vocabo illa

quae pollicem reſpiciunt) inſeratur. Eſſe II^do *Interoſſeum ſecundum internum*, qui a latere oſſis metacarpi Medii digiti ortus ſolam *aponevroſin*, ſeu tendinem *latum* ex latere huius ipſius digiti interno formet. Eſſe III^tio *Interoſſeum primum externum*, qui *partim* ex adverſo tendinis radiaei externi et latere oſſis metacarpi Medii interno, *partim* obliquo, applanato ac longiusculo tendine ex dorſo huius ipſius oſſis metacarpi ortus, totum interſtitium compleat, atque paullo inferius, quam antecedens inſeratur. Et quamvis interdum hi duo musculi difficulter a ſe invicem ſeparentur, ſemper tamen diſtincta *duplicis* tendinis lati inſertio adeſt. Eſſe IV^to *Interoſſeum tertium internum fictitium*, qui non poſſit ſeparari ab *Interoſſeo ſecundo externo*, qui ſolus in dorſo conſpicuus, a lateribus oſſium metacarpi Medii et Annularis exortus, interſtitium horum oſſium repleat, atque ſimiliter, uti Interoſſeus primus internus *duplici* tendine, *longo* atque *aponeuroſi*, in Medii digiti latere externo affigatur. Eſſe V^to *Interoſſeum quartum internum verum*, qui *ſola aponeuroſi* in latus annularis digiti *internum* tendat, poſtquam ortum ſuum ex ſuperiore capitulo, et tota facie cava oſſis metacarpi ad dictum digitum pertinentis duxerat. Eſſe VI^to *Interoſſeum quintum internum* ſimiliter *fictitium*. Eſſe VII^mo *Interoſſeum tertium externum* cum Antecedente unum atque eundem, qui tam interſtitium oſſium metacarpi, Annularem atque Auricularem ſuſtinentium, quam dorſum manus repleat, *lataque apo-*

aponevroſi ac *tendine longo* gaudeat ad annularem pertinente. Eſſe VIII^vo *Interoſſeum ſextum internum verum*, qui ex tubere octavi oſſis carpi ortus, ac ſecundum faciem cavam oſſis metacarpi, quod Auricularem ſuſtinet, delatus *ſola aponevroſi* in latus *internum* Minimi digiti inſeratur. Quibus praemiſſis, quid inde ſequatur, videamus.

§. 15. Ante omnia apparet, *origines* muſculorum Interoſſeorum, quales nos hic ſiſtimus, cum deſcriptionibus *Duglaſianis* vehementer *concordare*. Sunt autem illorum ſolummodo *ſeptem*; *externi tres*, *interni quatuor*, ita, vt ex ſuperinductis Stockhuſianis ille ſolus, qui ordine ſuo *ſecundus* recenſetur, et lateri Medii interno affigi praetenditur, ex rationibus §. 14. N. III. allegatis admitti poſſe videatur. Horum ſeptem autem non ſunt niſi *tres*, nimirum *Internus primus*, *Externus ſecundus*, atque *Externus tertius*, qui *duplici* tendine ſimul gaudent; reliqui enim *quatuor* in *ſolam aponevroſin* terminantur: atque *illi* quidem omnes ex latere digitorum *externo*, *hi* vero ex *interno* poſiti ſunt. Namque in hac re mirificum natura ordinem ſervavit, vt *cuivis* digito ex quovis latere *duos* quidem tendines *longum* atque *latum*, ſive aponevroſin adiecerit: cum vero Lumbricales quatuor muſculi omnes ex latere *interno* poſiti in hoc idem quoque latus ſuos tendines *longos* implantandos impertiant, ex latere autem *externo* deficiant; factum eſt, vt ex hoc *ſolo* quoque *externo* latere musculi Interoſſei tendine *duplici* in Lumbri-

calium locum ſurrogarentur, interne autem *ſola aponevroſis* ad ipſos pertineret. Sunt igitur *Lumbricales Inclinatores* vel *Adductores*, cum *ſoli* agant, vt Veſalius ſuo loco indicavit; ſunt *illi* autem et *Extenſores* phalangae digitorum extimae ex uno latere, quoties ex altero *ſimul* cum illis agunt *Interoſſei* tendine *longo* praediti, quos iam ſupra allegavimus, nimirum Internus primus, Externique ſecundus ac tertius: qui autem ſimul vi aponevroſeos phalangam digitorum Indicis, Medii, atque Annularis primam, et conſequenter totos hos digitos a pollice *declinant*, aut (uti Anatomici loqui amant) *abducunt*, cui motui Auricularis exequendo Abductor eius proprius ſatisfacit. Contra *Interoſſei* in *ſolam aponevroſin* terminati, qualesſunt *Externus primus* cum *Interno ſecundo*, *Internique tertius et quartus*, *ſoli* agentes, *inclinant* phalangam digitorum Medii, Annularis atque Auricularis primam, et conſequenter totos hos digitos verſus pollicem; in inclinando autem Indice Abductor eius vulgo ita dictus ſimile officium praeſtat. Quum vero et Lumbricales et Interoſſei *omnes ex utroque latere ſimul* agunt, atque ab allegatis duobus muſculis, Abductore Indicis atque Abductore Auricularis adiuvantur: ipſorum actio in *flexione* phalangae primae, et *extenſione* extimae potiſſimum conſiſtit, quos *duos* motus ſimul fieri poſſe experientia confirmat; ceſſat autem illorum *poſterior* tum demum, cum muſculus Profundus Antagoniſtarum ſuorum vim ſuperaverit.

§. 16.

§. 16. Nisi natura in construendis ac locandis musculis *extendendo pollici* dicatis simplicior esset et constantior, quam autorum in describendis illis confusio: sine dubio ab illorum examine abstineres. Neque hic multum novi adduci posse arbitreris, cum ex veterum sedulis laboribus in memoriam revocare sufficerit, quae a neotericis neglecta sunt; ita enim apparebit, talem eorum descriptionem dari posse, quae cum subiectis omnibus mire conveniat. Quapropter exponere liceat, quid deprehendere quaerentibus nobis contingerit. *Duo* sunt proprie *Musculi* pollicis, quibus *extensoris* munus tribuitur; *unus inferior* ex ulnae medio exortus, atque ab Extensore digitorum communi, interdum vero (quod Vesalius praetendit) ab Extensore indicis proprio, solutu difficilis secundum longitudinem cubiti progreditur, deinde fossulam suam propriam radio insculptam iuxta tendines radiaei externi transcurrens versus pollicem inflectitur et mediae extimaque eius phalangae *tendine simplici* affigitur. Erigit hic musculus, seu *extendit*, non quidem pollicem integrum, sed eiusdem phalangam extimam, et si fortius agat, etiam mediam, primum vero internodium immotum relinquit: quapropter abductionis actio a Columbo (*i*) ipsi falso attribuitur.

§. 17. Musculus *alter*, quam vere *Extensor pollicis* dici mereatur, dispiciamus. Pollex cum Carpi osficulo quinto iungitur per articulationis spe-

(i) L. V. C. 34. de Musculo quarto.

ciem tertiam, quam (§. 8.) fuſius deſcripſimus, etquae motus *quatuor admittit*; quos eo clarius intelliges, cum totum poſtbrachiale, et primum pollicis internodium, ſuper brachiale in arcu circuli iuxta ſe poſita eſſe finxeris. Erit enim tunc *primus* motus, ſi primum pollicis internodium, in hoc arcu movetur, atque ad poſtbrachiale propius *apprimitur*; *ſecundus*, ſi ab illo *declinatur* ſeu abducitur; *tertius* erit, ſi hoc pollicis internodium in linea quaſi radii circuli movetur, hoc eſt verſus volam *inclinatur*, qui motus ſe potiſſimum exerit, ſi concavam reddere manum velis, aut digitorum apices coniungere; *quartus*, ſi pollex *reclinatur* in ſensu antecedenti *oppoſito*, et fortiter *extenditur*. Iam hic, de quo nobis ſermo eſt muſculus, ſupra antecedentem (§. 16.) poſitus ex media ulnae parte et ligamento cubiti ortum ſuum ducit, atque in *tres* tendines diſtinctos dividitur, qui omnes obliquo ductu tendinibus radiaei externi inſtrati verſus pollicem diriguntur, eique movendo inſerviunt. Horum trium tendinum *infimus*, internodio pollicis primo adhaereſcens usque ad initium medii deſcendit, atque in latere illius *poſteriore* inſeritur: hinc et internodium medium ſine dubio erigit ſeu *extendit*; et ſi fortius agat, primum quoque: quoad hanc portionem igitur hic musculus dici *Extensor* poteſt, dum motum illorum, quos recenſuimus, quartum exercet. Portio *ſuprema* tendinem educit, nonnumquam ſubtilem, nonnumquam craſſiorem, atque in pollicis latus

latus *interius*, non autem, vt nonnulli memoriae prodiderunt, in carpi quintum os inſeritur, ibique origini tendineae muſculi Thenaris implicatur. Portionis *mediae* et principalis tendo craſſiſſimus inſeritur in *latus internum* pollicis immediate infra declivitatem (§. 8.) interiorem *e* primi eius internodii. Hanc portionem igitur non extendere pollicem, ſed *abducere* a reliquis digitis, ex tendinis ſui *directione* et *ſine* patet. Dum enim a linea ſua *recta deflexit*, qua ſuper ligamentum cubiti currebat, ac ſuper crenam in hunc finem radio inſculptam tamquam ſuper trochleam incurvatus denuo verſus pollicem dirigitur: illam *actionem* exercet, quam (§. 9.) *inflexam* vocavimus. Cum vero via recta in latus *interius* pollicis, non vero poſterius terminatur: verſus illam quoque plagam hoc internodium inclinat, et motum exercet illorum, quos ſupra allegavimus, ſecundum; quem motum iam Veſalius ſi recte eius mentem aſſequi valeam, (k) indigitare conatus fuit. Quapropter, annon hic muſculus, quoad portionem ſuam maximam Abductor potius, quam Extenſor vocandus ſit, illorum, penes quos eſt, iudicio lubens relinquo. Fig. 6,

§. 18. Flexorem internodii pollicis extimi in pluribus cadaveribus invenio *bicipitem*. Dum enim caput *principale* ordinarium originem ſuam ex ſuperiore cubiti ſede trahat, atque in progreſſu ligamento, quod radium cum vlna continet, ac radio ipſi adnaſcatur: corpus *alterum* teres et gra-

(k) L. II. C. 43. in fine de Muſculo vigeſimo ſecundo.

cile principium ex ipso flexore digitorum sublimi ducit, a quo facile potest separari; postquam vero a sublimi deflexit, tendines utriusque in *unum* plane coalescunt, vt nulla diuisionis nota appareat, qui suo loco ab autoribus satis descripto implantatur.

§. 19. Palmarem longum nonnumquam deficere, multi autores notarunt: mihi idem aliquando obseruare contigit in cadavere feminino, praesente tamen aponeurosi in vola. Si musculus ipse cum aponeurosi adest, modus, quo limites ligamenti annularis transgreditur, varius indicatur. Quibusdam simpliciter transcendit, aut supra illud ambulat; eius sententiae fuisse videtur B. Eustachius in Tabularum suarum vigesima prima paranda. Sed aliis in locis mens alia se prodit: nam Tab. XXVIII. XXX. tendo palmaris gracilis ligamentum plane perforat aut transfodit; quem modum tamen nimis affectatum deprehendere mihi hactenus numquam licuit. Cohaerere hunc tendinem cum aponeurosi, et quidem in confinio ligamenti annularis, verum est; sed non adeo conspicue se res prodit: quin potius in duas partes mihi visus est dirimi; quarum una de ligamento nihil participat, sed sub membrana musculorum communi abscondita illud simpliciter transgreditur atque in aponeurosin ordinariam terminatur; altera vero partim in ligamentum ita implantatur, ut fibrae minutatim sibi intextae, se invicem decussent, partim (quod et Eu-

Euſtachius Tab. XXXII. vidit) cum principio Thenaris ſe confundit. An vero circa confinia digitorum deſinat aponeuroſis, ſiue an usque ad extremitates illorum pertingat? disputatur. Numquam mihi tam felici eſſe contigit, vt tam longe illam proſequi potuiſſem: ſed illam mox a ligamento diſcedentem plerumque in tres partes dirimi, veluti radii circuli tamquam e centro productas, ad tres digitos, Indicem, Medium et Annularem directas; ac fibris ſuis perpetuo ſe diminuentibus, partim cum vaginis tendinum Extenſorum, partim cum ligamento aliquo transverſo (l) prope radices digitorum, eadem ratione ac cum ligamento annulari, confundi ſemper mihi viſum fuit.

§. 20. Non meum eſt nunc examinare: an hic muſculus creatus ſit, vt depilis fiat cutis? an? vt ſenſu acutiore ſit vola praedita; an? vt cutis manus in apprehendendis obiectis firmetur: haec enim omnia partim ab aliis refutata ſunt, partim ſua infirmitate labascunt. Sunt uſus alii, qui maiorem veritatis ſpeciem prae ſe ferunt. Conſtringere manum, ſeu cauam illam reddere poſſe, et corrugare hunc muſculum negat in Anatomia ſua rationali Tauryus; ſed credibile tantum eſſe, vt metacarpum verſus originem ſuam trahat, arbitratur. Verum primo, nihilominus in manu conſtringenda eundem adiutorem eſſe crediderim: partim, quia, dum abbreviatur, aliquam pinguedinis

(l) Huius ligamenti meminit Duglaſius. optime autem delineauit totam aponeuroseos diviſionem una cum ligamento Caſſerius de Org. Sens. T. I. f. 2. B. C.

portionem, quae aponeuroſi illius implicita eſt, et cauitatem impedit, ſecum abducit; partim, quia aponeuroſeos fibrae, quae diuergebant prius ſemper minorem inter ſe angulum conſtituunt, atque ita partes illas, quibus extremitate ſua iunguntur, arctius et propius contrahunt; quemadmodum duo termini arcus, ſi chorda tenditur, propius ad ſe invicem accedunt. Quid, ſi deinde eo etiam inſeruiat? vt ligamentum annulare ſurſum trahat, quo facto flexores digitorum magis firmantur, et oſſicula carpi, queis ligamentum vtrinque adhaeret, erga ſe inclinantur, modo ligamentum mobile ſtatuere liceat, quod ob propriam elaſticitatem, ac debilem oſſium carpi inter ſe cohaeſionem nemo facile negauerit. Nihil definio: opta Lector, aut, qui praeſtas, Sector, ipſe; et experire.

Explicatio Tabulae.

Fig. 1. per ſe patet.

Fig. 2. exhibet os carpi quintum manus dexterae, ex illa ſuperficie, qua articulatio fit cum primo pollicis internodio, conſpiciendum.

lit. a. prominentiola ad marginem interna.
b. prominentiola externa.
c. media ſuperficiei pars.
d. decliuitas anterior.
e. decliuitas poſterior.

Fig. 3.

Fig. 3. exhibet ſuperficiem primi pollicis internodii, qua oſſis antecedentis ſuperficiem tangit.
- a. declivitas interior.
- b. declivitas exterior.
- c. ſuperficies media.
- d. prominentia anterior altior.
- e. prominentia poſterior.

Fig. 4. Siſtit manum integram, in cuius dorſo tendines Extenſoris magni ac tendines interſtitii, illorumque inter ſe coniunctiones videri poſſunt.
- a, a, a. tendines maiores ad tres digitos progredientes.
- b. tendo interſtitius inter Auricularem et Annularem.
- c. tendo interſtitius inter Annularem et Medium.
- d. diuiſio tendinum in duo cornicula.
- e. Membrana, alba, tenax, tendines ad indicem et Medium pertinentes continens.
- f. ligamentum annulare exterius diſciſſum.

Fig. 5. exhibet digitum Medium, atque inſertiones tendinum extenſoris communis, interoſſeorum, ac Lumbricalis.
- a. b. Tendinis pars media, in
- c. articulationem ſecundam ſuperſcandens.
- d. portio ſecunda et tertia lateralis.

e. tendo lumbricalis longus.
f. interſtitium triangulare, membrana aponevrotica tectum.
g. ambitus tendinis lateralis ad articulationem ſecundam.
h. illius reflexio, verſus dorſum,
i. decuſſatio, et
k. inſertio.
l. duplex muſculus interoſſeus, in latere digiti medii interno, cuius tendines aponeuroſin latam formant.

Fig. 6. exhibet inſertionem lateralem Portionis tendineae mediae Muſculi vulgo extenſoris dicti in phalangam pollicis primam, quae cum carpo articulatur.

a. capitulum inferius, quo cum phalanga media iungitur.
b. latus interius, ſeu a digitis auerſum.
c. protuberantia anterior, ſiue in dorſo conſpicua.
d. tendinis Extenſoris portio media.
e. eius inſertio infra decliuitatem lateralem interiorem.

LIGAMENTI CLAVICULARUM COMMUNIS DESCRIPTIO,

AUTORE

Iosia Weitbrecht.

CLauiculas cum ſterno cohaerere, ita quidem, vt non omnis ipſi motus denegari poſſit, vno omnes ore Anatomici affirmant. Hinc et cartilaginem mobilem non ſolum interiectam habent, ſed et tam ſternum quam clauiculae in ipſius iuncturae ſuperficie cartilaginoſae ſunt, ſuoque muco obliniuntur, ne ex nimis forti frictione quidquam damni oriretur. An vero clauiculae alio quodam vinculo cum ſterno firmius coniungantur? ſiue an inter ſe ſint copulatae? de hoc vero altum eſt vbique ſilentium. Blanditus igitur ſum mihimet ego ipſe diu, et facile ab aliis aſſenſum obtinui, quaſi hoc ligamentum, cuius nunc deſcriptionem dabo, plane nouum eſſet, niſi tandem in Iohannis Riolani Enchiridion Anatomicum incidiſſem, in cuius Libro ſexto Oſteologiam nouam ex recentibus cadaueribus depromere molitus Autor Capite decimo tertio de Clauiculis memoriae tradidit: „quod inter ſe iunctae ſint ac reuinctae, *interuentu robuſti ligamenti*„. Haec vero admonitio cum a poſteris ſcriptoribus neglecta fuerit; inuentum in ſe quidem non plane nouum Tab. XXIII

uum, ſed obliuione ſepultum reſuſcitabo, atque eorum, quae vel nudo verbulo Riolanus indicauit, vberiorem explanationem ſiſtam.

Situm eſt igitur hoc ligamentum inter duas clauicularum extremitates, quae ſterno applantantur, ſubter ſterni huius ſuperſiciem interiorem, cauum pectoris reſpicientem, ita quidem, vt ex vno latere ab hac ipsa ſuperſicie, ex altero vero a terminis musculorum parium ſternohyoidis ac ſternothyroidis obtegatur. Termini Ligamenti ſunt vtrinque protuberantia ſeu angulus acutior capituli claviculae, quo cum oſſe pectoris articulatur, ſurſum ac retro ſpectans, quemadmodum ab A. Veſalio in Hum. Corp. Fabr. L. I. C. XXII. f. 2. Lit. D. eleganter exprimitur: a quorum vno ad alterum transverſim ſub ſterni ſummitate furcata ſubducitur. Ligamenti figura nec plana, nec rotunda dici poteſt, ſed pro ſubiectorum diuerſitate variat; interdum duplex eſſe ac interſpersa pinguedine diſtingui videtur. . . .

Cui detegere Ligamentum, et ſimul eius uſum volupe fuerit, facile id praeſtabit, ſi remotis integumentis communibus primo clauiculas in ipsa iunctura cum ſterno ſolvat, et quidem cautela ſumma, ne cultellus vltra iuncturam adigatur, quia alias ligamentum ipſum vna diſcinditur (quam rationem ſubeſſe putem, quare a tam paucis notatum fuerit): deinde cartilagines coſtarum pro more ſcindat, ac ſternum deorſum reflectat. Tunc enim ligamentum tamquam chordam tenſam, validam-

lidamque, ab vna clauicula ad alteram productam deprehendet: quo edocemur, clauiculas non ſolum inter ſe coniungi, ſed et in ſua articulatione cum ſterno eo fortius detineri atque apprimi, ne illarum motu nimis lubrico, aut actione musculorum in ipſas implantatorum vehementiore luxationibus frequentioribus ſint obnoxiae.

Poterit etiam in ſitu ſuo conſpici, externe, ſi membranulae et vaſcula, quae in curvatura ſupremi oſſis ſterni, inter clavicularum capitula oberrant, diligenter ſeparaueris: interne autem ſi in conſpectum producere velis, ſolutis muſculis ſupra nominatis in inſertione ſua, portio ſterni ac clauicularum vtrinque abſciſſa, ex corpore auferri, dictique muſculi poſtmodum vsque ad originem ſuam remoueri debent.

Ut imaginationi illorum, quibus aut cadauera aut ſceleta ad manus non ſunt, ſuccurramus; luculentius rem omnem ante oculos ponit ſequens

TABULA,

cuius

Fig. 1. exhibet reſectam ſterni, clauicularum ac muſculorum allegatorum portionem, quatenus a latere externo omnia conſpiciuntur. notatur autem

a. Muſculus ſterno-hyoides ab oſſe hyoide ſolutus.

b. Muſculus ſterno thyroides antecedenti ſubiectus.

d. Musculus coraco hyoides.
e. Venula sternohyoidem interiacens, quae interdum simplex, hic duplex est.
f. membranula glandulam Thyroidem tegens.
g. abscissae clauiculae.
h. abscissum sternum.
i. Capitula clauicularum iuncta cum sterno.
k. Ligamentum clauicularum.
l. venula abscissa, sanguinem fundens.

Fig. 2. monstrat dictae portionis sterni et clauicularum faciem interiorem pectus respicientem cum accumbente ligamento.
a. abscissum sternum.
b. abscissa clauicula dextra.
c. abscissa clauicula sinistra.
d. Clauicularum capitula.
e. Ligamentum clauicularum in hoc subiecto duplex visum.

OBSERVATIONES ANATOMICAE

AUTORE

Josia Weitbrecht.

Tab. XXIV.

I.

Musculus in pectore extraordinarius.

SI apud naturae Scrutatores gratiam merentur illi, qui in variationes partium corporis humani diligenter inquirunt; vel, qui in paruis magnam sedulitatem locantes ac operam, duo esse ostendunt, quae ab aliis, quorum aut oculi

oculi non tam lyncei, aut cultellus non tam acutus, pro vno ſimplici habita ſunt: ſpero, me veniam ſaltim eſſe promeriturum, ſi musculorum par integrum, inſolitum alias, et magnitudinis non contemnendae producam, quod e cadauere militis cuiusdam tale deprompſi:

Immediate ſub thoracis integumentis ex oſſe ſummo ſterni duo muſculi oriebantur aponeuroſi communi breui, quorum alter paulum ad dextram, alter ſimiliter ad ſiniſtram flexus, ſuper cartilagines coſtarum et origines muſculi pectoralis maioris decurrebat, relicto ſterno propemodum intacto et nudo. Corpus huius paris muſculorum tres digitos latum et digitum craſſum poſtquam peruenerat ad coſtae quintae verae cartilaginem, denuo degenerabat in aponeuroſin, quae fibras tendineas, quae a ſerrato maiore antico proueniunt, decuſſans, et principium muſculi abdominis recti transgreſſa tandem in inſcriptione huius prima maximam partem obliterabatur. Si de actione interroger: autumo, contrahendo ſeſe Rectum abdominis propius ad pectus attrahere, atque ita in reſpirationis negotio ſuos uſus exerere.

Ceterum et ſitus, et progreſſus et inſertiones facile partes meas tuentur, ſi quis me perperam vidiſſe mihi obiecerit. Neque ſuſpicionis metum me incurrere putem, quaſi homini affingere ſtuderem, quae quibusdam tantummodo animalibus propria eſſe conſtat. Equidem non ignoro, Veſalium omnem mouere lapidem contra Galenum,

ne quis muſculum fere ſimilem, quem in ſua C. H. Fabrica L. II. C. XXV. quintum thoracis deſcripſit, et Tab. V. delineauit, vtpote a ſimiis tranſſumtum ad hominem pertinere crederet: praeſenti tamen exemplo rei ſaltim poſſibilitas euincitur. Siquidem et alibi muſculos tales extraordinarios nonnunquam dari, ſectionibus expertus ſum. Inter muſculos enim abdominis deſcendentem et aſcendentem occurrit aliquando mihi alius quidam muſculus, calami ſcriptorii craſſitie: qui ortus ex apice cartilaginoso coſtae vndecimae excurrit intra Deſcendentem iuxta huius fibras, et Adſcendentem. Non autem pro fibra deſcendentis ſeparata haberi debebat: neque enim in membrana huius communi involutus erat, et fine etiam gaudebat plane peculiari, vtpote in aponeuroſin aſcendentis inſertus. Nec pertinebat ad aſcendentem, nam huius fibras decuſſabat. Erat igitur muſculus plane peculiaris et inſolitus; quem quidem facile reticuiſſem, niſi argumenti conditio mentionem eius facere iuſſiſſet.

Muſculus abdominis extraordinarius.

Vtut vero talia organa leuis momenti eſſe videantur: non tamen, meo quidem iudicio, plane ſunt negligenda. Gaudent enim ſuis vaſis et ad motus edendos aeque apta ſunt ac cetera. Si corpus motum in aliud impingit, a directione priſtina deflectit. Si filum diuerſis locis diuerſimode tenditur, flexurae oriuntur diuerſae. Non dubium igitur eſt, quin et in corpore humano praeſentibus iſtiusmodi organis inſolitis, motus aliqui con-

conſequantur, qui gigni non potuiſſent, ſi organa iſta abſuiſſent. Cum vero homo, ut homo, etiam ſine his inſtrumentis raro occurrentibus perfectiſſimum animal eſſe iudicetur: quare illa, cum adſint, non aeque miramur, ac ſi in hominem pede aut digito ſupernumerario ditatum incidimus? Scilicet huius incommoda aut commoda in oculos ſtatim incurrunt: iſta autem deſpicimus, quia ignoramus.

II.

Tubae Fallopiana vtraque in extremitate fimbriatae coalita.

Res omni attentione digniſſima oblata mihi eſt in vtero feminae alicuius a me diſſectae. Erat vterus ea magnitudine, qua eſſe ſolet in virginibus, tubaeque ambae apertae quidem ad ingreſſum vteri, ita vt ex hoc in illas cum ſpecillo facile poſſem tranſire, ac flatum iniicere: ſed in tubarum extremo nulla dabatur apertura, nullus aditus. Fimbriarum enim ne veſtigium quidem aderat, ſed loco illarum bulbus aliquis pyriformis, materia ſubalbida fluida turgens, in cuius medio fibra plana neruea, cicatriculae aemula apparebat, quae ſub ligamentuli ſpecie vsque ad ouarii inuolucra protendebatur.

Dices: eadem a Regnero de Graaf iam olim notata. Equidem non negauerim, illuſtrem hunc Profectorem in libro ſuo de Organis muliebribus non modo ſimilem Tubam delineaſſe Tab XIX. f. 3. ſed et monuiſſe „Tubas, quamvis ſecundum ordinariam naturae diſpoſitionem in extremitate ſua

notabilem ſemper coarctationem habeant; praeter naturam tamen aliquando claudi.,, Verum enim vero cum non meminerit Autor, an id in vtraque tuba ita deprehenderit? an in virgine? an ſtatus iſte praeternaturalis ſterilitatem inducat? an vero conceptio nihilominus fieri poſſit? an a principio vitae talis ſtructura ſuam originem ducat? ſiue, an tractu temporis ita degenerare tubae poſſint? facile perſpicimus, multa nobis relicta eſſe problemata, quae vtcunque ſoluta multum negotii faceſſant in exemplo noſtro. Erat enim haec femina maritata, viginti quatuor annos nata, quae filium pepererat, quem vidi ipſe, octo iam annos natum, vna cum auia ex matre, matris et filiae cadauer a me petentem. Dic igitur, tubas ab incunabulis clauſas ſterilitatem inducere: quare haec noſtra femina peperit? Dic, concepiſſe tubis clauſis: quomodo ouulum ingredi tubam potuit? Dic, coaluiſſe tubas poſt partum: quomodo id noſti? quomodo adeo euaneſcere in vtroque latere fimbriae poſſunt, tamquam numquam adfuiſſent? Si quidem ex ouario ad tubas alia daretur via praeter illarum orificium: vnico greſſu omnes ſuperarentur difficultates. Sed fictiones intellectum quidem adiuuant, rei veritatem non demonſtrant. Praeſtat igitur, ignorationem fateri, quam ſpeculationibus indulgere.

Non diſcedere ab hoc cadauere poſſum, quin et reliquas addam obſeruationes, non tam raritate aut vſu, quam potius, quod in vno eodemque cor-

corpore factae, commendabiles. Arteriae umbilicales tres pollices ante, quam ad umbilicum accesserant, in vnum truncum coaluere. Ren sinister ex vna pelui duos vreteres produxit, qui duos pollices ab egressu iungebantur. Obseruatum est id Ruyschio aliisque multoties; sed pelues duae inter se non communicantes, quales ren dexter exhibebat, cum duobus vreteribus vsque ad vesicam deductis, oppido raro occurrunt. Ex Ileo latam manum ab insertione eius in Coecum, immediate supra vterum oriebatur processus seu intestinulum aliquod coecum, diametro pollicem longitudine duos pollices aequans, capacitatis vbique aequalis: in fine duo erant tubercula itidem caua, quasi duo cornua, alterum supra vteri fundum alterum infra ipsum vergens, ita vt illum tamquam digiti complecterentur. Non haberi poterat hic processus pro aliqua ilei dilatatione, saccum formante, siquidem suiis propriis ligamentulis ac fibris motricibus erat praeditus, sine quibus extra dubium, excrementa, si qua diuerticulum ibi quaesiuissent, delitescentia expelli non potuissent. Totus processus magis dilucide conspicuus est in Tabula, cuius

Arteriae umbilicales in vnum truncum coalitae

Vreteres duo cum pelui duplici

Fig. 1. exhibet portionem Intestini Ilei, cum processu insolito in suo situ.

Fig. 2. exhibet portionem eandem, sed processum sursum reflexum.

a. Ileum ab intestinis crassis abscissum.

b. Ileum abscissum ex altera parte.

c. Mesenterium separatum.

d. Proceſſus extraordinarius.
e. locus vbi ex illo oritur.
f. duo tubercula.
g. curuatura, cui vterus adiacuit.
h. ligamentula, ac fibrae circulares eodem modo ac in aliis inteſtinis conſpicuae.

III.

Obliquus vteri ſitus

Vterum loco ſuo moueri, et vtrinque ad latera inclinari poſſe, multum ac vehementer diſputat Henr. a Deuenter in Nouo Lumine de arte Obſtetric. Hinc erroris arguit obſtetricantes, qui interdum ſecundinas non in fundo vteri ſed ad latera adhaerere et ſibi et aliis perſuadent: cum tamen haec loci mutatio non a ſecundinis ipſis, ſed potius a reflexo ſitu vteri ipſius proueniat. Plurimum fauet ſententiae huic Deuentrianae poſitio vteri, qualem his diebus in quadam femina detexi. Erat vterus conſtitutionis naturalis, qualis in non praegnantibus eſſe ſolet. Non iacebat autem in medio inter veſicam vrinariam et inteſtinum rectum, ſed ad latus dextrum deflectebat, ita vt ligamentum, quod latum dicitur, hoc ipſum inteſtinum ſuperſcanderet, et tamquam velamen obtegeret: ex peruerſo ſitu neceſſario ſequebatur, vt ala ſiniſtra multo longior ac latior cum annexis eſſet, quam dextera. Haec extenſio ac poſitio num a ſtatu grauiditatis antecedaneo vel iam inde ab ovulo ortum ſuum duxerit? nunc non inquiro: ceterum tamen dubium non eſt, quin vterus hic poſtliminio impraegnatus in eodem ſitu inclinato permanſ-

manſurus, atque ita parturienti plurima incommoda obiecturus fuiſſet. Non erravero igitur, ſi argumentis illis ſatis firmis, queis obliquum vteri ſitum in grauidis adſtruere anniſus eſt à Deventer, hoc addidero, quod et nonnunquam in antecedaneam diſtorſionem matricis nondum foecundatae ac ligamentorum inaequalem explicationem illius culpa redundare poſſit.

IV.

Abſceſſus in principio aortae.

Sartor aliquis, ſaniſſimus habitus, inclinando corpus, vt ferramentum ad laeuigandas fimbriarum inaequalitates capeſſeret, ſubito concidit examinis. Repentinae mortis cauſſa vt ſciretur, ſectioni traditum eſt cadauer. Sub cranio violentiam quaeſiviſſes mecum: Sed intra thoracis penetralia malum omne delituit. Ecce enim, remoto ſterno ex pericardio vehementer turgido aqua ordinaria cum impetu proſilit. Putabam, omnem pericardii cavitatem illa repletam fore: igitur ſpongia exhaurire tentabam. Sed mea me fefellit opinio. Lympha enim pauca ſupernatabat grumis ſanguineis recentibus octo uncias pendentibus. Stupefactus ad tam inſolitum phoenomenon, in profuſionis cauſſam inquirere adgredior. Inflo igitur primo venam cauam, et ecce per foraminulum in aortae principio aer omnis redit. Duo mihi curiosa videbantur: primo quod laeſio in tam robuſtis tunicis ſedem haberet; deinde, quomodo aer ex caua in aortam poſſet tranſire, cum nullam mutationem pulmones paterentur. Cor igitur exſcindo cum

vasis adhaerentibus summa cura, et apertis cavitatibus inuenio corrosas, et tamquam a muribus exesas tunicas aortae immediate supra valuulas semilunares, et membranam adiposam, quae vasorum e corde egredientium principia cingere solet, in regione sternum respiciente perforatam.

Caussa huius abscessus sine dubio aut pus, aut alia quaedam materia acris esse debuit, quae primum intra tunicas aortae proprias stagnauit illasquam tam introrsum quam extrorsum exedit. Tunicis vero solutis membrana exterior vi cordis sustinendae impar fibrarum suarum rupturam sensim perpessa omnimodam, sanguini tandem necessario locum concessit, quo dilaberetur. Si autem membrana haec exterior prius rupta fuisset: non modo a materia rodente in pericardium effusa, cor quod cetera sanum apparet, corruptionem contraxisset: nec etiam aortae tunicae tam longe ac late absumtae atque exesae visae essent.

Valuula foraminis ouatis non penitus clausa.

Alterius phoenomeni ratio similiter statim se prodidit. Scilicet foramen ouale ad limbum valuulae aperturam reliquerat, qualem Morgagnus in Aduers. IV. f. 4. delineat, ita, vt ouum ouo similius esse non possit, atque ejus pictura meae obseruationi; si positionem solam excipias: dum noster hic sinus propius ad valuulam accederet, et magis ad latus quam inferiora versus applantaretur.

An-

ANNOTATIONES ET EXPERIMENTA QUAEDAM RARIORA ET CURIOSA AD REM SCLOPETARIAM PERTINENTIA.

Joh. Georg. Leutmam.

§. 1.

IN antecedentibus Tom. III. ſcil. Commentarium, modum tradidi, quomodo ſclopetis cochleati ſulci recte poſſint incidi. Nunc quaedam exponam ad intimiorem cognitionem rationum ſpectantia, accuratioris propulſionis globuli ex ſclopetis eiiciendi, quae hactenus partim ignota partim pro ſecretis fuerunt habita. Tab. XXV. et XXVI.

§. 2. Certum eſt, lineam quam globulus, ex ſclopeto proiectus, deſcribit, non eſſe rectam. Linea quidem directionis, quam tubus globulo in exploſione imprimit, rectam intendit progreſſionem, ſed duplum hic impedimentum obſeruatur, quo minus id fieri poſſit:

§. 3. Quo longius enim progreditur globulus, eo magis decreſcit vis impellens. Deinde grauitas globuli ſemper deorſum tendit, et niſi vi propelleretur, ſtatim poſt exitum ex tubo decideret. Impulſus itaque virtutis mouentis, vehemens quidem, paulatim tamen ſemper remittens, et grauitas globuli propria, motum recipiens, deorſum vero natura tendens, contrario niſu agunt,

de Praxitele et Lysippo, non vt de aequalibus loquitur, sed vt de statuariis, qui ante se fuerint. Ergo post Alexandrum hunc Callistratum poni patiar, si cui ita videbitur, aequalem Alciphroni rhetori, cuius item aetas nos latet, dicendi ratio persimilis est. Quam vero obscurus hic Callistratus fuerit, qui de statuis, qui, teste Athenaeo, de scortis et de Athenis scripsit (puto enim eundem auctorem hos libros edidisse) ex eo intelligo, quod Harpocration, quoties eius περὶ Ἀθηνῶν librum citat, citat autem tribus in locis, toties dubius animi haeret, Meneclen eum nominet, an Callistratum. Quae cum ita sint, nihil eius in auctoritate est situm, vt Praxitelen illo, quo dixi, tempore fuisse, Plinio non concedamus.

Et Venerem vero Cnidiam Praxiteles extremis Philippi aut sub primis auspiciis Alexandri fecisse videtur. Quod quomodo indagauerim, videte. Solus est Clemens Alexandrinus, (1) qui memoriae proditum reliquit, Cnidiam, ad Cratinae, quam secum habuerit Praxiteles, formam esse factam. Auctorem citat Posidippum de Cnidiis rebus. At ceteri fere consentiunt, Phrynen Thespiacam in marmore ductam esse a Praxitele. In iis est Arnobius. (2) *Phryne*, inquit, *sicuti illi referunt, qui negotia Thespiaca scriptitarunt, cum in acumine ipso esset pulcritudinis venustatis et floris, exemplar fuisse perhibetur cunctarum, quae in opinione sunt, Venerum, siue per vrbes Graias, siue quo iste fluxit*

(1) In protreptico ad gentes p. 35. (2) Aduersus gentes l. VI. p.

xit amor talium cupiditasque ſignorum. De Cnidia Venere nominatim Athenaeus, (3) quam, vt dixi, Phrynae adimit Clemens, cum ceteras Veneres ad eius formam ſculptas fuiſſe concedit. At Cratina aliqua, tanta fama pulcritudinis, non a Deipnoſophiſtis, non ab Alciphrone, non alio in ſcriptore celebratur: in Phrynes venuſtate atque illecebris tota inſaniuit Graecia. Huius pulcritudinem foeminae iudicium nobilitauit ad aetatem eius cognoſcendam. Nam cum Euthias Phrynen adoleſcentulam haberet, Hyperides orator Myrrhinam, illa ab Euthiae conſuetudine diſceſſit ad Hyperidem, Myrrhina ad Euthiam. Euthias, vt amicae perfidiam vlciſceretur, dicam ἀσεβείας ei ſcripſit, in qua de Eleuſiniis ſacris neſcio quid inerat, Hyperides defendit. (4) Cum autem iudices eam damnaturi viderentur, incertum an Hyperides accedens ad ream dilacerata veſte corpus ſpecioſiſſimum ad miſericordiam mouendam nudauerit, an ipsa perculsa periculo ſciſſa veſte nudoque pectore ad pedes ſese proiiciens iudices pereulerit: diuerſi enim ſunt et graues vtrimque teſtes. Iſthuc tamquam de forma eius mulieris iudicium mox Athenis et tota Graecia pererebuit: eo motus Praxiteles Phrynen potiſſimum ſelegit, cui Venerem ſuam vellet ſimilem. Huius tempus iudicii e Plutarcho mihi videor

(3) p. 591. Πραξιτέλης δ' ὁ ἀγαλματοποιὸς ἐρᾶν αὐτῆς, τὴν Κνιδιαν Αφροδιτην ἀπ' αὐτῆς επλάσατο. (4) Alciphron l. 1. ep. 30. 31. et quos ibi Stephanus Bergler, V. C. amicus meus produxit teſtes.

§. 11. Grauior horum globulorum apex praecedit ſemper, caua parte conica, tanquam leuiore, ſubſequente, id quod theoria motus docet, et praxi confirmatur. Si enim eiusmodi globulus murum, ex lapidibus durioribus exſtructum, ferit, tunc autopſia veritatem probat, dum in dilatato globo circulus cognoſcitur â baſi coni reſiduus.

§. 12 Vehementia vero ictus ex eo apparet, quod globulus, ad lapidem alliſus in tenuem laminam plumbeam dilatatus conſpiciatur, ac ſi mallei ictu diductus eſſet.

§. 13. Meliorem adhuc effectum hi globuli exhibent, ſi maiores adhibeantur ipſa cauitate ſclopeti cochleatis ſulcis inſtructi. Orificium ſcil. ſclopeti oleo, axungia porcina mixto, intus inungitur, imponitur globulus in orificium, ita vt cauitas conica introreſpiciat et mallei plumbei Fig. 3 A ictibus iteratis impellatur, tunc globus ſulcis imprimitur, ſuper abundantia vero ramenta plumbea, ad ſuperficiem orificii haerentia, abſcinduntur. Poſtea bacillo ligneo Fig. 4. B digitos tantum 5 longo, et, ſi placet, in vtroque extremo annulis orichalceis *a a* munito, vlterius ope mallei plumbei A propellitur, tandem per baculum ordinarium, onerationi ſclopetorum dicatum, intruditur vsque ad pulueris pyrii obduraculum ſeu ſpiſſamentum, tunc leui negotio cedit globulus baculo, modo recte ſe habeat et omnis labis expers ſit tubulus ſclopeti.

Fig. 3.

Fig. 4.

§. 14.

14. Obduraculum seu spissamentum, pulueri pyrio imponendum, optimum adhibetur, quod ope cylindri chalybei cani, Fig. 5 B, aperturam sclopeti aequantis, acie praediti, et sensim ad figuram conicam assurgentis patentiorem, ex pileo excinditur, per ictum mallei ferrei, quorum deinde duo combinantur glutine, Fig. 6 D, vt cylindrum referant, aeque vere altum ac latum, ne tenuiores ad latus deflectendo aerem transmittant. Hoc tubum sclopeti arcte claudit, et virtus elastica pulueris pyrii coercetur optime, ne ad circumferentiam globuli erumpat, sed omnem nisum ad propellendum globum intendat. Fig. 5. Fig. 6.

§. 15. Globulus vero cauitate conica praeditus leui negotio hunc in modum formatur: Modulo in quo globuli plumbei funduntur incidatur foramen (*a*) Fig. 7 a infundibulo (*b*) e diametro oppositum. In hoc foramen ponitur ferreus conus *d*, collum *f* in basi habens foramini moduli conforme. Huic cono superinfunditur plumbum liquidum, et sic confectus erit globulus *b*, fig. 2. cauitate conica praeditus. Fig. 7. Fig. 2.

§. 16. Quoniam hic de globulis sermo fuit, obseruationem merentur et illi globuli, qui explosi et feram ferientes in quatuor se explicant et dissiliunt partes, vulnusque maxime amplum infligunt ita vt aper vel vrsus iis ictus statim animam cum vnda sanguinis effundat.

§. 17. Conficiuntur illi si ad modulum conficiatur tenuis ex bractea chalybea orbiculus Fig. 8. ad Fig 8

ad amplitudinem cauitatis moduli limatus *a*, cui ad angulos rectos decuſſatim adferruminatus eſt alter eius dem magnitudinis et formae orbiculus *b* inferius adaptatur et firmatur pedunculus *c*, orbiculari huic cruci firmiter adhaerens, qui foramini, inferius modulo inciſi, imponitur vt orbiculi à modulo includantur. Super has lamellas infunditur plumbum. Globuli deinde formati *d* collum *g* abſcinditur non admodum curtim et lamellae extrahuntur poſtquam cultello globuli fiſſurae a lamellis factae aliquantulum diductae fuerint, tunc globus decuſſatim diuiſus in quatuor quadrantes et ad collum cohaerentes erit confectus Fig. 8.

Fig. 8.

§. 18. Hoc globulo ita oneratur ſclopetum, vt collum ſurſum ad orificium reſpiciat, fiſſurae vero ſpiſſamento pulueris pyrii incumbant. Tunc exploſi et obiectum ferientis globuli quadrantes ſe explicant ingens, atque amplum vulnus animanti infligunt, mortem ſubataneam inducens ex profluuio ſanguinis largiori, cum proſtratione virium momentanea.

§. 19. Hoc genus globulorum non excauatur conice inferius, ne aer irruens explicet coniunctos quadrantes, antequam obiectum feriant, ſed per aerem tranſiens globulus integer maneat, vsque dum tangat obiectum et tunc demum ab ictu diſſiliat. Attamen hi globuli inuolucro linteo ſebo illito circumuoluti ad tubos cochleatos atque ſclopeta manuaria adhiberi poſſunt.

§. 20.

§. 20. Paucis etiam noti sunt globuli concatenati seu per filum orichalceum connexi, breuiter itaque parandi modum indicabo. Fig. 9. Circumuoluitur filum *a* orichalceum, crassiusculum et igniendo bene emollitum et obsequiosum redditum, cylindro *b*, vt altitudinem fere dimidii pollicis exaequet. Eximatur cylindrus circumgyrando et extrema fili *c* et *e* recuruentur, et iterum candefiat paululum conuolutum filum orichalceum *a*. Deinde vnum extremum *c* recuruatum in modulum formando globulo destinatum imponatur et fundatur globulus tunc globulus filo firmiter adhaerebit; Ad alterum extremum fili *e* etiam fundatur globulus. Tandem duo isti globuli filum flectendo ita disponantur vt supra vnum globulum *f* conuolutum filum *a* situm sit, cui insistat alter globulus *d* et concatenati globuli erunt recte parati. Fig. 9.

§. 21. Explosi hi globuli combinati magnam vim exerunt. Aut enim corpora dissecant, per filum proiectione explicatum et extensum; aut globulus, corpus feriens, efficit, vt â filo illud dilaceretur, eique magnum vulnus infligatur.

§. 22. Praeterea considerationem meretur cochlea mas, qua cum orificium posterius claditur tubi sclopetorum (die Schwantz-Schraube). Haec si ad figuram parabolicam excauetur, â pauco puluere pyrio magna vis conciliatur sclopetis Fig. 10. Fig. 10.

§. 23. Cum enim parabola hanc habeat indolem, vt omnes radii, ex foco parabolae pro-

uenientes, tendant ad latera parabolae, et iuxta leges geometricas ab iis reflectantur modo parallelo. Ex eo fit, vt tota vis pulueris, in foco accensi, in globum dirigatur, eumque vnita virtute eiaculet.

§. 24. Accedit et hoc, quod non facile disrumpi soleat tubus sclopeti, hoc modo efformata cochlea clausus, quia pulueris expansio non agit in latera tubi, sed recta globum propellit, cum in aliis sclopetis accensi pulueris radii vage ad latera tubi allidant, et ad angulum incidentiae iterum ad latera tubi repercutiantur, vnde magnam vim virtutis expultricis ex multis repercussionibus amittunt et elangueſcunt. Ad lit. C vnius tantum radii *a* repercussiones iuxta regulas Geometricas delineauimus, quorum tamen innumeri mente sunt concipiendi, inde per multas repercussiones virtus pulueris debilitatur. Tubus vero magnam vim patitur, et disruptioni valde est obnoxius.

§. 25. Ex iis considerationibus inuenta sunt in Saxonia Mortaria, camera parabolica praedita, quae ad stupendam distantiam proiiciunt pilas ferreas, Granata dictas. De quibus fortasse alia occasione agam.

§. 26. Nec minus foramina, accensioni pulueris dicata, ita sunt adornanda, vt figuram conicam nanciscantur, sic vt basis coni cani intus
Fig. 11. versus cauitatem tubi spectet Fig. 11. Id quod hoc modo obtinetur.

§. 27.

§. 27. Fiat in tubo *A* foramen *a*, vſque ad cauitatem tubi, amplitudinem pennae anſerinae exaebuans., incidatur ei cochlea foemina. Paretur ad eam cochlea mas ex orechalco. Cochlea illa mas *d*, in medio axeos, foramine exiguo perforetur. Hoc ex ea parte, qua intus ſpectat, conice amplietur. Poſtea cochleae foeminae tubi, in margine exteriore, incidantur rimae *a* ad modum ſtellae. Cochlea mas *d* imponatur in hanc ſuam foeminam *a* vt aliquantum promineat, et mallei ictibus diducatur, pars prominens, vt ſe inſinuet in rimas ſtellae. Tandem ad planitiem tubi exteriorem lima abradatur ſuperfluum, et exterius aliquantulum excauetur foramen, vt eo facilius ignem concipiat puluis pyrius, et res recte erit peracta.

§. 28. Tandem ſingulare problema explicabo: Scil. conficere ſclopetum cochleatis ſulcis non praeditum, quod tamen globulum gyrando circa ſuum axem proiicit. ac ſi cochleatum eſſet, cum tamen perſpiciendo per tubum nullo modo cognoſci poterit, vnde gyralem directionem concipiat globulus. Tale ſclopetum omnia praeſtat quae a cochleato tubo expectari poſſunt. Fig. 12.

§, 29. Fiat itaque lima *A* Fig. 12 rotunditate elliptica ſeu ouali praedita ex duabus partibus *c* et *e*, vt per mediam longitudinem diſſecta quaſi appareat. In medio longitudinis *b b* craſſiuſcula. Aptetur ſuperius et firmetur ad ſcapum quadratum *a* cochlea *b* traiecta.

Haec lima indatur ſcapo ſuo quadrato *a* in vir-

gae chalybeae extremi foramen quadratum, quae virga pertinet ad machinam pro tubis cochleatis parandis adornata et descripta extat Tom. III. Commentariorum §. 17. pag. 163. et ibi etiam firmetur clauo vel cochlea traiecta.

§. 30. Deinde lima immittatur in tubum sclopeti, et ope cochlearum *f k* et *g l* distendatur vt crura *e* et *c* latera tubi tangant, et exercitata machina libere sed tamen arcte per tubum transeat.

§. 31. Versetur machina donec lima tubum non amplius radit. Tunc vlterius diuaricentur crura limae, per cochleas *f k* et *g l*, et iterum exercitata machina operetur, vt profundius se insinuet lima in tubi latera. Hoc toties repetatur, donec orificium sclopeti aliquantulum ouale accuratius intuenti appareat.

§. 32. Tandem cylindrus quidam ferreus longus 4 vel 5 digitos immittatur in tubum ad 3 vel 4 digitos et circumfundatur plumbum liquefactum, postquam tubus intus *a* fumo lampadis suppositae suligine bene erit obductus. Hic cylindrus plumbeus post extractionem oleo illiniatur, et loco limae in virga chalybea firmetur, et bis vel ter per tubum transmittatur. Postea puluere smiridis conspergatur addito oleo, et postquam occupauerit locum limae machina iterum exerceatur, idque tam diu iteretur donec tubus et satis splenditus et sine rimulis per limam factis erit conspicuus. Cylindrus plumbeus vero, post multas exercitationes machinae, laxior factus, de nouo erit refunden-

dus,

dus, vt ſemper arcte pertranſeat tubum. Et ſic res erit peracta.

§. 33. Gyrum enim lima excauat in tubo oualem, perſpicienti plane imperceptibilem, per quem globulus propellitur gyrando, eique eundem motum gyralem imprimit ac dirigit.

§. 34. Quando itaque onerandum eſt tale ſclopetum tunc globulus oblongus et aliquantulum maior cauitate tubi, malleo plumbeo crebrioribus ictibus adigatur vt intret, ſuperfluum plumbum ad orificium ſclopeti haerens abſcindatur, et reliqua obſeruentur quae §. 13 ſunt propoſita, tunc globus eodem modo ac in ſclopetis cochleatis gyrando proiicitur, cum tamen cochlea in tranſpiciendo tubo nullo modo appareat.

§. 35. Quod ad veram menſuram pulueris pyrii pro oneratione ſclopetorum attinet ſequentia habe; Edidit ante plures annos Italus quidam *Nicol. Spadoni* librum in lingua Italica cui titulus *Venatio cum ſclopeto, nunc valde rarum.* In eo de onerandis ſclopetis ſequentia proponit: Oneratio ſclopeti requirit vt $\frac{2}{3}$ ponderis pulueris pyrii aſſumantur ad grauitatem globi plumbei.

Ad globulos plumbi comminuti (Schrot) aſſerit generaliter, quod ad ordinariam onerationem 1 Libr pulueris pyrii ſufficant 4 Libr plumbi. Si vero fortior ictus expetatur, tunc ad 1 Libr. pulueris aſſumi poſſunt 3 Libr. plumbi.

Item ad ordinariam onerationem ſclopeti adhibeatur altitudo pulueris 2 diametrorum amplitu-

dinis ſclopeti. Tantum ille, Conſuetudo eſt vt ad globum ſclopeti maiorem adhibeant tantum pulueris quantum modulus globi ter recipere poteſt; ſi minor fuerit globulus quatuor modulos dant.

§. 30. Mihi mos eſt ſequentem in modum explorare quantitatem pulueris adhibendam; Onerationem ſclopeti adorno cum quantitate pulueris quam iudico conuenientem et explodo ſclopetum. Si placide et ſine reactione ſeu repulsu ſclopeti ſolutio procedit, addo aliquid pulueris, et iterum in exoneratione obſeruo vtrum retropellatur ſclopetum etc. Idque tam diu repeto, puluerem ſemper augendo, donec reactionem percipio, tunc de puluere pauculum detraho, et illa vltimo inuenta quantitas dat veram menſuram pulueris ſclopeto proportionalem.

§. 37. Ad plumbum comminutum vtor eo modulo quem ad puluerem adhibui, modo modulus diametrum externae circumferentiae aequalem habeat orificio ſclopeti vt immiſſus ad illud quadret, et craſſities moduli ſit inſtar bracteae ferreae communis.

De

DE OCYMOPHYLLO NOVO PLANTARUM GENERE

Aut. Joh. Christ. Bauxbaum.

Tab. XXVII.

OCymophyllum ob foliorum cum foliis Ocymi similitudinem appellamus plantam palustrem paucis memoratam Botanicis, et cuius accuratus character hactenus plane fuit incognitus. Hanc itaque in ciuitatem recipere, genuinas ipsi notas assignare et suo loco inserere iuuat.

Descripsit primo Boccone in Museo Plantarum rariorum, cui audit: Glaux maior palustris, flore herbaceo. Sequenti vero describit modo: in locis palustribus oritur planta quaedam repens, caulibus palmam circiter altis, nonnihil rubentibus, rotundis, Beccabungae similibus, quorum medium percurrit neruulus luteus, qui caule rupto integer manet, cuiusmodi etiam obseruatur in Beccabunga et Morsu gallinae. Folia ex singulis geniculis exeunt coniugata, pediculo satis longo insidentia, substantia Myrtacea, verum molliora et tenera, Beccabungae valde similia, primo exortu rotunda, postea paulum elongata. Ex iisdem persaepe caulis geniculis exeunt ramuli eodem ordine. Inter folia et caulem in vtraque parte ordinate cernitur flos paruus, qui antequam aperitur, vna cum seminis inuolucro claui capitulum exprimit quadri-

la-

lateri, poſtea explicatus quatuor folia herbacea oſtendit coloris pallidi, in ſtellae formam diſpoſita. Radix alba eſt, tenuis et fibrosa. Tota planta omni odore caret; ſaporem autem habet herbaceum, fatuum, cum pauca adſtrictione. Floret menſe Iulio et Auguſto ſemen maturat coloris rufeſcentis, minutum, rotundum in quatuor capſulis diſtinctis, quae inuolucrum integrum efficiunt, contentum.

De hac Bocconis deſcriptione notandum primo quod folia minime Beccabungae ſimilia ſed potius Ocymo. Secundo quod Flos iſte in quatuor foliola herbacea expanſus non ſit flos, ſed calycis ſegmenta in ſtellae formam diſpoſita; flores enim fert exiguos ſtamineos, luteos, apicibus paruis, rotundis, pariter luteis inſtructos, fructui inſidentes et calyce tetraphyllo circumdatos.

Eſt itaque Ocymophyllum plantae genus, flore apetalo ſtamineo, embryoni inſidente, qui deinde abit in fructum oblongum, quadrangularem, in quatuor loculamenta diviſum, ſeminibus foetum exiguis, ſubrotundis. Adde folia Ocymi et locum natalem in paluſtribus.

Pertinet ad herbas flore ſtamineo, fructui contiguo, ſeminibus vaſculo incluſis in Raj. Meth. em. et auct. in Tournefortii vero ad Claſſis XV. ſectionem 1. de herbis flore ſtamineo, cuius calycis poſterior pars abit in fructum. Vide Fig.

DE

DE PLANTIS SUBMARINIS OBSERVATIONES.

Aut.

I. C. Buxbaum.

PLantae ſubmarinae paucae fuerunt antiquioribus notae Botanicis, quarum numerum valde auxerunt Raius, Plukenetius aliique, qui his obſeruationes ſuas communicarunt. Diſtinxit quidem in aliquot has claſſes modo laudatus Raius, ſed ſi accuratius inſpicias ipſum inuenies confuſum, nullos veros terminos conſtituentem inter Fucos et Algas et Muſcos marinos, quae illi promiscue nunc ſub hoc nunc ſub illo nomine proponuntur. Tab. XXVIII.

Meliorem plantarum ſubmarinarum in genera certa diuiſionem debemus Tournefortio, qui tamen in eo reprehendendus, quod ſub Fucorum et Corallinarum nomine plantas inter ſe parum conuenientes comprehendat.

Quo autem plantae marinae accuratius inter ſe diſtinguantur et confuſio euitetur, adhuc aliquot ipſorum genera, praeter ea a Tournefortio facta, introducenda ſunt, et vt errores hactenus in hac re commiſſi corrigantur, ſequenti procedendum modo.

Sub Fucis relinquantur ſpecies a Tournefortio recenſitae, quae cum Fuco vulgari conueniunt, ab-

Multa alia in mentem venerunt aduerſus ſuperiores ſententias, quae fiducia meae opinionis, quam nunc expoſiturus ſum, conſulto praetermiſi. Aio igitur, Varagos Ruthenicorum ſcriptorum, fuiſſe ex Scandinauia Daniaque homines nobiles, ſocios in bellis et ſtipendiarios milites Ruſſorum, regum ſatellites, limitum cuſtodes, rebus etiam ciuilibus et magiſtratibus admotos : ab iis deinde in vniuerſum omnes Suedos, Gothlandos, Noruagos, Danos dictos fuiſſe Varagos. Et primum quidem Ruſſici annales quamquam ab Rurico exordiuntur, tamen tenuem memoriam admiſcent, eum ex ſuperiorum Ruſſiae regum, qui et ipſi Varagi fuerint, proſapia exſtitiſſe, pulſos autem a Goſtomislo fuiſſe hos ex eo ſanguine reges. Iam vetuſtae Suedorum et Noruagorum ſagae non ita penitus ſunt explodendae, vt, cum Gardarikiae et Holmgardiae, hoc eſt, Ruſſiae reges ante Ruricum nominant, quamquam multa etiam ex vano hauriunt, earum memoria rerum fide digna ſit nulla. Alii loco atque tempori haec ediſſerere magis conueniet : nunc ex Annalibus Francicis Bertinianis(8) locum apponam cum primis inſignem. Ita anonymus ad A. C. 839. Teophilus Imperator CPlitanus *miſit cum eis* (cum legatis ad Ludouicum Pium Imp.) *quosdam, qui ſe, id eſt, gentem ſuam, Rhos vocari dicebant : quos rex illorum Chacanus vocabulo, ad ſe amicitiae, ſicut aſſerebant, cauſſa direxerat*, (ſine gubio ſecundo Boryſthene nauibus) *pe-*

(8) Apud Duchesnium t. III. p. 195. b.

petens per memoratam epiſtolam, quatenus benignitate Imperatoris, redeundi facultatem atque auxilium per imperium ſuum totum habere poſſent: quoniam itinera, per quae ad eum CPlin *venerant, inter barbaras et nimiae ferocitatis gentes immaniſſimas habuerant, quibus eos, ne forte periculum inciderent, redire noluit: quorum aduentus cauſſam Imperator* (Ludouicus) *diligentius inueſtigans, comperit, eos gentis eſſe Sueonum, exploratores potius regni illius* (CPlitani) *noſtrique, quam amicitiae petitores ratus, penes ſe eousque retinendos iudicauit, quoad veraciter inueniri poſſit, vtrum fideliter eo nec ne peruenerint: idque Theophilo per memoratos legatos ſuos atque epiſtolam intimare non diſtulit et quod eos illius amore libenter ſuſceperit, ac, ſi fideles inuenirentur et facultas absque illorum periculo in patriam remeandi daretur, cum auxilio remittendos: ſin alias, vna cum miſſis noſtris ad eius praeſentiam dirigendos, vt, quid de talibus fieri deberet, ipſe decernendo efficeret.* Habes gentem Roſſicam ante Ruricum, cuius nominis multo quam annales Ruſſici edunt, antiquioris, auctores Graecos alio loco producam: habes regem tanta maieſtate, vt خاقان *Chakan*, ſeu *Imperator* et Αυτοκράτωρ iam tum diceretur: vides hos legatos Roſſicos ab ſtirpe fuiſſe Sueonas.

Inde autem ab Rurico, omnia nomina Varagorum in Ruſſicis annalibus conſeruata, nullius alterius ſermonis magis ſunt, quam Suionici, Noruagici, Danici: neque vero obſcure et parce, vt me

Peculiares huius generis ſpecies profert Ingria noſtra, quae enim a Tournefortio et alii recenſentur terrae adnaſcuntur baſi acetabuli, noſtrae vero pediculo nunc longiori nunc breuiori inſident, in reliquis tamen aliis reſpondent.

Operae pretium erit has deſcribere et bonis ornare figuris. Occurrit itaque primo

Fungoides nigrum vernum, pediculo donatum, quod in foliis putridis deiectis Aprili menſe prouenit, colore nigro-ſpendente, pediculo ſemunciam longo, ſatis rigido, cui inſidet acetabulum inſtar parvae ollae, cuius orae parum contractae intro flectun-
Fig. 1. tur. Vide figuram 1.

2. *Fungoides fuſcum, pediculo longiori donatum.* Huius pediculus biuncialis fere, ex albo fuſcus et ſtriatus, fert acetabulum inſtar patellae expaſſum, oris nonnunquam laceris. Occurrit in lignis deie-
Fig. 2. ctis autumno. Vid. fig. 2.

3. *Fungoides fuſcum, pediculo breuiori donatum*, quod cum praecedente conuenit, niſi quod color ad album vergat, et pediculus ſit breuior; hinc
Fig. 3. pro varietate haberi poteſt. Vid. fig. 3.

4. *Fungoides vernum, purpureum, pediculo albo donatum.* Hoc colore ſuperbit elegantiſſimo, et magnitudine mirum variat. Pediculus tumidus eſt et craſſior, albicans; orae interdum eleganter ſunt ſerratae. In ſyluis noſtris Martio et Aprili men-
Fig. 4. ſibus. Vid. fig. 4.

His

5. *Fungoides purpureum, pediculo ramoso.* Huius pediculus in aliquot diuiditur ramos ex cinereo albicantes, qui ferunt acetabula parua, intus coccinea, exterius fuſca, piſi magnitudine. In ſyluis menſe Octobri. Vid. fig. 5. Fig. 5.

His accenſeri poteſt alia ſpecies exigua, valde tenera, in foliis Alni putridis naſcens, quam, quia nunc ad manus non eſt, delineare non potui.

Et quia paucae adhuc Fungoidum proſtant figurae, addimus hic duas ſpecies ſine pediculo, nondum deſcriptas. Prima eſt *Fungoides fuſcum maius*; ſecunda vero *Fungoides luteſcens ollam referens*, quae in Ingriae ſyluis gramineis poſt pluuias autumnales reperiuntur. Vid. fig. 6. & 7.

CLASSIS TERTIA;

CONTINENS

HISTORICA.

ELEMENTA BRAHMANICA, TANGVTANA, MVNGALICA.

T. S. B.

SVperiori tomo Commentariorum Academiae tabulas decem scripturae Brahmanicae, Tangutanae et Mungalicae dedimus: nunc tabulas reliquas octo ex eodem libro Sinicae typographiae cum interpretatione nostra subiungimus. In tabula vndecima et duodecima et parte quadam tertiae et decimae tabulae exstant desinentia consonantibus *r* et *l* et vocali *u*. Parte altera tabulae XIII. et in tabulis XIV. XV. sequentisque maiori parte, syllabae binae vocalibus solis terminatae, in quibus sunt sex litterae, quas indagare nulla arte potui. Tandem variae excipiunt syllabae, et extrema pagina Brahmanicae exstant voces ingentibus ductibus inter se deuinctae. Tangutanae et Mungalicae Brahmanicis subiiciuntur. In his extremis Brahmanicis, mihi videor videre similes

Tab. XXX. XXXVII. El. Tab. XL.-XVIII.

illarum, de quibus Apuleius in Metamorphoſeon libro vndecimo: (1.) Aegyptium ſacerdotem de opertis adyti protuliſſe quosdam libros *litteris ignorabilibus praenotatos, nodoſis et in modum rotae tortuoſis capreolatimque condenſis apicibus, a curioſitate profanorum lectione munita.* Aut quae Nonnus Panopolitanus in Dionyſiacis (2) vocauit Χαράγματα λοξὰ καὶ ἀγκύλα κύκλα. Tangutanae ſyllabae Brahmanicis ſpatii cauſſa κιονηδὸν appoſitae ſunt, quae alioquin ratio illo in genere ſcripturae non obtinet. Hoc modo autem litteris Tangutani in incantationibus vtuntur. Calmucci eam ſcripturam vocant *Tarni.* Mungalica χαμαιφόρως ſcribi ſatis conſtat. Hoc Maeandricum genus Brahmanes in peninſula Indica, *Kia-kanakku* vocant. Plures litterarum illarum tortuoſae formae in libro Sinico exſtabant, ſed operae pretium non viſum eſt fore, vt omnes euulgarentur.

Cum has litteras Brahmanicas, ad R. V. Beniaminem Schultzium transmiſiſſem, ab eodem hoc reſponſum Madraſta A. 1731. 19. Nov. tuli: *Aduocaui aliquot Brahmanes extraneos et peregrinos, illisque oſtendi figuras et litteras, quas de lingua Brahmanica miſiſti: vnus ex illis characteres ferme omnes legebat, ſed circa aliquot eorum paullulum haeſitabat.* Itaque de his litteris Brahmanicis earumque diuerſitate, quae res in Europa adhuc perquam obſcurae ſunt, quantum ſatis eſſe videbitur, dicam. Brahma-

(1.) p. 430. (2.) l. IV. p. 126.

manes gens eſt Indica, (quales apud Romanos fuere, Fabia, Cornelia, Claudia,) quae et diuinam originem a *Brama*, ſupremo deo ſibi attribuit et ſummam nobilitatem, et ſacrorum, auſpiciorum docendique alios quod verum rectumque ſit, praerogatiuam. Puta te audire Patritios Romanos, qui iſta omnia propemodum ſibi vindicarunt. Sunt igitur Brahmanes diuerſi a Gymnoſophiſtis. Gymnoſophiſtae ex quibuscumque aliis gentibus et familiis eſſe poſſunt: Brahman vt quis ſit, neceſſe eſt vt naſcatur Brahman. Hi, cum per vniuerſam Indiam diſperſi ſunt, vbi de rebus diuinis caeremoniisque tractant, pro diuerſitate locorum, aut peculiaribus linguis vtuntur, aut populari quidem aliqua, litteris tamen diuerſis, quas vocant ſanctas. Litterae ſacrae inter ſe vehementer diſcrepant. Dicam primum de illis, quarum cum his editis eſt congruentia. *Dewanágaram* tamquam mater omnis ſacrae ſcripturae editur, qua legem a deo in Caſchia promulgatam praedicant. Caſchia mons et vrbs काश *Kaſcha*, quae et बनारेस *Banáres* haud procul a Gange fluuio, vbi Academia eſt Indorum. Eas ego, vt ex India accepi, hic communicandas duxi. *Balabandu* ſeu Balabandeca paullo vaſtior ſcriptura eſt, ductibus litterarum pinguioribus. Hac veluti ſancta Brahmanes in Marathis vtuntur. Lingua eorundem Brahmanum a populari Maratharum non abhorret: quae autem

Tab. XXXVIII. I.

Tab. XXXVIII. II.

profana sunt, aliis, vt postea dicam, litteris scribuntur. Scribunt et ipsi in foliis palmae Indicae: attamen chartam habent Sinicae non dissimilem, crassiorem vero et rudiorem magisque atram. Eiusmodi libellum quoque possideo. Septentrionales Indi palmarum folia ad scribendum non adhibent: charta vtuntur a bombycina veterum non absimili. Populi ad Indum litteras suas आक्षरा:नागरी: *Akàr*

Tab. XXXVIII. III. *Nágari* seu *litteras Nagaricas* appellant, a superioribus non multum diuersas. Eas ab Indo quodam suarum rerum intelligentissimo non perfunctorie cognoui. Balebandecas et has, de quibus modo dixi, vide in Tabula. Figurae quatuor, quae harum initio ponuntur, principii signum sunt. Prima vocatur ऊ्रा: *Vrà* altera एकाङ्गु: *ekángu*, reliquae duae lineae दुउि: दुउि: लिके: *Dhu dhu lika* i. e. *duae lineae perpendiculares*. Quae sequuntur, sic legi debent: *Shri ghanáe-ssá innama. Sanctus Ghanéssa inuentor beneficus*. Ferunt, mulierem quandam cum domi relicta sola balneo vti vellet, hunc ex cera formasse, animaque corpori inspirata, custodem eum apposuisse foribus: rediisse tum maxime maritum illius *Mahandée* ab longinqua mercatura, prohibitumque aditu, huic tamquam pudicitiae vxoris insidiatori amputasse caput, deinde,

de, re cognita, anguineum pro humano repo-ſuſſe, filiumque eum adoptaſſe. Hunc litterarum auctorem Indi in omnium librorum principio illa formula commendant. Litterae vero ſecundum certas claſſes diſpoſitae ſic ſunt, vt canendo diſci queant. Explicabo ſingularum pronunciationem ſecundum os Teutonicum.

Pröemium.

1 *o*, Reuera vocalis noſtra quarta, vide 18m.
2 *na*, *n*, vide 40m.
3 *ma*, *m*, vide 44m.
4 *ſſi*, *ſ*, vide 49m. et 51m.
5 *dhau*, *d* auditur ſeparatim et *h* etiam fortiter protruditur: *au* quaſi in *n* deſinit, quod *n* tenerrime ſubauditur. Vide 39m

Vocales.

6 *a* breue
7 *a* longum
8 *i* breue, lingua ad dexteram inclinata.
9 *i* longum, lingua ad ſiniſtram mota.
10 *u* breue, recta ex ore protruditur.
11 *u* longum, quaſi duplex, ſono in altum prolato.
12 *ri* breue
13 *ri* longum
14 *li* breue
15 *li* longum
16 *e* vocalis noſtra ſecunda.
17 *ai* vt vtraque vocalis diſerte exaudiatur.

18 *o* eadem, quae prima fuit.
19 *au* vtraque auditur vocalis.
20 *ang* *g* non auditur, ſed *n* effertur, vt in Gallicis vocibus: ſaepe etiam pronunciatur vt *ah*, *h* vehementer protruso.

Conſonantes.

21 *gha*, *gh* conſonans eſt cum vocali longa: ſi fulcrum dexterum demas, fiet breuis.
22 *ka*, vt *Caph* Hebraeorum, Arabum *Keph.*
23 *ka*, vt *Kuph* Hebraeorum, Arabum *Kaph.*
24 *gha*, *gh*, *g* obſcurum in interiori gutture formatur, vt ع Arabicum, ſed ſine narium miniſterio.
25 *dgja*, *d* vix a ne vix quidem ſubauditur, *gj* fere vt Arabicum ج, modo fortius proferatur.
26 *nia*, Raro occurrit: *i* et *n* inter pronunciandum in vnam vocalem confuſae ſunt: *i* ita cohaeret cum *n* vt vix ſentiatur.
27 *tgja*, concordat cum 24ª. tantum fortius adhuc effertur.
28 *tſcha*, *tſch*
29 *dhea*, *dh*, lingua, quando ad palatum *d* formauit, inde ſeſe protrudit, vt quaſi *h* adiiciat.
30 *dgja* differt a 24ª. quod lingua interiori palatus regioni appellitur, ſono obſcuriori.

31 *nia* plane eadem cum 25ª.

32 *tha* *t* formatur ſtrenue in palato proxime dentes, quaſi duplex *d* et *h*.

33 *tſcha* *t* formatur fortiter.

34 *dha* *d* formatur lingua quaſi apoplectica, vt ſaliua ad palatum opem ferat, *h* admodum auditur: ceterum quaſi aliquod *n* praemittitur, quod in primis ſentitur, quoties vocalis praecedit e. g. *ba-ndha*, legitur plane *ban-dha*.

35 *dhgja*, ita fere vt praecedens, tantummodo quod ج Arabicum clare auditur.

36 *nrha*, eſt *r*, ſed cui apoplectica lingua praefigitur quoddam quaſi *n*.

37 *ta*, *t*

38 *tha*, hic *h* magis auditur, quam t.

39 *dha*, eadem quae 33ª. et figura et ſono, carminis cauſſa hic repetita.

40 *da* *d* eadem quae 5ª. vbi tamquam in pröemio *dhau* dicebatur.

41 *na*, *n*, eadem, quae in pröemio, 2ª

42 *pa* *p*

43 *p'ha*, *p'h* non eſt Φ, ſed vtraque littera per ſe clare pronunciatur.

44 *ba*, *b*, formatur labiis quaſi per vim diremtis, vt *bb*.

45 *bham*, *b* et *h* ſolitarie efferuntur: *am* pro *a* ex conſuetudine tantum dicitur.

46 *ma*, *m*, eadem quae 3ª.

47 *ja* *j*

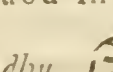
48 *ra* *r*.
49 *la*, *l* vide 53^{m}.
50 *wa*, *w*, ſed ſaepe vt *m* pronunciatur, ſono medio inter vtramque litteram.
51 *ſſang*, *sſ*, eadem quae 4^{a}. *s*, fortiter ex ore eliſum, non tamen vt z, ſed vt duplex *s*: *n*, in fine litterae, *g* quoddam tenerrime ſubaudiendum habet, ſono ſuſpenso.
52 *k'cho*, *k'ch*, *k* auditur et *ch* Germanico mollius, neque tamen *ſch*, vide 54^{m}.
53 *ſſa*, *sſ*, eadem quae 5^{a}. et 49^{a}. carminis cauſſa repetita.
54 *ha*, *hh* duplex Germanico ore prolatum, ƶ Arabicum.
55 *lang*, *l*, eadem quae 47^{a}.
56 *k'cha*, *k'ch*, eadem quae 50^{a}. loco *k'cho* dicebatur.

Vocales adiiciuntur per apices in hunc modum

Tab. XXXVIII. III. 1 *pa* breue. 2 *pa* longum. 3 *pi* breue. 4 *pi* longum. 5 *pu* breue. 6 *puu* longum. 7 *pe* breue. 8 *pei* ſ. *pe* longum. 9 *po* breue. 10 *po* long. 11 *pang*. 12 *p*.

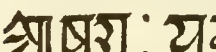
Littera prima cum vltima figura conuenit: pro diuerſo poſitu, modo *pa* breue pronunciatur, modo, vt in fine vocis, *p*, vbi vero etiam *a* leniſſime ſubauditur. Idem fit ceteris vocalibus breuibus in fine vocis. Quando *r* cum alia conſonante coniungunt, ſolent pedi conſonantis adiicere lineolam in hunc modum:

13 *pra* breue. 14 *pra* long. 15 *pri* breue. 16 *prie* long. 17 *pri* breue. etc.

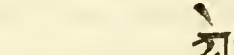
Extremum ſignum, quod in alphabeto et alias finale eſt, vocant *dbu dbu*  *mindà, dbu dbu lika: duos circulos et duas lineas perpendiculares.* Duos illos circulos Calmucci *Dokſchin tſchek* vocant.

Ex his igitur velim quisque pronunciationem, quam ſuperioribus tabulis ſubiecì, accuratius et certius ſibi informet. Si autem hae tres formæ comparentur cum litteris ex Sinico libello a nobis editis, per ſe apparebit, quae illarum congruentia ſit. Ad modum harum maiorum alias accepi ex Calmucis *Songar*, non niſi in apicum elegantia diſcrepantes, ſubiunctis minoris formae litteris, quales vulgo *curſuas* apellamus. Bordon legatus Calmucorum *Torgoit*, qui ſub imperio Ruſſico degunt, cum domi meae me inuiſeret, et agnoſcebat Brahmanicas et a ſuis *Enedkek* dici aſſeuerabat. Eodem nomine has litteras a Calmuccis *Songar* prope Tibetum ad Irtim fluuium appellari, ex illorum legatis poſtea cognoui. Ceterum, vt dixi, minores litteras τῶν ταχυγράφων me ex Calmuccia accepiſſe, ita eas quibus Dellienſes et Multanienſes vtuntur, *Sonbar* beneuole me docuit. Mercatores iis maxime rationaria ſua et epiſtolas

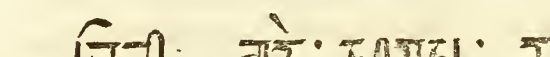
ſcribunt. Neque per vocales vel aliquantum mutantur, neque omnium eadem forma eſt, cum vt in Latinis et Germanicis fit, pro ſuo quisque ingenio eas pingit. Haud melius cum maioribus comparari poſſunt, quam ſi dicamus, eandem eſſe diuerſitatis rationem, quae inter Ebraicas et Germanorum Iudaeorum litteras eſt. Indi has

 *Akar thákari, Litteras curſiuas*

vocant. De iis ſorte alias plura. Confecto hoc ſpatio, exempli cauſſa, carmen Indicum apponam:

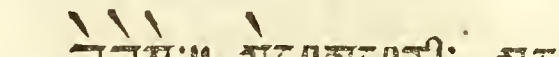


Dhóbara gamòn (1)



Gjeni náhendaràdu sſúlli itſche

Qui homo non ſcribit, opus (eſt vt) palo



teneché sſederghabo ráddu kadúr

transfigatur: Deus abominatur (eum qui) bonam

na-

(1) *Dhobara* eſt carmen, quod duo, tres, plures ſibi accinunt.

नाघयोने: घोसनेन्नो:॥

naghanen *dósdojo*
neſcit amicitiam (colere)

Perſequar nunc ceteras Indicas ſcripturas ab his diuerſas, ortas tamen ab vna ſtirpe, de qua re, alias dicendi maior erit opportunitas. *Kirendam*, *Grantham*, *Graendica*, ita enim diuerſis modis appellatur, a quibusdam pro Brahmanica editur. Et eſt Brahmanum eorum, qui in Tamulis agunt, ſancta ſcriptura. Lingua diuersa eſt a Tamulica, corrupta Sanſcrutamicae et Dewa-nagricae dialectus: litterae Tamulicis non ita diſſimiles. At cum Tamuli XXXI. litteris vtuntur, in *Grantham* ſunt numero L. Alphabetum Grantham in foliis palmaae Indicae ſedecim longiſſimis Trangambaria ab amicis accepi, quorum munere etiam libellum Graendicum, qui de *Vuiſchtnu*, cognomine *Ramen* agit, et encomium *Pullejas* idoli continet, poſſideo.

Tamulicam ſcripturam (vulgo *Malabaricam*) Bartholemaei Ziegenbalgii viri beatiſſimi opera, grammatica in primis edita, ad cognitionem patefactam accepimus, quocum ceteri Miſſionarii Euangelici Sereniſſimi Regis Daniae patrocinio vſi, cum vniuerſam Scripturam Sanctam tum alios libros elegantiſſimis typis Trangambariae eunl-

garunt, vbi nunc maxime Lexicon Tamulicum excuditur.

Ab his differunt litterae *Samſcrutam.* Athanaſius Kircher in China illuſtrata (2) *Hanſcret*, Thomas Hyde in ludis orientalibus, *Sanſcroot*, Andreas Muller in Alphabetis vniuerſi, *Hanſcriticam* vocarunt. Iidem pro hisce, meras litteras *Balabandu* nobis dederunt. Sunt vero *Samſcrutam* ab iis haud leuiter diſcrepantes, minutae, capreolatim contortae et cincinnatae. *Varugorum* ſeu *Telugorum* illa ſcriptura ſacra eſt: lingua Anglis *Gentou* dicta, eadem fere, quae *Dewa-nagrica. Telugi* ſeu *Varugi* charactere prope eodem in communi vita ſcriptisque profanis vtuntur. Has litteras propediem illuſtratas nanciſcemur a R. Beniamine Schulzio Madraſtenſi Miſſionario, qui S. Scripturae verſionem, typis ex aere fuſis, parat mihique etiam in his, quae diximus, pleraque beneuolentiſſime communicauit. Ab his litteris *Canaricae* et *Ceylanenſes* non multum ſunt diuerſae.

Aliae iterum ſunt *Marathicae* et *Gutſariticae. Marathicas* dico profanas populi Indici, ex quo nunc rex Tangjurenſis eſt: lingua eadem, quae Balabandica. *Guzaratica* lingua proxime congruit cum lingua *Moura*, tamquam dialectus: litterae Marathicis congruunt. At *Moura* ſeu Maurorum in India lingua, etiam *Tulucca* dicta, Perſicas voces admiſtas habet, Perſicisque litteris vtitur. Litte-

(2) p. 162.

terae Marathicae, Guzaraticae et Siamicae propiores sunt Tangutanis seu Tibeticis. De omnium illarum litterarum cognatione atque origine, praestat silere, quam pauca dicere. Erit alias tempus et locus, vbi non sine grata amicorum, qui me subleuarunt, recordatione, quae sentiam, explicare liberius possim. Haec praefanda duxi, quod ex ignoratione illarum rerum multa confuse et incommode dicuntur, per quae nos quoque in errores varios superiori tomo seductos fuisse, beneuolus lector facile sentiet.

De Tangutanis pauca hic commemorabo. *Tangut* populi nomen esse comperi: *Tibet* regionis, in qua degit. In syllabis hanc rationem sequuntur, vt aliquas litteras elidant tamquam mutas, alias transponant, vt a Bordone legato Calmuccio intellexi: voces vero omnes monosyllabas esse oportet, vt in sermonis genio Tangutani quam proxime accedant ad Sinenses. Quae autem ratio in his obseruetur, nondum potui indagare. Dixi superiori tomo, litteras Tangutanorum minores seu *Schar*, nondum esse explicatas. Nactus deinde syllabarium Tangutanum integrum, intermistis his litteris, comparando has cum maioribus, quae essent, facile inueni. Quare mihi recte videbar facturus, si eas hoc loco reponerem. De Mungalicis litteris quaedam commodius proximo in tomo Commentariorum dicam. Tab. XXXIX.

NVMI DVO
PTOLEMAEI LAGIDAE EXPLICATI
T. S. B.

Numus aeneus in muſeo meo. Caput Iouis laureatum. =*Aquila vnguibus tenens fulmen: ſcutum fulmine inſignitum*: ΠΤΟΛΕΜΑΙΟΥ.

Numus aeneus in muſeo Delisliano. Caput Iouis laureatum =*Aquila, fulmen, ſcutum*: ΠΤΟΛΕΜ... *et inter pedes A. ad pectus ſiglum.*

Tab. XX..IX. *I. II.*

QVod Iupiter in his numis ſignatus eſt, quod aquila cum aegide Iouis, id ſtirpi Ptolemaeorum celebrandae inſeruiit. Nam Ptolemaeus Lagi filius cum in ſolida laude fundatam populi de ſe exiſtimationem habuit, tum arte quoque fotam non neglexit. Sic ſunt hominum iudicia, vt in ſummis virtutibus meritisque alimenta fulgoris externa requirant, nec ſimul naſci et perfici in vno homine excellentem virtutem gloriamque exiſtiment, ſed traduci a maioribus et communicari. Quamquam haec qualia eſſent, videbat Ptolemaeus, tamen non vanitate ementiendae ſtirpis, ſed decora ſua etiam per populi errorem muniendi prudentia, facile eſt paſſus, vt docti homines, qui cum eo aſſidue erant, genus ſuum diuinis originibus inſererent. Idque iure ſuo, quod apud laſciuientem populum obſcuritatem generis obiici ſibi intelligeret.

ret. Cum notae inſcitiae grammaticum interrogaret, quis Pelei fuiſſet pater, ille dicturum ſe reſpondit, ſi prior ipſe rex diceret, qui fuiſſet ſuus. Indignantibus ceteris qui cum eo erant, regem tali dicto impune irrideri, Ptolemaeus moderati animi inſigne exemplum edidit, ipſe ſese reprehendens. Si non regium eſt, inquiebat, aliorum falſe dicta pati, ne hoc quidem regis fuit, in alios iacere. (1) Contra ea docti homines matrem Ptolemaei Arſinöen ex regum Macedonum ſtirpe editam cognouerant: idcirco ad Herculem et Bacchum et Iouem τὴν γενεαλογίαν proſecuti ſunt. De Hercule quidem Theocritus in encomio Ptolemaei Philadelphi, cum Alexandro Ptolemaeum Lagi comparans: (2)

Ἀμφῶν γὰρ πρόγονός σφιν ὁ καρτερὸς Ἡρακλείδας,
Ἀμφότεροι δ' ἀριθμεῦνται ἐς ἔσχατον Ἡρακλῆα.

Vtrisque enim proauus eſt fortis Heraclides,
Ambo igitur recenſentur vsque ad Herculem extremum.

Fortem Heraclidem, communem vtriusque πρόγονον, Alexandrum regem Macedoniae dicit, ſextum ab Alexandro et Ptolemaeo parentem.

Hoc autem Ptolemaeus Lagi filius gratanter accipiens, in numis ſignauit Iouem et aquilam cum aegi-

(1) Plutarchus de ira cohibenda p. 458. (2) Idyl. IZ. v. 26

aegide. Vt deinde aquila in nepotum numis, ob hanc diuini generis opinionem, manſit, ita Ptolemaeus Euergetes in monumento Adulitano illa fama vt maxime eſt gloriatus. Neceſſe eſt, vt totum monumenti principium huc ponam, quia in eo eruditiſſimi viri non vno modo lapſi ſunt.

ΒΑΣΙΛΕΥΣ ΜΕΓΑΣ ΠΤΟΛΕΜΑΙΟΣ ΥΙΟΣ ΒΑΣΙΛΕΩΣ ΠΤΟΛΕΜΑΙΟΥ ΚΑΙ ΒΑΣΙΛΙΣΣΗΣ ΑΡΣΙΝΟΗΣ ΘΕΩΝ ΑΔΕΛΦΩΝ ΤΩΝ ΒΑΣΙΛΕΩΣ ΠΤΟΛΕΜΑΙΟΥ ΚΑΙ ΒΑΣΙΛΙΣΣΗΣ ΒΕΡΕΝΙΚΗΣ ΘΕΩΝ ΣΩΤΗΡΩΝ ΑΠΟΓΟΝΟΣ ΤΑ ΜΕΝ ΑΠΟ ΠΑΤΡΟΣ ΗΡΑΚΛΕΩΣ ΤΟΥ ΔΙΟΣ ΤΑ ΔΕ ΑΠΟ ΜΗΤΡΟΣ ΔΙΟΝΥΣΟΥ ΤΟΥ ΔΙΟΣ

Βασιλεὺς μέγας Πτολεμαῖος, υἱὸς βασιλέως Πτολεμάιυ καὶ βασιλίσσης Αρσινόης Θεῶν Αδελφῶν τῶν βασιλέως Πτολεμάιυ καὶ βασιλίσσης Βερενίκης Θεῶν Σωτήρων ἀπόγονος, τὰ μὲν ἀπὸ πατρὸς Ηρακλέως τῦ Διὸς, τὰ δὲ ἀπὸ μητρὸς Διονύσυ Διός.

Rex magnus Ptolemaeus, filius regis Ptolemaei et reginae Arſinoes Deorum Fratrum, Deorum autem Seruatorum, regis Ptolemaei et reginae Berenicae nepos, prognatus patre Hercule, Iouis filio et matre (Deianira) *quae Baccho Iouis filio genita fuit.*

Nos

Nos partem hanc ex apographo codicis Vaticani edimus, quod accuratiſſima et linearum et litterarum imitatione noſtra cauſſa fecit vir ſummus Ioſephus Simonius Aſſemanus. Leo Allatius et Iacobus Sponius ΑΠΟ ΠΑΤΡΟΣ omiſerunt, Bernardus Montefalco in Cosma Indicopleuſte reſtituit. (3) Vniuerſi autem ediderunt ΤΩΝ ΒΑΣΙΛΕΩΝ ΠΤΟΛΕΜΑΙΟΥ ΚΑΙ ΒΑΣΙΛΙΣΣΗΣ ΒΕΡΕΝΙΚΗΣ. Quaerit vir excellenti doctrina Edmundus Chishull, (4) quid hic βασιλέων ſibi velit, meoque iudicio argute reſpondit: *Iure adoptiuo et legitimo diuae Arſinoes filium ſe tulit Euergetes: vnde praelatus eſt iſte minus ſolens verborum ordo* ΥΙΟΣ ΠΤΟΛΕΜΑΙΟΥ ΚΑΙ ΑΡΣΙΝΟΗΣ *pro alio longe vſitatiore* ΠΤΟΛΕΜΑΙΟΥ ΚΑΙ ΑΡΣΙΝΟΗΣ ΥΙΟΣ. *Iterum, vt vno eodemque iure, hoc eſt, naturae ipſius, non adoptionis lege, tum Berenices, tum Soteris nepotem ſe inueret, admiſſa eſt inſolita locutio* ΤΩΝ ΒΑΣΙΛΕΩΝ κ.τ.λ. In primo non diffiteor, cauſſam mihi placere: in altero autem neque rationem aliquam video, neque ſane ad ſenſum medelam, neque cur a Ms. lectione viri doctiſſimi diſceſſerint, in quo manifeſte eſt ΤΩΝ ΒΑΣΙΛΕΩΣ (5) ſatis mirari poſſum. Igitur illud ΤΩΝ cum ΘΕΩΝ ΣΩΤΗΡΩΝ cohaeret. Quod quidem durum adhuc eſt, (eo enim tandem factum opinor, vt docti viri aliquid mutarint) nequaquam vero ita durum, vti alte-

(3) p. 141. (4) In Antiquitatibus Aſiaticis Chriſtianam aeram antecedentibus p. 84. (5) In Ms. C ſemper ſcribitur, quod nos mutauimus, quia ſatis conſtat, Ptolemaei Euergetis aeuo Σ tantummodo in monumentis exſtitiſſe.

rum, et ad mentem Chishulli multo magis accommodatum. Quae sequuntur, Leo Allatius incommode conuertit: *paternum genus ab Hercule, maternum ab Dionyso Iouis filio deducens.* In eundem fere modum Edmundus Chishull. Bernardus autem Montefalco: *ex patre quidem Hercule Iouis filio, ex matre autem Baccho item Iouis filio oriundus*, quod ambigue positum veram sententiam potest continere. Nam Allatius, tamquam Euergetes glorietur, Philadelphum patrem ad Herculem genus referre, eiusdem vero sororem et coniugem, ad Bacchum. Aut neuter fuit ab Hercule, aut ambo a Dionyso. Sensit hoc praestantissimus Chishull et confitetur se sentire, itaque vt desperato in morbo aliquid audet amplius: *Qui matrem natura, Arsinoen*, inquit, *superius silebat, hic genus per eam ductum non silet Euergetes: sed palam facit, eam genitam a Lysimacho, Lysimachum generis sui auctorem perhibuisse Bacchum.* Primum mihi et insolitum et plenum mysteriis videtur, matris Arsinoae ex qua natus fuerat, ipso nomine Euergetem ita erubuisse, vt Berenices, a qua adoptatus fuerat, filium sese diceret, tamen genere alterius, quam vt ignominiosum nomen abdicauerat, sese deinde iactasse. Veluti si quid aut a patre aut a Berenice nouerca metueret, qui iam diu sui iuris esset. Et si id maxime voluisset dicere Euergetes, iis tamen verbis dicere non potuit. Ita enim dixisset fere, κατὰ τὸν πατέρα μὲν εἰς Ηρακλέα ἀνάγων τὸ γένος, κατὰ δὲ τὴν μητέρα εἰς Διόνυσον, vt vitarum scriptores, scho-

ſcholiaſtae, mythologi ſolent: aut ſicuti Plutarchus in Alexandro: τῷ γένει πρὸς πατρὸς μὲν ἦν Ηρακλείδης, ἀπὸ Καράνου, πρὸς δὲ μητρὸς Αιακίδης, ἀπὸ Νεοπτολέμου. Ita πρὸς πατρὸς, πρὸς μητρὸς apud Plutarchum ſignificant, quod Philippi patris et Olympiadis matris genus deductum in vltimam maiorum ſtirpem attinet: haec autem ἀπὸ Καράνου, ἀπὸ Νεοπτολέμου, a quo primo parente ius neceſſitudinis cum Heraclidis aut cum Aeacidis repetatur. Sic in Thalete Diogenes Laertius: εὐγενέστατοι τῶν ἀπὸ Κάδμου καὶ Αγήνορος, *nobiliſſimi eorum, qui a Cadmo et Agenore ad eum vsque aetatem geniti ſunt natorum nati.* Ammonius περὶ διαφόρων λέξεων eum in modum loquitur: βασιλεύς ἐστιν ὁ πατρόθεν ἢ ἀπὸ γένους τὴν ἀρχὴν παραλαβών, *rex eſt, qui ſeu a patre ſeu a maiorum ſtirpe principatum accepit.* Diuerſitatem harum dictionum Diogenes in Platone, de patre eius loquens, ſic eſt complexus: Φασὶν ἀνάγειν εἰς Κόδρον, οἵτινες ἀπὸ Ποσειδῶνος ἰσοῦνται, *patrem eius ad Codrum genus referre dicunt, qui genealogiam Platonis, Thraſyllo teſte, vsque a Neptuno recenſent.* Itaque in monumento Adulitano ἀπὸ πατρὸς, ἀπὸ μητρὸς, non Euergetis parentes, Philadelphum et Arſinöen reſpicit, ſed maiores Herculem et Deianiram, vt ſupra explicui.

Summa ſtirpis gloria a Ioue, in quo conſiſtere maluit Euergetes, quam ad minora nomina excedere. Cum Iouem oſtentare vellet ἀρχηγέτην, ἐν ὅσῳ μάλα θυμὸς, Herculemne an Bacchum po-

neret : vtrumque tandem posuit. Originem ab Hercule in Ptolemaei Epiphanis numo Salaminio, quem Ioannes Valens produxit, signari puto clava. Clarissimus antiquarius hanc monetarii notam esse putat : malim, quod dixi, Herculis. Nam etiam alium numum ad manus habeo, e Buxbaumianis, qui nunc in Museo Delisliano sunt, cum aquila et clava. Caput est Iouis diademate cinctum: nauis inscribitur ΠΤΟΛΕΜΑΙΟΥ ΒΑΣΙΛ . . . . Iouis in hoc numo nostroque tanta conuenientia lineamentorum, vt ambo videantur ex eadem officina prodiisse. Dionysum autem a Ptolemaeis summo in honore fuisse habitum, multa sunt indicio, quae quidem ab Ioanne Valente iam studiose obseruata praetermitto.

Fig. III.

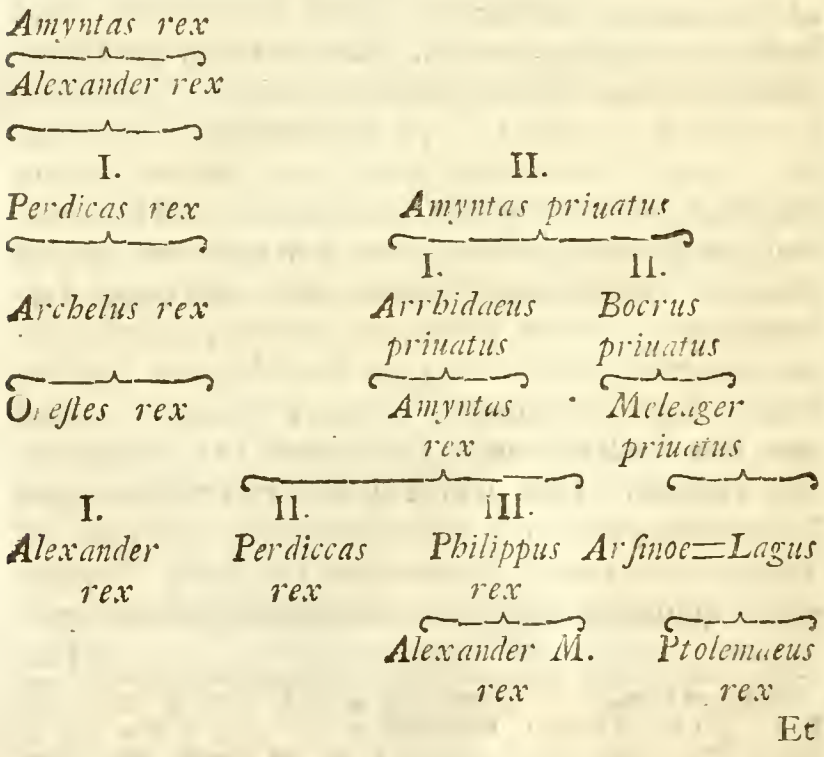
Satyrus Peripateticus, qui Ptolemaeo Philopatore rege, τὰς δήμας τῶν Αλεξανδρέων scripsit, genealogiam Ptolemaei Soteris inde vsque ab Hercule et Dionyso persecutus est, quam ex eo Theophilus Antiochenus conseruauit. (6) Διονύσῳ καὶ Αλθέας τῆς Θεσίυ γεγενῆθαι Δηιάνειραν. τῆς δὲ καὶ Ηρακλέυς τῷ Διὸς Υλλον. τῷ δὲ, Κλεόδημον. τῷ δὲ Αρισόμαχον. τῷ δὲ Τήμενον. τῷ δὲ Κῆισον. τῷ δὲ Μάρωνα. τῷ δὲ Θέσιον. τῷ δὲ Ακοὸν. τῷ δὲ Αρισομίδαν. τῷ δὲ Καρανὸν. τῷ δὲ Κοινὸν. τῷ δὲ Τυρίμμαν. τῷ δὲ Περδίκκαν. τῷ δὲ Φιλιππον. τῷ δὲ Αέροπον. τῷ δέ Αλκέταν. τῷ δὲ Αμύνταν. τῷ δὲ Βόκρον. τῷ δὲ Μελέαγρον. τῷ δὲ Αρσινόην. τῆς δὲ

(6) Ad Autolycum p. 98. ed. Vuolfianae.

δὲ καὶ Λάγυ Πτολεμαῖον τὸν καὶ Σωτῆρα. Herculis nepos, Claeodaeus eſt Tzetzi ad Lycophronem. (7) Et quamquam Pauſanias alicubi (8) eum Κλεόδαμον citat, tamen idem alibi (9) Κλεόδεον dixit, quod proxime abeſt a Κλεοδαῖος quo, nomine eum non modo Tzetzes ille, aut Suidas, ſed, quod maioris fieri debet, Herodotus appellat. Apud Aelianum et ſcholiaſtam Pindari (10) Κλεάδας eſt et Κλεόδατος apud Dexippum. (1) Apud Apollodorum Κλεέλαος corruptum ex Κλεόδαος ſeu Κλεοδᾶος. Neſcio autem quid Sylburgio in mentem venerit ad Pauſaniam vt ſcriberet, illum Cleodaeum apud Euſebium Αριδαῖον vocari. Locus eſt in praeparatione Euangelica (2) quem reſpexit, e decimo Platonis de republica, (3) vbi Αριδαῖος, tyrannus eſt in aliqua Pamphiliae vrbe, qui patrem ſenem occidit. In poſteris Cleodaei ſic ſatis inter ſe conſentiunt Graeci, neque enim diſſenſionum quaſuis minutias exigere noſtrum hic eſt, niſi quod Ariſtomachum Tzetzes perperam omittit, quem praeter Satyrum Pauſanias (4) atque Hyginus (5) habent. Temenus iterum magnum nomen, quod cum fratre Creſphonto Heraclidas in Peloponeſum reduxit. Inde iam Τημενεῖοι eius poſteri apud Lycophronem, (6) Herodoto (7) ἀπόγονοι τῦ Τημενῦ, et paſſim Temenidae. (8) At a Temeno vsque quidam genus iſthuc aliter recenſuerunt apud

(7) ad v. 804. (8) p. 127. (9) p. 246. (10) In Iſthmionica E. Z. (1) In Excerptis Euſebianis p. 57. (2) p. 669. (3) p. 471. ed. Henr. Petri. (4) p. 127. (5) p. 184. ed. Munck. (6) v. 804. (7) l. c. (8) Vid. Tertullianus de anima c. 30.

Dexippum, donec ad Caranum perueniunt. Nihil hoc magnopere ad nos. Deinde Dexippus Ἀργεῖον filium Tyrimnae, patrem Philippi edit. Sed facile apparet, in Dexippo Perdiccam, Argaeum in Satyro excidisse, si Herodoti Vraniae (9) auscultemus. Herodotus deinde ad Amyntam vsque regem cum Satyro conuenit. Quod restat in Satyro, corruptelam videtur passum. Ex Herodoto Satyro Dexippoque inter se collatis hanc γενεαλογίας formam esse oportere sentio:



Et

(9) l. VIII. c. 139. Sic etiam Graeca Excerpta Euſebiana p. 367.

Et nisi hoc mihi concedatur, neque Alexandri M. aequalis esse potuit Ptolemaeus, neque Philippus rex potuit corrumpere Arsinöen, antequam Lago nuberet, si Philippo adolescente Arsinoe fuisset propemodum anus. Ita enim Satyri stemma postulat. Ex his denique intelligi poterit Lycophron Chalcidensis cum de Thesprotio et Chaladraco leone seu de Alexandro M. vaticinantem Cassandram inducit atque in Ptolemaeo Lagi desinit iis verbis:

ὦ ὀή, μεθ' ἕκτην γένναν αὐθαίμων ἐμὸς
εἷς τις παλαιστὴς, συμβαλὼν ἀκμὴν ὀρθὸς,
πόντου τε καὶ γῆς εἰς διαλλαγὰς μωλῶν,
πρέσβυσος ἐν φιλοισιν ὑμνηθησεται,
σκύλων ἀπαρχὰς τὰς ὀρυκτήτους λαβών.

Hi versus in tenebricosissimo poeta, neque a vetustis criticis, neque a superiorum aetatum sagacissimis ingeniis ante Maturinum Veyssiere Lacrosium, virum omni doctrina consummatum, sunt intellecti. Et Ptolemaei quidem ipsum quasi nomen insertum est, vt tanto sit plus mirandum, eruditos viros scripturae errorem in ἐμὸς non deprehendisse. Id enim solum obstitit, quo minus Ptolemaeus noscceretur, quod Cassandra videretur gentilem eum suum vocare. Lacrosus emendat ὁμῶ. Malo: αὐθαίμων εἷς, qua voce et Homerus et poetae alii vehementer delectantur, quamquam in Lycophrone eam nondum inueni. Sic autem conuerto Latine:

Quo-

Quocum, (Alexandro M.) *eius, inde vsque*
a sexta generatione consanguineus
Palaestes (Luctator, Ptolemaeus) *vnus ali-*
quis, consociato robore hastae,
Marique terraque foederibus pacis conciliatis,
Vetustissimus inter amicos (Alexandri) *cele-*
brabitur,
Spoliorum primitias bello partas consecutus.

Sic igitur Ptolemaeum Lagi filium Lycophron Philadelphi regis cliens admiscuit, vt P. Virgilius Augustum Caesarem et Marcellum. Μεθ' ἕκτην γενεὰν Alexandrum Amyntae tangit. Solent enim Graeci ἐν γενεαλογίαις vtrumque extremum in toto genere sic complecti, vt apud Herodotum (10) τῷ δὲ Αλεξάνδρῳ ἕβδομος γενέτωρ Περδίκκης ἐστὶ. *Alexandri huius*, (qui Xerxis temporibus fuit) *septimus genitor Perdiccas est.* Scilicet, vt ipse recenset: *Perdiccas*, *Argaeus*, *Philippus*, *Aeropas*, *Alcetas*, *Amyntas*, *Alexander.* Poterat dicere Lycophron μετὰ πέμπτην, quoniam ab Amynta Alexandri regis filio consociatio sanguinis procedit. Sed Amyntam transiliit, vt in rege potius consisteret, quam in priuato. Iam sexta generatio non procedet vtrimque, nisi errore sublato in Satyro, sic vt nos ex Dexippo restituimus.

In Ioue deo auctore generis substitere, ne diuinas stirpes obfuscarent. Ceteri in Graecia et Ale-

(10) l. VIII. c. 137.

Alcmenen Herculis matrem γενεαλογοῦσιν et Deianiram, ita vt Iapetus et Inachus denique prodeant. Iapetus sine dubio Noae patriarchae filius. Inachus, a quo, vt Ocellus Lucanus (1) obseruauit, Graeca fere historia initium in fabulis capit, quod eo auctore insignem mutationem Graecia subiit: πολλάκις γὰρ καὶ γέγονε καὶ ἔσται βάρβαρος ἡ Ἑλλάς. Praeter Iouem et Herculem, Marte patre gloriati sunt Ptolemaei reges. Nam Deianirae mater Thestii filia fuit, Thestius, vt apud Apollodorum, Martis et Demonices filius. Ergo Ptolemaeus Euergetes in monumento Adulitano, cum Martem nominasset: Ο ΜΕ ΚΑΙ ΕΓΕΝΝΗΣΕΝ.

Aquilam in numis nostris ad Iouem auctorem stirpis retulimus, quia aegida pedibus tenet. Alioqui haud ignoro, in huius natiuitate Ptolemaei aquilam prodigio fuisse. Eam rem vero scutum in numis signatum indicat. Sunt enim qui tradant, Arsinöen a Philippo rege vitiatam, Lago deinde datam in matrimonium. Quare, vt Pausanias scripsit, (2) Macedones Πτολεμαῖον Φιλίππου παῖδα εἶναι, λάγῳ δὲ Λάγου ἐνόμιζον. Cum autem Arsinoe filium Eordaeae in Mygdonia peperisset, partum in aeneo clupeo seu scuto exposuit. Inferitur huic loco, aquilam alis expansis ab ardore solis imbriumque molestiis infantem defendisse et coturnicibus dilaceratis, earum nutriuisse sanguine. Credo ego,

(1) p. 530. (2) p. 14. 15. confer Athenaeum p. 557.

Arsinöen, fallendi causſa Lagi, culpam corruptae pudicitiae ad Iouem relaturam, certos homines ſubornaſſe, qui Lagum hac fama percellerent, vt tolli infantem pateretur. Sed ab clupeo illo καὶ παρὰ τὸν πόλεμον, ſeu vt Athenienſes Cypriique dicebant, πτόλεμον, Πτολεμαῖος appellatus eſt, vnde Lycophron Παλαιστὴν dixit, vti Theocritus Αἰχμητὰν. Philippum quoque dictum ſcribit auctor ſemibarbarus, (1) qui ex Alexandrinis faſtis ſua transtulit, ſed hic quid de Ptolaemaeis diceret, prae infantia aeque non vidit, ac Theocriti ſcholiaſta, qui Lagum quoque Ptolemaeum dictum contendit, aut L. Ampelius. Hic Ampelius nobis in memoriam reuocat, Ptolemaeum apud Oxydracas Alexandrum obiecto clupeo defendiſſe. Nihil vero hoc ad huius numi clupeum. Fabula illa quidem eſt a Clitarcho et Timagene conficta. (2) Fulmen autem in clupeo non aegis eſt, ſed ornamentum, vt ſolebat in fortium virorum armis.

Altero in numo A. ſub pedibus aquilae, Alexandriam demonſtrat, qua in vrbe ſignatus eſt. Ita antiquarii ΠΗ Πηλούσιον, ΑΒ. Αβυδόν, ΠΑ. Πάφον ΚΙ. Κίττιον ΗΡ. Ηρακλεόπολιν, ΣΑ. Σαλαμῖνα, ΔΙ Διόπολιν ΜΕ. et Ioannes Valens et Nicolaus Haymus Μέμφιν interpretati ſunt. Decet Alexandriam elegantia numorum: in interiori Aegypto cuſos vidi complures, ſed inſigni deformitate, quos nihilominus ab antiquariis neglectos ad hunc diem fuiſſe doleo.

(1) p. 78. ed. Scal. (2) Vide Q. Curtium I, IX. 5.

DE VENERE CNIDIA

IN CRYPTA CONCHYLIATA HORTI IMPERATORII AD AVLAM AESTIVAM ET IN DVOBVS NVMIS CNIDIIS.

T. S. B.

IN crypta conchyliata horti Imperatorii ad Aulam Aestiuam aedicula est tum signis aliis exornata, tum Venere, opere antiquo. Roma transuectam esse ante annos admodum viginti, multi inter nos recordantur. Ferunt deinde, Romae aliquem, qui fundamenta nouarum aedium iacturus erat, inter fodiendum reperisse sub humo: multa alia huic sermoni interseri audiui, quae, cum auctoritatem praestare non possum, consulto praetereo. Venus nuda prostat, superiori corpore leniter inclinato, vt, quae pudori suo obiecta dextera et reducto sinu consulit: sinistram dexterae papillae obiicit: ore hilari, vt subridere videatur. Vtroque bracchio mutilata cum esset, inde a scapulis spithama vna, artificio non ineleganti, sed minime ad reliquum corpus conferendo restituta fuit Romae.

Cnidia est meo iudicio, traducta in exemplum ex Praxitelis opere. Nam, quae de forma Vene-

ris Cnidiae comperi, ea huic signo conueniunt. Primum, vt Luciani Ἔρωτες (1) Venerem apud Cnidios spectarunt, στηρότι γέλωτι μικρὸν ὑπαμειδιῶσαν, ita haec *semihiante labello*

facit delicias libidinesque.

Quae is ipse Lucianus de auersae Veneris forma commemorauit, eadem in hac statua eximie spectantur. Vultum autem Veneris Cnidiae in numo argenteo Cnidiorum, quem e museo Imperatorio produxi, huic statuae sic congruere video, vt nihil possit magis. Et is vero ob admirabilem artificii elegantiam iis temporibus inferendus est, quae haud ita longe a Praxitelis aetate distent. Cum a Cnidiis cusus est, qui Venerem suam summum ciuitatis decus esse iudicarunt, vultus vtique ad Praxiteleum deae signum expressus eorum in numo fuisse videtur. Vbi autem tanta Venerei oris hoc in numo atque in statua cryptae Imperatoriae congruentia est et similitudo, ad postremum mecum concluси, fore vt mihi de reliquo corpore ad Praxitelei formam simulacri sculpto concedatur. Vna in re, sane perexigua, ambigere quis potest, quod vnionem in aure gerit numi Cnidii Venus, Veneris statua non gerit. Nempe Praxiteles, vt Venerem suam solius corporis excellentia commendaret, omnem adscititium ornatum praetermisit: aurem fecit, quanta potuit tantilla in parte esse elegantia: stulta posteritatis adulatio, veluti quam ar-

Tab. XXXIX. Fig. 4.

(1) p. 880.

artis eius poeniteret, perforatae auriculae marmoris, magni pretii, vt puto, vnionem inſeruit. Hinc vnio in numo: in ſigno artifex plus ſapuit, qui Praxiteleam manum imitatus eſt potius, quam populi lenitatem. Nihil temere ſuſpicor: iſta ſuperſtitiosorum hominum conſuetudo fuit. Aelium Lampridium (2) teſtem habeo, Alexandrum Seuerum Imp. cum legatus vniones duos Auguſtae per ipſum obtuliſſet magni ponderis, primum quidem iuſſiſſe vendi, vbi autem emptorem ob pretii magnitudinem non inueniret, inauribus Veneris dicaſſe. Alterum numum Cnidium ex aere, qui Veneris προτομὴν haberet, ex Aſia a Buxbaumio aduectum vidi. Numi ea ruditas, qualis poſt Antoninorum tempora in numis Graecis fere ſpectatur: attamen vel ſic ſimilitudo aliqua oris eſt et ad primum numum et ad ſtatuam. Tab. XXXIX. Fig. 5.

Venus Cnidia tanta in fama et admiratione fuit, vt opera ante omnia, non dicam Praxitelis, is enim Pario e marmore finxit deam, ſed omnium toto terrarum orbe ſtatuariorum poneretur. Multi eam vt viderent, Cnidum nauigarunt: (3) multa in eam epigrammata honoris causa ſunt facta, quorum bonam copiam Luciano auctore et Platone poeta et Eueno, aliisque, neque ingenio tamen magno, neque argumenti varietate commendandam anonymus in Antiquitatibus CPlitanis (4)

(2) p. 1005. (3) Plinius l. XXXVI. c. 5. confer Conſtantinum Porphyrogennetam in Thematibus l. 1. c. 14. (4) In Bandurii Imperio Orientali. t. 1. p. 141.

produxit, ne quid nunc Anthologiam commemorem. Praxitelen, Philippo Amyntae et Alexandro M. regibus floruiſſe reperio, aliquanto maiorem Lyſippo, cui aeneis in ſignis ita concedebat, vt in marmoreis eſſet ſummus. Ob eam cauſſam Plinius (5) illum Olympiade CIV. in quam initia Philippi incidunt, hunc Olympiade CXV. ipſo in exitu Alexandri collocauit. At cum Harmodium et Ariſtogitonem tyrannicidas a Praxitele in aere fuſos ſcribit, ea autem ſigna a Xerxe in Perſiam fuiſſe transportata, ab Alexandro populo Athenienſi reſtituta, ſummam rerum et temporum confuſionem admiscuit. Nam ab expeditione Xerxis ad Olympiadem CIV. anni centum et viginti intercedunt, vt illorum ſignorum auctor Praxiteles eſſe non potuerit. Pauſanias (6) vtique Antenorem ſigna Harmodii et Ariſtogitonis, quae Xerxes rapuit, feciſſe ſcribit. Hanc Praxitelis et Lyſippi aetatem, quam ex Plinio edidi, ceteri fere confirmant. At Calliſtratus in ſtatuis, ſcrupulum alicui iniicere poteſt. Cum enim illius Ἐκφράσις Scopae, Praxitelis et Lyſippi ſtatuarum exſtet, eam autem Ioannes Meurſius et Godofridus Olearius, quos honoris cauſſa nomino, Calliſtrato oratori tribuunt, quem Demoſthenes ſectatus eſt, non abſurdo ratiocinio colligitur, ſuperiorem Philippo rege Praxitelem fuiſſe et Calliſtrato ipso. Sed quod iſti quidem tanta veri fiducia aſſeruere, id nos videlicet negamus, Calliſtratum oratorem ἐκφράσεις il-

(5) l. XXXIV. 8. (6) p. 20.

illas edidiſſe. Sentio neceſſitatem mihi imponi, vt, quod dixi, contra ſummorum virorum auctoritatem muniam. Plutarchus ad Soſiam ſuum in vita Demoſthenis, Gellius item et Libanius narrant, Calliſtratum oratorem cum Oropiam cauſſam acturus eſſet, tantam illius iudicii exſpectationem Athenis concitaſſe propter et teſtatam eloquentiae gloriam et illuſtrem in re publica auctoritatem, vt ciues omnes, die dicta, maximis ſtudiis ad audiendum eum concurrerent : eodem paedagogos Demoſthenem puerum adduxiſſe, qui, cum tantos clamores eius in oratione excitari, illum populi conſensum in ornando deducendopue Calliſtrato cerneret, repente animo ad eius aemulationem laudis exarſerit. Communem habent auctorem et Plutarchus et A. Gellius, Hermippum. Exſtat Plutarchi nomine altera Demoſthenis vita, quam ab alio quocumque profectam crediderim magis, quam a Plutarcho. Olearius Plutarcho relinquit, ſed adoleſcenti. Qui autem Plutarcho poſtea exciderunt, quae ſcripſerat adoleſcens, cum praeſertim incredibilis rerum memoria in eo fuit etiam ſene ? qui illi adeo Hegeſiae Magneſii in mentem non venit, cum plenius omnia et copioſius tradere videretur, quam Hermippus. Nempe Hegeſia auctore alter ille de Demoſthenis vita, quisquis is eſt, quod Plutarchum fugit, commemorat, Calliſtratum Empedi fuiſſe filium, Aphidneum, equitum magiſterio functum, tanta eloquentiae laude, vt cum Demoſthenes vnice ſectaretur, donec vrbe pulſus Calliſtratus

tus in Thraciam abiit exulatum: ex eo enim tempore Demosthenem Isaeo se tradidisse, quatuor autem annis post, actionem suscepisse contra tutores, Timocrate archonte, Olympiadis CIV. 1. cum, vt testatur Dionysius Halicarnassensis, septemdecim annorum esset Demosthenes. Quod Callistratum oratorem Empedi filium prodidit, in eo turpiter errat. Is enim Empedi filius multo ante fuit et bello Peloponesiaco in Sicilia equitatui Athenienſium praefectus, fortiter pugnans cecidit. (7) Qui in Sicilia occubuerat, is postea, quomodo mihi persuadeo, neque in Oropia causſa versatus est, neque in Thraciam abiit exulatum. Tam turpis hallucinatio siue Hegesiae, siue alterius scriptoris, in exilio quoque Callistrati fecit, vt circumspiciam, si quid offensionis sit admissum. Cum vero Aristoteles Leodamantis in Callistratum actionem producit talem, vt in δημαγωγὸν et oratorem conueniat, puto in hoc altero fidem adhibere me posse Hegesiae. Iam videte, quae ex his aduersus Olearium consequantur. Si quatuor annis ante Timocratem archontem solum vertit Callistratus, vt paullo ante dixi, exilium eius in Olympiadis CII. excitu poni debet. Si ante exilium Callistrati iam omni laude artis floruit Lysippus, annos circiter triginta natus aut amplius, qualem aetatem eximia ars requirebat, fuerit sane Philippo rege defuncto haud multo minor annis septuaginta: quae aetas non ita apta est statuario, a quo solo Alexander duci in aere voluit.

(7) Pausanias p. 561.

luit. Ergo cum Lysippum aetate et ingenio maxime florentem, Alexandro tum superstite tum vita defuncto, prodi reperimus, ineamus aliam viam, si qua Callistratus Ἐκφρασής et Callistratus orator, vnus et idem tum multo ante Demosthenem in foro regnare, tum post Olympiadem CXIV. statuas Praxitelis et Lysippi commendare potuerit. Reuocemus eum plebiscito domum e Thracia: largiamur eidem annos vitae, quantum in hominis naturam cadit: nondum quod cupit Olearius consequitur. Nam Callistratus, qui Athenis tanta in admiratione fuit, qui tam multum potuit in re publica, ante Olympiadem CII. non sane admodum minor annis quadraginta fuit, ita difficile, et tam multi vsus, temporis, laboris res fuit Athenis, inter demagogos principatum tenere. Fuerit igitur ad Olympiadem CXIV. nonaginta fere annos natus, cum Lysippum laudaret. Nec tamen quidquam senile istis in statuis Callistrati deprehenditur, econtrario aetatis iuuenilis viriditas, flos ipse atque luxuria. Postremo cognoscite mecum apud Aristotelem fragmentum orationis Messeniacae, in quo Callistratus Atticae eloquentiae lacertos mouet, cum hae statuae non oratorem Attici nasi sapiunt, sed sophistam inferiorum temporum et paene infra classem. Non mirabimur adhuc, hunc scriptorem Demostheni summam in eloquentiae laude concedere, neque hunc locum expungemus, vt Olearius fecit, sed potius hunc Ἐκφρασὴν Demosthene minorem fuisse, vel ex hoc loco redarguemus. Praeterea

de Praxitele et Lyſippo, non vt de aequalibus loquitur, ſed vt de ſtatuariis, qui ante ſe fuerint. Ergo poſt Alexandrum hunc Calliſtratum poni patiar, ſi cui ita videbitur, aequalem Alciphroni rhetori, cuius item aetas nos latet, dicendi ratio perſimilis eſt. Quam vero obſcurus hic Calliſtratus fuerit, qui de ſtatuis, qui, teſte Athenaeo, de ſcortis et de Athenis ſcripſit (puto enim eundem auctorem hos libros edidiſſe) ex eo intelligo, quod Harpocration, quoties eius περὶ Ἀθηνῶν librum citat, citat autem tribus in locis, toties dubius animi haeret, Meneclen eum nominet, an Calliſtratum. Quae cum ita ſint, nihil eius in auctoritate eſt ſitum, vt Praxitelen illo, quo dixi, tempore fuiſſe, Plinio non concedamus.

Et Venerem vero Cnidiam Praxiteles extremis Philippi aut ſub primis auſpiciis Alexandri feciſſe videtur. Quod quomodo indagauerim, videte. Solus eſt Clemens Alexandrinus, (1) qui memoriae proditum reliquit, Cnidiam, ad Cratinae, quam ſecum habuerit Praxiteles, formam eſſe factam. Auctorem citat Poſidippum de Cnidiis rebus. At ceteri fere conſentiunt, Phrynen Theſpiacam in marmore ductam eſſe a Praxitele. In iis eſt Arnobius. (2) *Phryne*, inquit, *ſicuti illi referunt, qui negotia Theſpiaca ſcriptitarunt, cum in acumine ipſo eſſet pulcritudinis venuſtatis et floris, exemplar fuiſſe perhibetur cunctarum, quae in opinione ſunt, Venerum, ſiue per vrbes Graias, ſiue quo iſte fluxit*

(1) In protreptico ad gentes p. 35. (2) Aduerſus gentes l. VI. p.

xit amor talium cupiditasque ſignorum. De Cnidia Venere nominatim Athenaeus, (3) quam, vt dixi, Phrynae adimit Clemens, cum ceteras Veneres ad eius formam ſculptas fuiſſe concedit. At Cratina aliqua, tanta fama pulcritudinis, non a Deipnoſophiſtis, non ab Alciphrone, non alio in ſcriptore celebratur: in Phrynes venuſtate atque illecebris tota inſaniuit Graecia. Huius pulcritudinem foeminae iudicium nobilitauit ad aetatem eius cognoſcendam. Nam cum Euthias Phrynen adoleſcentulam haberet, Hyperides orator Myrrhinam, illa ab Euthiae conſuetudine diſceſſit ad Hyperidem, Myrrhina ad Euthiam. Euthias, vt amicae perfidiam vlciſceretur, dicam ἀσεβειας ei ſcripſit, in qua de Eleuſiniis ſacris neſcio quid inerat, Hyperides defendit. (4) Cum autem iudices eam damnaturi viderentur, incertum an Hyperides accedens ad ream dilacerata veſte corpus ſpecioſiſſimum ad miſericordiam mouendam nudauerit, an ipſa perculſa periculo ſciſſa veſte nudoque pectore ad pedes ſese proiiciens iudices perculerit: diuerſi enim ſunt et graues vtrimque teſtes. Iſthuc tamquam de forma eius mulieris iudicium mox Athenis et tota Graecia percrebuit: eo motus Praxiteles Phrynen potiſſimum ſelegit, cui Venerem ſuam vellet ſimilem. Huius tempus iudicii e Plutarcho mihi videor

(3) p. 591. Πραξιτέλης δ' ὁ ἀγαλματοποιὸς ἐρᾶν αὐτῆς, τὴν Κνιδιαν Αφροδιτην ἀπ' αὐτῆς ἐπλάσατο. (4) Alciphron l. 1. ep. 30. 31. et quos ibi Stephanus Bergler, V. C. amicus meus produxit teſtes.

ſtatuere poſſe. Nam is in Hyperide ſcribit, (5) hunc oratorem filio expulso introduxiſſe domum Mirrhinam, cui Phrynen ſucceſſiſſe dixi. Filius autem cum patre vtique, eodem teſte, fuit, ante Byzantii obſidionem, cum Philippus rex Euboeam cum claſſe peteret. Byzantium obſeſſum Olymp. CIX. 4. vt ex Phlegontis Tralliani Ολυμπιάδων ἀναγραφῆ cognouimus, quatuor annis ante Philippi regis mortem. Igitur et iudicium de Phryne non niſi poſtremo Philippi tempore peractum, et poſt iſthuc iudicium celebrata iam formae fama Phryne Eleuſiniis in ſacris Venerem imitata e mari proceſſit nuda, ſicque ab Apelle picta eſt, ſic, vt forma docet ſimulacri, a Praxitele ſculpta. Igitur ante hoc tempus a Praxitele, cui propter Cupidinem marmoreum Theſpiis deinde a ſe dedicatum, copiam ſui fecit, non videtur in marmore ducta. Videtis, vt vero ſimile euadat, ſeu extremo aliquo tempore Philippi regis, ſeu ſub auſpiciis, quod equidem cenſeo, Alexandri M. ſtatuam ex officina Proxitelis prodiiſſe.

Duas Veneres Praxiteles fecit eodem tempore, alteram velato corpore, alteram nudam. Illam Coi, quibus optio relicta fuit, praetulerunt, verecundiae matronarum ſuarum conſulentes, hanc Cnidii emerunt: vtrique ſigno Praxiteles pretium ſtatuerat idem. Famam tamen Cnidia multo eſt conſecuta celebriorem. (6) Aedes Veneris apud Cni-

(5) p. 849. (6) Luciani Amores p. 830. ſeq.

Cnidios haud longe a portu dedicata fuit. Subdiale circa aedem non lapidibus ſtratum, ſed frugiferis arboribus ſyluae in modum diſpoſitis: cypariſſi, laurus, platani interiectae, haederaeque ac vites, (vino enim abundabat Cnidus tali, quod multum nutrire et ſanguinis copiam venis ſuppeditare ferebant Graeci,) (7) vites igitur, circa vnaquamque ductae arborem, gratiſſimum oculis ad voluptatem ſpectaculum praebebant. Sub opacis ſyluis exedrae erant, in quibus conuiuari licebat et genio indulgere, ab iis tamen honeſti homines refugiebant. Aedes ipsa parua, vt dea ſpectari tota non poſſet. Foribus enim patefactis ſola Venus anterior cernebatur: aliae a tergo fores, quibus ab aedituo reſeratis, auersa patebat oculis. Sic Lucianus, vt ex eo Plinius explicari queat, qui ſubobſcure dixit: *aedicula eius tota aperitur, vt conſpici poſſit vndique.* Anticae fores plerumque erant apertae: auerſas clauſas tenebat aedituus, virili et veſtitu et nomine foemina ſacerdos, ne Venus, vt accidit aliquando, iniuriae proſtaret.

Vt autem toto orbe dicta fuit Cnidia, ita Cnidii ipſi Εὔπλοιαν dixere, teſte Pauſania. (8) Nam Venerem, quod e mari prodiiſſet, ſalutarem nauigantibus credebant prauiſſima ſuperſtitione mortales. Leander apud Muſaeum:

(7) Athenaeus p. 32. (8) p. 4.

Ἀγνώσσεις, ὅτι Κύπρις ἀπόσπορός ἐξι θαλάσσης
καὶ κρατέει πόντοιο καὶ ἡμετέρων ὀδυνάων.

Neque vero credebatur, hanc tutelam ſolis inſaniae ſuae victimis praeſtare, ſed nautis quibuſuis. Quare Mneſalci epigramma ad maris litus ſacellum Cypriae marinae collocat, Anytas autem ſtatuam Veneris, ὄφρα φίλον ναύτησι πλόον τελῇ, *vt nautis nauigationem ex voto ſecundaret.* Anytae epigramma etiam Antipatri verſibus expreſſum eſt, qui quidem etiam plus venuſtatis habent. A Graecis ad Romanos ſimilis perſuaſio errorum peruaſit. Rutilius Numantianus in itinere ſuo: (9)

Pande, precor, gemino placatum Caſtore pontum:
Temperet aequoream dux Cytherea viam.

Quo loco, vt id dicam obiter, malim equidem

Pande, precor, gemino placato Caſtore, portum.

Romam enim deam veneratur, vt portum Oſtiensem ſibi panderet placatis Caſtoribus, (quibus populus Romanus cum praefecto vrbis vel conſule quotquot annis ea cauſſa prope Oſtiam ſacra faciebat,) (10) inde vero vt maritimum curſum ſecundaret, Venerem. De Cnidia ipsa Lucianus per iocum, vt

(9) l. 1. v. 155. (10) Aethicus in Cosmographia de Tiberi.

vt assolet, ἠρέμα τῇ γῇ προσηνέχθημεν, αὐτῆς ἴσμαι τῆς θεοῦ λιπαρᾷ γαλήνῃ πομποσολοῦσης τὸ σκάφος, *sensim in portu Cnidio appulimus, velut, vt opinor, ipsa dea nauem deduceret iucundissimam per tranquillitatem.*

Nicomeden regem accepimus signum a Cnidiis petiisse ea conditione, vt aes alienum ciuitatis, quod erat ingens, dissolueret, Cnidios omnia maluisse perpeti, quam regi, quod cupiebat, concedere. Post id CPlin fuit traductum. Nam vbi Cedrenus de Theodosio M. dixisset, δι' ἐπιτομῆς subiiciuntur de simulacris et ornamentis vrbis: inquibus traditur, Cnidiam Venerem in Lausi palatio, id media vrbe haud procul a foro Constantini M. erat, fuisse collocatam. (1) Anselmus Bandurius(2) inde Romam, tum Florentiam esse transportatam asseuerate edidit, (3) nullo ad fidem testimonio. Haec illa Medicea Venus, quam alii vero omnes ad Praxitelei simulacri exemplum factam contenderunt. Dubitari non potest, a tam excellenti opere exempla esse ducta. Ita, quae secundum Venerem praecipua in laude fuit statua Cupidinis Thespiaci, eodem auctore Praxitele, cum a C. Caesare, illo inquam Caligula, Romam esset asportata, Menodorus Athenienſis τὸ ἔργον τοῦ Πραξιτέλους μιμούμενος aliam fecit, quam Pausanias scribit, sua aetate a Thespiensibus cultam. (3) Conon Athenienſis, Lace-

(1) p. 322. ed. Paris. (2) In Orbe Orientali t. II. p. 846. (3) p. 4.

cedaemoniorum classe ad Cnidum superata, Athenis iuxta mare dedicauit Venerem. Cnidiam sane, sed non hanc Εὔπλοιαν, quae nondum exstabat. Puta alteram Cnidiorum Ἀκραιαν. Et mos ille veterum artificum insignia opera imitandi, numquam cuiquam statuario dedecori fuit in Graecia, vt si quam statuam ad exemplum factam dicamus, nihil tamen ex arte decerptum velimus. At Venus Medicea ne exemplum quidem Cnidiae esse potest. Videte eam in Dominici Rossi splendido opere, (4) in quo nihil ita miror, quam insignem inconstantiam, quod ipsa statua sic inscribitur

ΔΙΟΜΗΔΗΣ ΑΠΩΛΛΟΔΟΡΟΣ
ΑΘΗΝΑΙΟΣ ΕΠΟΙΕΙ

illustris vero Maffeus in commentariis veluti alium titulum edidit: (5)

ΚΛΕΟΜΕΝΗΣ ΑΠΟΛΛΟΔΟΡΟΥ
ΑΘΗΝΑΙΟΣ ΕΠΟΙΕΙ

In Apollodori nomine duae extremae litterae a Maffeo vtique bene restitutae sunt: tantae autem in nomine diuersitatis, vt hic Cleomenes esset, ibi Diomedes, cui culpam imputem video, quis enim Maffei eruditioni vmquam diffidit, quae summa fuit, at-

(4) *Raccolta di statue antiche e moderne, data in luce da Dominico de Rossi, illustrata di Paolo Alessandro Maffei in Roma* 1704. Tab. XXVII. Conf. Bernardus Montfaucon in Antiquitatibus illustratis tom. I. parte I. tab. CII. (5) p. 28.

at quid ſculptorem aeris adeo fallere potuerit, non video. Quid vero tandem in hac Venere eſt, quod Cnidiam referat. Nam ſinus reductus obiectaque manus non protinus Praxiteleum opus arguunt: ſumebantur haec vel a laſciuia vel a pudore. (7) At in capite non illa eſt ſpecies, quae in numo, atque in hoc ſigno horti Imperatorii: et in pede altero nimis flexo Medicea ſtatua nihil Cnidium habet, habet ſtatua Petropolitana in pede vtroque ad greſſum firmo. Lucianus de Cnidia: οὐκ ἂν εἴποι τις ὡς ἡδὺς ὁ γέλως μηδὲ τε καὶ κνήμης ἐπ' εὐθὺ τεταμένης, ἄχει ποδὸς ἡκριβωμένοι εἰθμοὶ, *dici non poteſt, quam gratiam habeat et femoris et tibiae in rectum protentae ad pedem exque accurata proportio.* Potius ego Maffeo adſentiar, propter Cupidines delphinis in tergo laſciuientes, Venerem eam Genetricem eſſe.

Venerem aliam ex aere in Muſeo Regis Pruſſiae Laurentius Begerus (8) Cnidiam contendit eſſe. Verum neque hanc hic numus Cnidius ſecum conſiſtere patitur. Exſtat quidem Venus Cnidia in numo Plautillae Auguſtae extenta ſiniſtra, vt hoc in ſigno Berolinenſi eſt, nihil tamen prohibet, quin Praxiteleam Venerem mamillae admouiſſe opinemur. Numum Ioannes Harduimus citauit, Ezechiel Spanhemius vero e gaza Regis Galliae produxit. (9) Sed ſi ſecundum hunc numum iudicare nos oporteat, putemus Praxiteleam Venerem etiam veſtem tenuiſſe appoſito vaſe, vt in numo eſt,

(7) Alciphron l. 1. epiſt. 39. (8) Theſauri Brandenburg. p. 268. (9) De vſu et praeſtantia numiſmatum t. II. p. 296.

quem alter numus Cnidius ab Nicolao Haymo publicatus (10) illustrat. Habet enim e regione Veneris Aesculapium, vt vestis Veneris et vasculum illis in numis balnea salutaria Cnidiorum indicauerint. Ita nimirum est: deorum dearumue simulacra non tam accurate in auersis numis ad certa statuarum simulacra effingebant Graeci, vt in aduersis. Isthic enim habitum dei deaeue saepe pro arbitrio mutarunt, aut ad certam quandam actionem finemue quemuis alium accommodauere, vt multis ex numis compertum habemus. Itaque non temere omnes statuae Veneris, in quibus tot statuarii ingenium ad artem et nequitiam exercuere, pro Cnidia sunt commendandae. Cyrillus Hierosolymitanus (1) gentiles superstitiones recensens: ἀφ' μὲν γυναικομανεῖς γυμνῆς γυναικὸς εἴδωλον προσαγαρεύοντες προσεκύνησαν διὰ φαγομένω τὸ πάθος. Illic quoque cum nescio quam ob notam doctissimus editor Th. Milles de Venere Cnidia loqui censet. Plura exempla proferre, superuacaneae operae fuerit.

Ad postremum, quia duos numos Cnidios supra protuli, dicam tribus verbis de eorum nauibus. In altero cornu copiae Cnidiorum adfluentiam a Veneris religione demonstrat, in primo caput leonis et clana Herculem Lacedaemoniamque Cnidiorum originem. Erant enim, vt Herodotus testatur, (2) Λακεδαιμονίων ἄποικοι.

De

(10) Thesauri Britannici t. II. tab. XVI. (1) Catechesi IV. p. 49. (2) l. 1. c. 174.

DE VARAGIS

T. S. B.

PRincipio Ruſſi reges ex Varagis habuere. Pulſis iis, Goſtomislus Slauico ex genere principatum tenuit et inteſtinis diſſidiis infirmum et a Varagorum adflictum potentia. Illius ex conſilio Ruſſi regiam domum ab Varagis reuocarunt: Ruricum, inquam, et fratres. Inde iam Varagorum non infrequens memoria in Annalibus Ruſſicis, ſed tantum amicorum et ſociorum nominis Ruthenici, quine ſub regum Ruſſiae ſtipendiis militarint, aut palatinis officiis ſint defuncti. Quod nomen fuerint Varagi, vbi coluerint, nemo eſt, qui ſic explicuerit, vt illius in ſententia penitus acquieſcam. Sunt ex ſcriptoribus Ruthenis, quos ad manus habeo, qui, quando Ruricum a Varagis veniſſe tradunt, huic loco interſerunt, *ex Pruſſia veniſſe*. Hi quidem omnes Ioannis Baſilidis Regis temporibus fuere, aut poſtea. Quare Chronographus anonymus in ſynopſi, vt aliquid ad huius ſententiae honorem adiiceret, *ex Pruſſia*, ſcribit, *aliquem Kurfiſtra* (1) (*Churfürſt* ſeu *Electorem*) *et Magnum ducem, Ruricum numine accitum eſſe* Scripſit igitur poſt A. C. 1612. cum Ioannes Sigis-

(1) Курфюрста.

mundus Elector, Prussiae ducatum domui suae diuinxisset, crediditque, eundem in Prussia statum ante tot secula fuisse. De Prussia sane Ioanni Basilidi Regi id ipsum persuasum fuisse, Paulum Oderbornium et Petrum Petreium auctores habeo. Sed et quaedam istius Regis cum Alberto Duce acta exstant, ex quibus tota res et opinionis istius quasi lacerti magis apparent, quae autem aequo animo dissimulare possum, quando opinioni illi alia infinita fere obstant. Matthaeus Praetorius quidem eam gratanter accepit, vocem e Prutenico sermone interpretatus, tamquam si Varagi essent *Vareiis*, quasi *compulsi*. Potuisset eodem referre *Wargen* pagum agri Sambiensis veteri rerum celebritate et *Rus* fluuium proxime a Memela. Me vero, vtut patriae impense faueo, tamen ille rumor ne similitudine quidem veri suffultus, non delectat. Si quid praeterea est, quod cuiquam in Praetorio possit placere, id ipsum prolata confirmataque sententia mea, displicebit. Et Praetorius vero Prussos veteres cum Slauicarum gentium stirpibus confudit: quod eum dolo malo feciſſe, vt Polonis assentaretur, demonstrare possum. Populum Prussicum duobus fere ante Ruricum seculis hac in regione, eundem fuisse, quem postea Equites Teutonici subiugarunt, hoc est, corporis eiusdem cum Lithuanis, Curonis, Lettis, diuersae autem a Slauicis gentibus stirpis, adeo possum confirmare, vt nullius hominis dissensionem pertimescam. Quare quod hac in opinio-

(2) In Orbe Gothico l. 11. 2. 6.

nione plauſibile eſt maxime, cum Praetorius Ruſſos ex ſui ſanguinis populo principem repetiiſſe concludit, id me minime omnium perturbat. Sed quidam Rutheni adiiciunt amplius, (3) illum Pruſſicum principem Ruricum genus duxiſſe ab Caeſaris Auguſti germano, qui in Pruſſia fortunas ſuas collocarit. Fabula eſt, digna iſtorum temporum ingenio, quod vetuſtis monumentis intemperanter abutebatur ad coniecturas ſuas, coniecturas edebat pro certa fama. Vincentius Cadlubco episcopus Cracouienſis fundamenta iecit neceſſitudinis illius Auguſtae domus cum familia regum Polonica *Koſzysko*, quam ante Piaſtum ponit. Leſconem tertium ſcribit, C. Iulium Caeſarem tribus praeliis viciſſe, P. Craſſum apud Parthos (nam et Parthis et Getis et neſcio quibus Tranſparthanis rex fuit Leſco,) cum omnibus copiis deleuiſſe: Caeſarem eidem Iuliam ſororem in matrimonium elocaſſe: dotis loco fuiſſe Bauariam: contra Iuliae a Leſcone datam eſſe Sambiensem in Pruſſia prouinciam. Si quaeras, a qua coniectura Vincentii iſta profecta ſint, ipse tibi quaſi digito monſtrat. Lublino antea Iulinum nomen fuiſſe Vincentius credebat: confudit enim Iulinum Slauicam ad mare Balthicum vrbem cum Lublino, propter vocis congruentem ſonum. Nempe, vt ille credebat, a Iulia: inde iam cetera eodem trahenda erant. Stomachum haec mouere poſſunt, cum viſcerum omnium doloribus, donec illa tam cruda eiecta fuerint. Alia

(3) Confer Petreium in Chronico Moſcouitico parte II. p. 139 ſeq.

via Petrus Teutoburgicus, (4) homo non adeo vanus, Prussicis rebus Romanas admiscuit. C. Caesarem scribit, in Prussia bellum gessisse. Inductus in opinionem illam est, quod de Drusi et Germanici Caesarum expeditionibus in Glessarias insulas legerat. Nam et Erasmum Stellam Glessariae insulae fefellerunt. Exportari monstrosos hos ingenii partus oportet aliquam desertam in insulam, quia veris historiis pestem portendunt. Mirum tamen est, quam foecundae tales fuerint fabulae. Nam cum ista exstarent apud Polonos de necessitudine Augustae domus et de Romanis in Prussia expeditionibus, iam expedita erat via, simul cum Iulia, tamquam Augusti Caesaris sorore, etiam fratrem aliquem germanum deducendi ab Roma, inde Ruricum illius serum nepotem ex Prussia.

Sigismundus Herbersteinius, (5) cum videret, Varagos a Russis trans mare Balthicum poni et partem illius maris, quod inter Ingriam et Finniam situm est, *Waretzkoie more*, *Varegium mare* appellari, ab superiori sententia, quam ipse forte primus in Russia disseminauit, tandem alio diuertit animum. Prope Holsatiam *Vagriam* reperiebat, et *Vagros*, teste Adamo Bremensi, Slauonicum populum. Habebat congruentiam nominis, rem leuiculam, nisi firmioribus fulcris muniatur. Attamen Bernardus Latomus et Fridericus Chemnitius et qui eos sunt secuti hoc primum omnium posne-

(4) Historiae Prussicae p. 41. (5) Rerum Moscouiticarum p. 3. seq.

fuere tamquam certum. Et quia inuenerant Ruricum circiter A. C. 840. fuiſſe, ergo qui tum principes in Vagris et Obotritis floruerint, quaeſiuere. Et cum Vitislai regis filii fuere duo, alter Thraſik, cuius liberi eſſent noti, alter Godelaibus, cuius liberi non ederentur, huic Ruricum, Treburem et Sinaus transſcripſerunt. Quod praeter nomen in hac coniectura Herberſteinio placuit, Vagrios Slauonici corporis Ruſſorum neceſſarios fuiſſe, id ipſum in controuerſia poni poteſt. Nam his Slauicis populis permiſti fuere alii, qui cognatione attingerent Pruſſos et Lithuanos, vt certe Veruli, forte et Vendi. Quidquid Lithuanici illorum in ſermone eſt, vt eſſe apparet, ab veteri ſtirpe generis permanſit, Slauonica admiſta ſunt ab accolis, per quos cincti et a neceſſariis ſuis plane excluſi fuere. Si quis Vagrios his ipſis accenſere velit, non ſatis idoneam video Adami Bremenſis auctoritatem, vt nos ab adſenſu retineat. Inuenio quidem apud Helmoldum, (6) Vagrios in mari Baltico piraticam exercuiſſe, vt, ſi cui libet, nauibus eos deducere poſſit in Ruſſiam et vel vim eorum atque metum iniicere. At teſtem habeo Saxonem Grammaticum, (7) Slauonos omnes illo in litore piraticam ſerius inſtituiſſe et perraro adhuc Suenonis Tiuffeskegi regis temporibus, circiter A. C. 985. Quare ne ſatis quidem apparet, quid commercii his Vagriis cum Ruſſis fuerit.

Mul-

(6) p. 6. ed. Bang. (7) p. 186.

Multa alia in mentem venerunt aduerſus ſuperiores ſententias, quae fiducia meae opinionis, quam nunc expoſiturus ſum, conſulto praetermiſi. Aio igitur, Varagos Ruthenicorum ſcriptorum, fuiſſe ex Scandinauia Daniaque homines nobiles, ſocios in bellis et ſtipendiarios milites Ruſſorum, regum ſatellites, limitum cuſtodes, rebus etiam ciuilibus et magiſtratibus admotos: ab iis deinde in vniuerſum omnes Suedos, Gothlandos, Noruagos, Danos dictos fuiſſe Varagos. Et primum quidem Ruſſici annales quamquam ab Rurico exordiuntur, tamen tenuem memoriam admiſcent, eum ex ſuperiorum Ruſſiae regum, qui et ipſi Varagi fuerint, proſapia exſtitiſſe, pulſos autem a Goſtomislo fuiſſe hos ex eo ſanguine reges. Iam vetuſtae Suedorum et Noruagorum ſagae non ita penitus ſunt explodendae, vt, cum Gardarikiae et Holmgardiae, hoc eſt, Ruſſiae reges ante Ruricum nominant, quamquam multa etiam ex vano hauriunt, earum memoria rerum fide digna ſit nulla. Alii loco atque tempori haec edifferere magis conueniet: nunc ex Annalibus Francicis Bertinianis(8) locum apponam cum primis inſignem. Ita anonymus ad A. C. 839. Teophilus Imperator CPlitanus *miſit cum eis* (cum legatis ad Ludouicum Pium Imp.) *quosdam, qui ſe, id eſt, gentem ſuam, Rhos vocari dicebant: quos rex illorum Chacanus vocabulo, ad ſe amicitiae, ſicut aſſerebant, cauſſa direxerat*, (ſine gubio ſecundo Boryſthene nauibus) *pe-*

(8) Apud Duchesnium t. III. p. 195. b.

petens per memoratam epiſtolam, quatenus benignitate Imperatoris, redeundi facultatem atque auxilium per imperium ſuum totum habere poſſent: quoniam itinera, per quae ad eum CPlin *venerant, inter barbaras et nimiae feritatis gentes immaniſſimas habuerant, quibus eos, ne forte periculum incideret, redire nolait: quorum aduentus cauſſam Imperator* (Ludouicus) *diligentius inueſtigans, comperit, eos gentis eſſe Suconum, exploratores potius regni illius* (CPlitani) *noſtrique, quam amicitiae petitores ratus, penes ſe eousque retinendos iudicauit, quoad veraciter inueniri poſſit, vtrum fideliter eo nec ne peruenerint: idque Theophilo per memoratos legatos ſuos atque epiſtolam intimare non diſtulit et quod eos illius amore libenter ſuſceperit, ac, ſi fideles inuenirentur et facultas absque illorum periculo in patriam remeandi daretur, cum auxilio remittendos: ſin alias, vna cum miſſis noſtris ad eius praeſentiam dirigendos, vt, quid de talibus fieri deberet, ipſe decernendo efficeret.* Habes gentem Roſſicam ante Ruricum, cuius nominis multo quam annales Ruſſici edunt, antiquioris, auctores Graecos alio loco producam: habes regem tanta maieſtate, vt خاقان *Chakan*, ſeu *Imperator* et Αυτοκράτωρ iam tum diceretur: vides hos legatos Roſſicos ab ſtirpe fuiſſe Sueonas.

Inde autem ab Rurico, omnia nomina Varagorum in Ruſſicis annalibus conſeruata, nullius alterius ſermonis magis ſunt, quam Suionici, Noruagici, Danici: neque vero obſcure et parce, vt me

quis cauillari putet. Videamus primorum ex Varagis regum nomina. Habemus primum omnium *Ruricum*. Cuius id nomen populi eſt, niſi Scandinauici aut Danici? *Ruricum* regem Daniae quintum et decimum Saxo Sialandenſis citat. (9) Is Erico regi, ſeu regis monacho, in hiſtoria Daniae *Rorik*. In ſerie Runica regum Daniae ab Olao Vormio edita, *Rorek*. In Noruagis celebris eſt *Hrorekur* ſeu *Rorekur* Haraldi Pulchricomi filius: (10) eodem tempore rex Heidemarkiae in Vplandia (1) *Hrorekur* et *Rorek* fuit. Et *Rorek*, quem Olaus S. rex Norwagiae vicit. (2) Olaus Verelius ſub finem hiſtoriae Herraudi et Boſae inter cetera veteris gentis nomina e lapidibus runicis edidit *Rorikr* et *Rurik*. In Germania quoque *Ruricus* archiepiscopus Rothomagienſis in priuilegio monaſterii S. Remigii a ſynodo Senonenſi confirmato. (3) Forte idem nomen, quod apud Germanos fuit *Rugerik* et *Rogerik*. Rurici fratri *Trewur*, *Trubar*, *Trowur* nomen fuit, vt Ruthenicae habent hiſtoriae. Saxoni Grammatico (4) in ducibus Ringonis regis Suediae contra Haraldum Hyldetand: *Ivarusque cognominatus Thruwar*. Stephanus Stephanius (5) ex veteri codice Danico: *Iver Truere*. Alterius fratris *Sineus* nomen in ſeptentrionalibus nondum reperi. Fuere autem nomina propemodum infinita: neque ſatis conſtat, an hoc a Ruſſis corruptum non fuerit. Apud Saxonem Gramma-

(9) p. 47. (10) Snorro Sturlson in Ynglingorum hiſtoria t. I. p. 96. 113. (1) ib. p. 410. 469. (2) ib. t. 1. p. 487. (3) Dacherii Spicilegium t. 1. p. 595. ſecundae edit. (4) p. 144. (5) p. 171.

maticum (6) et Ericum regem (7) eſt rex *Snio*, ab isto nomine non abhorrens.

Manſere nomina Scandinauica etiam in Ruirici poſteritate et domo. Exemplo eſt filius *Igor*, vt eius nomen Ruſſi enunciant: nam Conſtantino Porphyrogennetae eſt Ιγγωρ *Ingor*, Liuthprando Tzinenſi, Sigeberto Gemblacenſi, Eggehardo Vragienſi, *Inger*. Ita Liuthprandus CPli pronunciari audiuerat. Et Ruſſi recte et Graeci, ſi ſeptemtrionales audias. In ſaxo, quod Henricus Curio in monumentis lapidum Runicorum ex Laurentii Burei ſchedis edidit: *Sigvidr et Ingvar et Iarlabangi incidi runas curarunt patri ſuo Inguar et fratri ſuo Ragnwalt.* Apud Ericum regem et Hermannum Cornerum (8) *Inguar* rex Danorum: idem Saxoni Grammatico (9) *Iuarus*. Apud Snorronem Sturlaeum (10) *Ynguar* rex Fiedrundiae: eidem (1) etiam *Iuar*, vt apud Verelium quoque ex runis. Heruorar ſaga, (2) *Iſuar Vidfarni* et *Iſar*. In Teutonicis quoque Iuſtus Georgius Schottelius, diligentiſſimus talium explorator inuenit *Inguer* et *manſionis tutelam* explicuit. Venit mihi hoc loco in mentem Conſtantini Porphyrogennetae auia. Leo Grammaticus (4) Ευδοκιαν τὴν Ιγγιβιναν et Ευδοκιαν τῆς Ιγγερος vocauit. Georgius Monachus (5) τῆς

V v 2 Ιγ-

(6) p. 157. (7) p. 265. ed. Fabr. (8) p. 482. ed. Eccardi. *Inguar* Olaus Vormius in lexico Runico explicat, *fortem uirum*. (9) p. 176. (10) t. 1. p. 43. (1) p. 98. (2) p. 179. (3) de Lingua Germanica p. 1067. (4) p. 464. 471. (5) In nouis Imperatoribus p. 544.

Ιγγιερος. Simeon Logotheta (6) Ιγγησος. Michael Glycas (7) et Zonaras (8) τῦ Ιγκηρος. Leontius Byzantius; aut quisquis Basilii Macedonis vitam scripsit, seu magis panegyricum, cum de Basilii nuptiis fatur, *data est ei*, inquit, (9) *in matrimonium* ἡ θυγάτηρ τῦ παρὰ πάντων ἐπ' εὐγενέια καὶ φρονήσει λαλυμένυ τότε Ιγγερος. *filia Ingeris, qui tum ante omnes alios ob nobilitatem et prudentiam colebatur.* Cedrenus (10) qui hunc auctorem, fere sequitur, addit τῦ γένυς καταγομένυ τῶν Μαρτινακίων, *stirpis Martinaceae.* Quam nobilis ille Inger fuerit, viderit Leontius et de Martinaceo genere Cedrenus: nomen vtique peregrinum est. Et quidquid visum sit adulatoribus, oportet stirpem eius non nobilem in Graecia fuisse, e qua stirpe Michael Imperator Eudociam, cum ob pulchritudinem et prudentiam deperiret, ducere tamen non est ausus. Malim vero Scandinauici generis fuisse Ingerem, quam alterius: nomen enim Scandinauicum est. Neque ei Scandinauicam nobilitatem adimo, vt fere nobilissimus quisque indidem solitus est petere Byzantium: Graecam non concedo. Et licet Byzantii Inger vel ex illustrissima gente vxorem duxerit Eudociae matrem, tamen vt ait Liuthprandus, (1) *Graeci in geneseos nobilitate, non, quae mater, sed quis pater fuerit, inquirebant.*

Ingoris regis Russorum, vt ad eum redeam, fi-

(6) p. 455. (7) p. 297. (8) p. 165. (9) p. 147. (10) p. 565. (1) l. V. c. 6.

filius *Suiatoslaus*, nomen plane Slauonicum eſt, ſi ſic, vt Ruſſica monumenta habent, enuncies. At Conſtantinus Porphyrogenneta, Cedrenus, Zonaras, Ionnes Curopalata, Σφενδοσθλάβον *Sphendoſtblauum* ſeu *Suendoslauum* dixerunt, quod videri poteſt hibridum eſſe, extremo Slauonico, principio Normannico *Suen*, multis in nominibus. Nam et componunt Normanni huncce in modum. Habemus in Dania *Suenottonem* regem, apud Germanos *Suendeboldum* et *Suendebordum* Lotharingiae regem, (2) et *Suenebildin* abbatem Heruordensem. (3) Σθλάβος Graeci Conſtantini Porphyrogennetae aetate et poſtea, dixere *Slauos*. Reliquum manet *Suen* et *Suendo*, cum exitu ad componendam vocem idoneo. Non nego, *Suiatoslaum* et *Suendoslaum* (4) Slauonice et quidem percommode dici *ſanctae gloriae virum*: ſed cum ſanctitatis nomen populo profano quantum notum fuerit, non apparet, poteſt fieri vt e Normannico ſit corruptum. Nam et *Vlodimer* nomen, vt nunc Ruſſi enunciant, quamquam Slauonicum (5) videtur eſſe et commode explicari, tamen ſimili dubitatione incertae originis inuoluitur. Slauoni olim *Vladimir* dixerunt, vnde Cedreno Βλαδιμηρος. Dithmaro Merſeburgenſi, qui id nomen a Polonis pronunciari ipſius aetate Vladimiri audiebat, et Eggehardo Vragienſi, *Vlademir*, *Vladamir*, *Valdemar*. Snorroni Sturlaeo (6) *Valldemar*. Sic item auctori *Vilkinae ſagae*

(2) Hermannus Cornerus p. 509. 504. (3) ib. p. 449
(4) Свѧтославъ et Свѧтославъ (5) Владимеръ (6) t. 1. p. 196

a Peringskioldo editae, qui, cum Valdemarum Russiae regem Theodorici Veronensis aetati immiscet et noua praeterea nomina Prussiae aliarumque regionum eodem traducit, adeo fabulam suam prodit, vt vix nominandus sit nobis. Sicuti *Vlodimir* Slauonicum est, ita *Valdemar* et Normannicum et Teutonicum. Schottelius in Teutonicis nominibus, *syluae praefectum* explicat: quod nobis non placet. Illis enim temporibus *wal* dicebatur, *campus, in quo acies hostiles concurrunt*, vnde adhuc *wahlstadt*, *campi* seu *aciei locus*. Poema de amissione terrae sanctae. (7)

do man des tags
Manches stiches vnd slags
Auf den wal het gepflegen.

vbi eo die multi vulnerati sunt et caesi in (*wal*) *aciei campo.* Eodem in poemate (8)

Dy chomen taugenleich
Auf daz wal geslichen.

Hi parati ad pugnam venerunt in (*wal*) *aciei locum.* Chronicon rhythmicum ducum Brunsuicensium: (9)

Aldar de Keiser Otto bald
Behilt de wal vnde den sege

vbi

(7) p. 1528. ed. Ecc. (8) p. 1537. (9) p. 127 ed. Leibn.

vbi mox Otto Caesar obtinuit aciem et victoriam. Inde in Capitularibus Baluzii (10) *walaraupa*, *acici*, seu, *caesorum in acie spoliatio* et in legibus Aethelredi regis *wealreaf*, apud Verelium *valruf.* Inde *valhalla* septemtrionalium, de quo Ioannes Georgius Keysler diligentissime disputauit: (1) inde *valur strages*, et Odini nomen *walfader*, *aciei pater* et *waltodur.* Inde *Valpotus* quoque, vetus familia, ex qua primus magister Ordinis Teutonici. Rhythmus de S. Annone Colonienſi (2)

Ci dere burg vili dikki quamin
Di Waltpodin vane Rome,
Di dir oug er dar in lantin
Veſte burge habitin
Vurmiz unti Spiri

Martinus Opitius explicat *gewaltboten, legatos, praesides*, *curatores* ac putat inde esse *walten* et *Vualtarium* in capitulo Karoli M. Malim a *wal* et *pot.* Kero monachus S. Galli: *kipoot*, *praecepit*, *kipot praeceptum.* Dicebant autem veteres omnibus in vocibus eius naturae et rationis, non tam *kebot* et *gebot* quam *khot* et *ghot* vna syllaba, vt Helvetii etiam nunc. Est igitur *Valpot*, *aciei praefectus*: nam illa ipsa familia, cuius genealogiam Conradus Rittershusius nobis dedit, cum olim *Valpoti de Passenheim* dicerentur, nunc obliterato isto nomine, dicuntur *Marschalki*, significatione eadem conseruata in no-

uo

(10) t. 1. p. 136. (1) in Antiquitatibus Septemtrionalibus p. 120. &c. (2) c. 30.

uo nomine. Sic *Valmar*, *Valtmar*, *Valdemar* eſt *acici equus* ſeu *bellicosus equus*. Nam, vt Pauſanias (3) obſeruauit, Celtis *equum*, *mar* dici, ita hoc nomen veteri in ſeptemtrione eſt notiſſimum. Sed *Vſeuolodi* nomen eadem ex familia, quod ſane Slauonicum eſt, Snorro Sturlonides (4) ita inflexit, vt Normannice ſonaret *Viſaualldur*. Ad eiusdem domus cognationem pertinuit *Oleg*: quod nomen in lapidibus Scandinauicis eſt *Alak*. Principes Kiouienſes *Oſcold* et *Dir* Varagos fuiſſe Ruſſici Chronographi tradunt. *Oſcold*, vt Olaus Verelius e runis *Oskael*, apud Snorronem *Askel* (5) et *Aſzkell*. In *Dir* nomine haereo. Poteſt eſſe proprium vt nauium, ita hominum. In Edda Islandica (6) *Tyr*. In Verelii runicis foeminarum nominibus *Dirva*. Magis tamen inclinat animus, vt credam Ruſſos ſequiorum aetatum in altero nomine offendiſſe: nam *Oſcoldum Diar Kiouiae* fuiſſe dictum opinor. Snorro de Asgardo, (7) *vrbs principem habuit nomine Odinum: ibi mos obtinuit, vt duodecim praefecti ceteris eminentiores Diar et Drottnar, hoc eſt, principes et domini dicti, gererent curam ſacrorum et populo ius dicerent*. Et Oſcoldum eiusmodi regum ante Ruricum praefectum Kiouienſem fuiſſe, ex rebus cum Igore et Olego geſtis concludo. Eſt autem دیار *Diar* ea ſignificatione plane Turcicum, videturque nomen hoc dignitatis acceptum a Cozaris, gente Turcica, quae tum inter vtrumque Tanaim et in Cherrhoneſo Taurica multum poterat. Jam

(3) p. 845. (4) t. 1. p. 183. (5) t. 11, p. 319. ibidem p. 405. (6) Mythologia XXIII. (7) t. 1. p. 2.

Iam in ducibus Varagis Ingoris et Suendoſtlaui regum *Suendeldus* et *Sunndeldus* ita Scandinauicus eſt, vt me ſuppudeat illa in copia exemplum producere. Suendeldi filius aliis *Liutr* : aliis *Liut*. Vtrum malis accipe. Olaus Verelius e lapidibus *Liutr* : in qua voce extrema littera, ſeptemtrionalium more et poni poteſt, et omitti. Fuit ſub Suendoſtlauo alter dux, ignotus Ruſſicis monumentis, Cedreno ob virtutem eximie laudatus (8) *Sphagellus*, nomen Scandinauicum, vt certe ſcio me obſeruaſſe : at memoria me deſtituit. Habemus *Rogvolod* Plocenſem ducem. Kniga Stepennaia : *Rogvolod a Varagis dominatum in Plotzko venerat*. Chronographus Ruthenus : *is erat Knias in Polotzko et* заморе *trans mare*, et *in* полесиескъ *Poletzk et Muru in Turowas ſub ditione tenuit*. De his regionibus et locis alias : nunc de nomine huius Varagi. Inſcriptio a Ioanne Peringskioldo ex petra Edenſi in vita Theodorici regis profertur : *Raghwaltr fecit exſculpi runas in memoriam Faſtvidis matris ſuae Onemi filiae, quae mortua eſt in Aidi : ſit deus animae eius adiutor : runas exſculpi fecit* (*Ragnwaltr, hwar a Griklanti was lisforungi*) *Ragnwaldus, qui in Graecia erat militum dux et antefignanus*. Oſtendam alias, Ruſſiam a ſeptemtrionalibus dictam fuiſſe Graeciam, atque in iis lapidibus, in quibus Graeciae mentio exſtat, caute nos oportere verſari, ne ambigua voce fallamur. Eſt et apud Snorronem (9) *Ragnwaldus Iarlus*, quem Iaroslaus rex Vladimiri filius ſummo in honore habuit.

(8) p. 676. (9) t. 1. p. 516. ſeq.

buit. Is cum Aldeigoburgo vrbe, *Iarls riki*, Ingigerdis reginae dotalitium tenuit, ex quo adhuc *Careliae* nomen mancre mihi videtur. A Snorrone nomen alias *Raugnwaldur* et *Roegnvald* effertur. (10) Ioannes Fridericus Peringskioldus dialecto Suedica expreſſit: *Ragnwald* et *Ragvald.* Notus *Rognvolodus* Eyſteini filius, *Rognvaldus* Einaris, *Rognvaldus* Bruſii filius et alii in Orcadenſibus Comitibus a ud Thormodum Torfaeum. Huius Rogvoldi Plocenſis filia, *Rogveda* a Chronographo Ruſſo vocatur, *Rozgnieda* a Stepennaiae knigae auctore. Habemus eum in modum in monumento Siltenſi apud Olaum Vormium (1) *Rotvidha.* Alioqui *Ragnhilda* Erici Iutlandiae regis filia, Erici Blodoxis regis Noruagorum mater ſatis nota: *Ragnilta* in monumento Trygveldenſi et Bildenſi. (2) Apud Igorem regem in exercitu fuere Varagi, cum aduerſus CPlin duceret. Legati Igoris in vrbem miſi memorantur, in quibus eſt Карла, quod quid aliud eſt, quam *Carolus*? frequens nomen ita, vt antiquum. In monumento Hobroenſi: (3) *Thurir lapidem hunc poſuit* (*vſti Karl gudoa*) *Carolo bono.* Eſt deinde Ингелдъ *Ingjeld. Ingialldus* Naumudaliae rex, *Ingialdus* Starkadi alumnus Daniae rex, *Ingialdus Trana*, omnes apud Snorronem. Tum Фарлофа *Farlof.* Apud Verelium *Farulf*, in monumento Froelandenſi *Herluf*: in Teutonicis credo *Fardulfus* et *Ferdulfus.* Porro Рулавъ *Rulaw*, frequentiſi-

(10) t. 1. p. 82. t. 1. p. 542. t. 11. p. 339. (1) p. 454. (2) Olaus Vormius in monumentis Danicis p. 112. 475. ſeq. (3) Olaus Vormius l. V. c. 3.

ſimum nomen, vt *Hrolf Langom ſpada*: Iarlus Noruegenſis et *Hrolf krake* rex, *Roſus Rollo* in Orcadenſibus Torfaei: Saxoni Grammatico *Roluo*. Eſt in legatis Anglay *Lidu*: vt *Lyd* epiſcopus Noruegiae (5) eſt Kapib *Carn*: vt *Karius* ille Islandus in Orcadibus. (6) Eſt þiapb *Riar*: vt *Hroar* ſeu *Ruar*, rex Daniae apud Thormodum Torfaeum et Gualtherum in hiſtoria Hrolfi Krakii a Torfaeo edita. Sunt denique in legatis *Truan*, *Ruald*, *Flelaw*, *Foſt*: Scandinauica omnia. Poſtquam illa a me ſcripta ſunt, multa in Peringskioldi Vplandicis ceterisque monumentis inueni, quae ad illuſtranda haec nomina pertinerent: at me iam ipſum faſtidium cepit, vt quid lectoribus meis futurum ſit iudicare queam. Vnum, ſed inſigne adiiciam nomen. Ruſſici annales ſub Iaroslao *Iacobum Varagum* celebrant. Is ſine dubio Ingegerdis reginae frater, Olai regis filius fuit. Nam de eo Snorro auctor eſt: (7) *alius etiam ex reginae thoro ei* (Olao regi Erici filio) *naſcebatur filius, ipſa feria S. Iacobi memoriae dicata: hunc, cum ſacri baptismatis ritu initiandus eſſet, Iacobum nominauit epiſcopus: quod omnino nomen auerſabantur Suiones, quod nemo vnquam Suionum regum ſic appellatus fuerat.* Suionum vero regum nemo? imo ne alterius quidem ſeu nobilis hominis ſeu plebii exemplum apud Snorronem exſtat. Neque tantummodo Iacobi, ſed omnia chriſtianae memoriae nomina, tamquam peregrina, penitus infrequentia in ſeptemtrione fuerunt.

(4) apud Vormium. p. 508. (5) Snorro t. II. p. 347. (6) Torfaeus in Orcadenſi hiſtoria p. 39. (7) tom. I. p. 502.

Hiſtoriographus ineditus tradit, Vladimirum Iaroslai filium ea in claſſe, in qua contra Conſtantinum Monomachum Imp. profectus eſt, magnam Varagorum multitudinem habuiſſe. Qui Varagi? nempe Cedrenus opinioni noſtrae congruenter tradit, ex Scandinauia fortes viros fuiſſe. (8) Dicitur ei Vladimirus προσεταγεισάμενος καὶ συμμαχικὸν ὲκ ὀλίγον ἀπὸ τῶν κατοικόντων εν ταῖς προσαρκτιαις τῦ Ωκεανῦ νήσοις ἐθνῶν, *ſibi aſſociaſſe etiam auxilia non exigua ex gentibus, quae in borealibus Oceani inſulis colunt.* Notum eſt, inſulam dici Scandinauiam peruetuſto errore. Item de Vladimiro Magno Ruſſici annales, eum ſaepe in exercitu ſuo magnam Varagorum multitudinem duxiſſe. Danos eos fuiſſe, Dithmarus Merſeburgenſis Vladimiri regis aequalis tradit, (9) qui id ipſum a Polonis et Bohemis cognoſcere poterat, vt multa veriſſime cognouit. *In hac ciuitate Kitawa* (lege *Kiaua*, quae *Kiouia* eſt) *populi ignota manus*, (ingens multitudo) *quae, ſicut omnis haec prouincia* (Ruſſia) *ex fugitiuorum ſeruorum robore confluentium et maxime Danorum, Pecineis* (Pacinacis) *multum ſe infeſtantibus, hactenus reſiſtebat.* Ne quem hic offendant *ſerui fugitiui.* Homo Germanus ſui et ſeculi et populi ingenio iudicabat et praeterea incommode loquebatur. *Seruos* dicebant lingua ſua Teutoni, qui pedibus ſtipendia mererent, quantumuis nobiles genere et gloria rerum geſtarum homines, voce nequaquam, vt Latinum *ſerui* nomen eſt, ignominioſo. At fugitiuos cenſe-

(8) p. 758. (9) Et ex Dithmaro Eggehardus Vragienſis ad A.C. 1018.

sebat eos, qui alio sub rege stipendia mererent, quod tum in Teutonis erat insolens, vt vel ex Dithmaro in Boleslai Poloni rebus cognoscitur, nisi aliunde nobis constaret. Alii Scandinauis Danisque mores et ea vel maxime quaerendae gloriae materia, si quis nobilis vir apud longinquos populos lauream sibi quaesiuisset.

Ex iis quae supra explicui, constitui potest, quae mens incerto auctori in vita Romani Lacapeni Imp. fuerit, (10) cum ὁι Ρῶς, inquit, ὁι καὶ Δρομῖται λεγόμενοι, ὁι ἐκ γένους τῶν Φράγγων καθίσαντες, *Russi, etiam Dromitae dicti, qui e Francorum genere sunt.* Sic etiam Symeon Logotheta. (1) De hoc loco dicam alias commodius. At genus hoc Francicum quo pertinet, nisi ad cognationem regiae domus cum Scandinauis, et ad illam multitudinem Normannorum, Suionum, Danorum, qui inter Russos in dignitatibus et exercitu fuere? Nam CPlitani, ex quo Franci caput extulerunt, totam Germaniam dixere Franciam. Quare Constantinus Porphyrogenneta: (2) Φραγγία ἡ καὶ Σαξια. Immo, quemadmodum Eggehardus Vragiensis (3) Germaniam extra fines suos vsque ad Tanaim profert, ita Franciam Graeci dicebant, quidquid ad occidentem imperii Byzantii erat. Liuthprandus Ticinensis: *residentibus nobis ad mensam*

(10) p. 262. (1) p. 465. et apud Anselmum Bandurium in Imperio Orientali t. 11. p. 33. (2) de administrando imperio p. 95. (3) p. 226. ed. Ecc.

(Imperator) *ex Francis, quo nomine tam Latinos, quam Teutonas comprehendit, ludum habuit.* Quae quidem cauſſa eſt, quamobrem adhuc apud Turcas plerique omnes Europaei افرنج *Efrengj* Franci nuncupentur. At Turcae ſe quoque Francos ab ſtirpe eſſe gloriantur. Non recens illa opinio eſt: nam auctor anonymus geſtorum dei per Francos, qui belli ſacri temporibus fuit: (4) *dicunt ſe eſſe de Francorum generatione et quia* (quod) *nullus homo naturaliter eſſe debet* (ſit) *miles, niſi Franci et illi* (Turcae.) Nimirum Turcae in Pannonia aliquanto tempore egerunt vicini Francis, vt alias ex Conſtantino Porphyrogenneta demonſtrabo: hinc, opinor, illa eorum gloriarum plena fabula. Quanto magis Francis accenſendi fuerunt Suiones, ceterique ſeptemtrionis populi, quorum ſermo a Francico non abhorrebat, facinora nihilo minora fuere. Quos cum viderent inter Ruſſos verſari, mirum non eſt, quod et ipſos Ruſſos nuncuparint Francos. Graecorum exemplo Hungari Ruſſos adhuc *Franciai nepec*, *Francicum genus* appellant. (5) Quid autem Lithuanis faciemus, qui Ruſſos *Gudas* vocant? (6) Quid? inquam, num *Gothos* dicunt? Quid contra Fennis hiſce noſtris et Eſthonibus fieri volumus, qui Suedos haud aliter vocant, quam *Roſalain*, *Ros populum*? Nempe haec alii loco magis conueniunt. At Liuthprandus Ticinenſis (7) *Ruſſios, quos*

(4) p. 7. (5) Albertus Molnar in dictionario Hungarico voce *Rusſi* (6) Conſtantinus Cziruidus in dictionario Lithuanico voce *Ruſſus*. (7) p. 92. 144.

quos alio nomine Nordmannos vocamus, et iterum, *gens quaedam eſt ſub aquilonis parte conſtituta, quam a qualitate corporis Graeci vocant Ruſſos, nos vero a poſitione loci vocamus Nordmannos, aquilonares homines.* Video Liuthprandum exiſtimare, nullam aliam cauſſam fuiſſe, cur Ruſſi a quibusdam dicerentur Nordmanni, quam quod ſub borea colerent, vt Gregorius Malatienſis (8) ممالك الامم الشمالية *regna gentium borealium recenſens, in iis etiam ponit* روس *Rus.* Attamen, ſi cum Nordmannico nomine memoriam hanc generis principum Ruſſicorum, ſtipendiariorum Normannicorum multitudinem, cetera conferamus, videtur eadem Liuthbrando nominis iſtius prodendi cauſſa exſtitiſſe, quae a nobis explicata eſt.

Iam, ſi Varagi e Scandinauia fuere, quae vis vocis ſit conſideremus. Olaus Verelius, (9) cum videret, Ioannem Magnum tradere, *Scandiam a nonnullis vocari Vergion*, et iſthuc vero interpretari, *luporum inſulam*, ita fatus eſt: *maior tamen in ea non eſt luporum copia, quam in ceteris Europae regionibus ſylueſtribus: et illud etiam hic obiter notandum, in veteri lingua non ſemper notare lupum, ſed praedonem etiam et hoſtem. Olai Trygvonidis ſaga: han var vargur i veum, hoc eſt, in ſacris latrocinia exercuit: inde Brennevargur, Kaxnauargur, de hominibus maleficis dicitur: exercuere quondam Scandiani continuam*

(8) p. 108. (9) Notis in *Herwarar ſaga* p. 19.

am fere piraticam, vnde Vargi et patria eorum Vargon vel Varghem dici potuere. Et quamquam vir ornatiſſimus doctiſſimusque in eo dubitat, annon potius Ioannes Magnus vitioso Plinii MS. vſus pro *Nerigon* ediderit *Vergion* (quod mihi ſit veroſimillimum) tamen colligit ſe ipse et ad priſtinam opinionem rediens, monet: (10) *cum Moscouitae* (Ruſſos puta eum dicere plebeio errore) *mare Balticum vocent mare Varegum, teſte Herberſteinio, credere quis poterit, et Sueoniam ab eis Varegum et Vergiam appellari.* Olaus Rudbequius (1) in Atlantica et de Ruſſorum Varegis et de vocis veriuerbio item vt Verelius ſenſit. Haud ita pridem Aruidus Moller, vir ampliſſimus, cum de Varegia (8) ageret, huic ſententiae adſenſum quidem praebuit, maluit tamen hoc nominis ex Eſthonia ipsa repetere et Fennia, quae praedonum Suedicorum excurſiones ſaepe ſenserit. Iſthic enim *Waras*, *furem* eſſe et *praedonem*; et *Warga-meri*, *praedonum mare.* Et hoc quidem ſic eſt: etiam Ruſſi *furem* Вор *Wor* dicunt. Teutonicae gentes huic vocabulo ſimilia habent, ſed magis latrocinandi ſignificatione, quae vim, quam furandi, quae fraudem continet. Apud Volfgangum Lazium veteri ſermone Teutonico, *Vuargur*, *latro*: Abrahamus Mylius (9) a *wurgen*, *necare*, *wurger.* Godofredus Guilielmus Leibnitius in

(10) In additamentis p. 192. (1) t. 1. p. 518. *de quo negotio* inquit, *cum ad Magnorum Ducum ſtirpem ex Sueonibus deducendam peruenerimus, plura in lucem daturi ſumus.* (8) in diſſertatione de Varegia (Wargön) Lundini 1731. p. 21. (9) In Archaeologo Teutone p. 171. (10) p. 145.

in Celticis,(10) *Vargi latrones Aruernis apud Sidonium, idem olim apud Germanos: piratae Normanni etiam Ruſsis dicti ſunt Varaegii. In lege Salica, Vargus eſt extorris, ciectus, qui hodie bannitus. Veriad Cambris etiam eſt latro apud Cambdenum.* Lex Salica:(1) *Si quis corpus iam ſepultum effoderit, aut exſpoliauerit, wargus fit, hoc eſt, expulſus de eodem pago.* Sic etiam in Ripuariis legibus Baluzii.(2)

Ne quis hoc loco ſummis viris turpitudinem nominis obiiciat. Suus cuique populo mos fuit: vetuſtis Scandinauis vt praedari honori eſſet, Graecis, vt et latrocinari. Honeſta haec nomina fuere et gloriae plena. Sed quia hoc nimis eſt antiquum et ſeptemtrionalia monumenta a reliquarum gentium eruditis non ita vt merita ſunt, tractantur, viſum eſt nobis rem illam paullo amplius explicandam eſſe, praeſertim, quod vel ſic per ſe ad hiſtoriam Ruthenicarum prouinciarum pertinet. Primum omnium ſatis conſtat, cum Scandinauiam omnem, tum Daniam, multa minora in regna priſcis temporibus diuiſam fuiſſe. In Noruagis primus Haraldus Pulchricomus, ceteris regulis deuictis, poſt praelium Hafursfiordense A. C. 875. monarchiae ſtatum ad poſteros ſtabilinit. Victi ſunt, Orcadalenſis rex vnus, Trundhemiae reges quatuor, Golardenſes duo, Raumdaliae borealis duo et deinceps alii: nam nomina regulorum omnium recenſendo

(1) t. 57. §. 5. (2) tit. 85. 2.

defatigor. Haraldus ad condendam monarchiam, exemplo tam Gormi Daniae regis, quam Erici Vpſalenſis excitatus eſt. (3) De Danis auctorem illorum temporum habeo S. Rembertum archiepiſcopum Hamburgenſem in vita S. Anſcharii. (4) Gualdo monachus Corbeienſis: (5)

Regibus interea Danis iungentibus arma,
Priuatus ſceptris Heroildus fraude paternis,
Supplex Auguſtum rex expetiit Ludouicum,
Eius vti per opem regni repararet honorem.

In *Knitlinſaga*, (6) recenſitis Daniae prouinciis: *omnes hae enumeratae prouinciae magnae et populoſae vnum hodie agnoſcunt regem Daniae: vt olim in multa regna erant diuiſae.* De regibus Suioniae Snorro Sturlaeus, quo viro omni in memoria grauior integriorque auctor, meo quidem ſenſu et iudicio non exſtitit, ſic habet, (7) *Reges Vpſalenſium abſoluta poteſtate in Suionia eminebant, cum reguli plures ibi dominarentur, ab eo videlicet tempore, quo Odinus in Suionia principatum tenebat: monarchae cum abſoluto imperio, vsque ad mortem Agni Vpſalae reſidebant: atque tum primum regnum inter fratres diuiſum eſt: poſt haec regnum principatusque inter ſtirpes, pro earum gradibus diſtribuebantur.* Primus Ingialdus Anundi filius, Vpſalenſis rex, aliquos eorum

(3) Snorro t. 1. p. 75. 76. (4) p. 54. ed. Fabr. confer Erici regis hiſtoriam Daniae p. 266. (5) p. 87. ed. Fabr. vbi pro *iungentibus arma*, vt legendem cenſeo, hoc nihili eſt, *in cunctibus*. (6) p. 36. ed. Vormii. (7) t. 1. p. 43. 45. 51. ſeq.

rum regum dolo oppreſſit, deinde alios quoque circumuentos ſuſtulit, numero in vniuerſum ad duodecim. Manſere tamen etiam poſtea quidam minores reges vsque ad Ericum, qui totius Suioniae regno potitus est. Hoc in ſtatu reges multis inter ſe diſſenſionibus agitati, atrocia bella geſſerunt, quibus indurata ſeptemtrionalium populorum fortitudo fuit, immo, vt dicam quod eſt, efferata. Quare congruenter ad veritatem dixit Olaus Verelius, (8) ea fuiſſe iſtius studia aeui, *vt armorum vſum ſaepius, quam cauſſam reſpicerent, neque pacem poſſent ferre.* Illo animo cum eſſent, neque tamen ſemper occaſionem cum vicinis digladiandi haberent, piraticam exercendo longinqua petierunt. Erat nauigandi opportunitas ſumma, non modo in littoribus maris Baltici et occidentalis, ſed etiam intra vniuerſam Scandinauiam in ſtagnis et lacubus, vt magis in ſalo victitarent, quam in agris. Idcirco in nauigationibus tantam artem et facultatem ſibi pepererunt, vt omni illo in aeuo qui cum his populis compararentur, eſſent nulli. Et quamquam Haraldum Pulchricomum primum omnium mirae magnitudinis draconem nauem exaedificaſſe inuenio, Olaum vero Tryguonidem in primis magnas moles excitaſſe, tamen omni tempore ſatis firma et opportuna nauigia habuere, quorum formam in ſaxis quoque ſpectamus, praecipue in eo, quod Ioannes Peringſkioldus (9) diligentiſſimus monumen-

Yy 2

(8) in Heruorar ſaga p. 47. (9) In Theoderici vita p. 493. confer Ohteri Halgelandenſis et Wulfſtani Hacthenſi nauigationes Saxonice et Latine editas ad calcem vitae Aelfridi regis. Ox. 1678.

mentorum patriae inueſtigator nobis pictum dedit. Si nauigationis laudem et fortitudinis gloriam quaeras, quod omni in Europa litus eſt, quis paene angulus, vt illius gloriae non ſit teſtis? Orcades autem, Scotia, Hibernia, Anglia, Francia, vim illam vel in primis ſenſerunt. Magnum iſthuc quidem eſſet opus, ſi quis omnes expeditiones perſequi vellet.

Apud Graecos priſcos latrocinari nihil erat aliud, quam militare. Pyrgopolinices more illorum veteri:

Videtur tempus eſſe, vt eamus ad forum,
Vt in tabellis quos conſignaui hic heri
Latrones, ibus dinumerem ſtipendium:
Nam rex Seleucus me opere orauit maxumo,
Vt ſibi latrones cogerem et conſcriberem.

Aut quemadmodum Periplectomenes: *an, quia latrocinamini, arbitramini, quiduis licere facere vobis*? De praedonibus Graecis non eſt neceſſe vt quidquam interſeramus. Eundem in modum apud Septentrionales fuit. Mos erat, vt alternis operam darent mercaturae et piraticae, (10) et vt

Confeſtim poſito furore Martis
Poſt piratica damna, deſtinaret
Plenas mercibus inſtitor carinas,

Abutar enim hoc loco Sidonii modulis. Hi piratae ſeſe

(10) Snorro t. 1. p. 263. 264. 274.

ſeſe vocabant *Wikingar*, vt ſaepe apud Snorronem (1) et nonnumquam *Cappar*. (2) In Eddae Islandicae ſecunda parte, *Kappar*, *Kiempur*, *Garpar*, vt Roeſenius conuertit, *heroum*, *athletarum*, *pugilum* mentio occurrit. Iidem apud Snorronem (3) dicti *Soekongar*, *reges maris*, nullo in terra dominio, perpetuo in mari regnantes. De iis S. Rembertus in vita S. Anſcharii. (4) Neque iſthuc quidem ſemper ſumma libertate: nonnumquam enim alienae potentiae deuincti fuere. Adamus Bremenſis: (5) *Lundonae in Sconia aurum eſt plurimum, quod raptu congeritur piratico: ipſi enim piratae, quos illi Withingos* (puto legendum, *Vikingos*) *appellant, noſtri Aſcommannos, regi Danico tributum ſoluunt, vt liceat eis praedam exercere a barbaris.* Neque omnes vero idonei ad piraticam exercendam ſunt viſi, cum, qui praeferox et immanis erat Egil, a fratre idcirco a praedandi ſocietate reiiceretur: *eum enim ingenio eſſe tali*, iudicabat, *vt apud exteras nationes haud conduceret.* (6) Vides, piratas non modo ferocitate ad vim faciendam habuiſſe opus, ſed etiam, vt occaſio ferebat, ingenio ad mercaturas. Quae enim alibi praedati fuerant, alibi vendebant. Non tantummodo naues inuadebant, ſed in litoribus excenſione facta circumiectos agros vicosque expilabant. Praedam Freio deo ferebant acceptam, *Frigi ſcod*, *Freii crumenam* appellantes, vt ex inſigni lapide demonſtrauit Olaus Verelius.

(1) Conf. Olaum Vormium in monumentis Danicis p. 268. 292. (2) Snorro t. 1. p. 27. 29. (3) p. 40. 41. (4) p. 57. 62. (5) p. 56 (6) Thormodus Torfaeus Hiſtoriae Norvagicae parte II. p. 153.

(7) Religioſi medius fidius homines, quorum ſacra et caeremonias in inſula quadam commemorauit Adamus Bremenſis. (8) Praedonum in numero non tantum priuati homines nulla publica auctoritate fuere, verum etiam reges regumque liberi. Ruderi filius in hiſtoria Runica Hialmari regis Biarmlandiae et Thulemarkiae, (9) *crebro*, inquit, *in piraticas expeditiones profectus, nominis ſui gloriam in tantum auxit, vt in omnibus annalibus, quibus rerum geſtarum memoriae deſcribebantur, laudari meruerit.* Narrat deinde, vt in Biarmlandiam cum quinque nauibus profectus omnia ferro atque igni vaſtauerit, praedaſque egerit, donec Vagmarus occurrit, qui tum rex iſtius regionis erat. Cum defuncto aliquo rege filius ſuccederet, mos erat, vt in ſolemni conuiuio compotantes maiorum ſuorum memoriae bene precarentur, ſimul vota facerent de piratica expeditione ſuſcipienda. (10) Sin quis priuatus ad haec latrocinia ſese accingeret, circa verem praeconis voce voluntarios excibat, vt Haraldus et Gudradus fratres apud Snorronem edicebant: (1) *ſibi animo propoſitum eſſe, aeſtate iam inſtante, piraticas ſuſcipere expeditiones in oceanum vel Balticum mare, prouti antea ſoliti fuerant.* Legebat deinde ſuos praefectos ſingulis in nauibus, qualis ille *Wikinga waardur* in Ioannis Peringſkioldi lapide fuit (2) Nec patriae finibus abſtinebant: quam ob cauſſam Haraldus Pulchricomus rex Norwegiae edicto vetuit, *ne quis patriae fines de-*

(7) Ad *Herwarar ſagu* p. 43. (8) p. 56. (9) ex edit. Georgii Hickeſii in Theſauro linguarum t. 11. p. 128. (10) Snorro t. 1, p. 245. confer. pag. 46. 48. (1) t. 1, p. 180. (2) l. c. p. 486.

depopularetur. (3) Nihilo minus Rolfo celebris pirata, cum ab (*Ausur vego*) *via seu expeditione orientali* rediret, Vikiam depraedatus est. Haraldus rex eam ob causam Rolfonem frequenti in concilio exulare iussit. Sub hoc Haraldo multi cum primis in Norvegia, qui libertatem dolebant amissam, piraticam instituere. Nonnulli tamen ad tuendos portus mercatusque suos, instructis nauibus praedones tantummodo depraedantes, tutum mare praestabant. Ita Thorsteinus Bele et Agantyrus post praelium commissum, inito foedere contra piratas classem adunarunt. Apud Olaum Verelium: (4) *ineunte vere classem triginta navium apparārunt, piraticamque in mari egerunt, et circa Suioniam* (*oc alt hit eystra falt*) *et omnia circum litora orientalia: egerunt autem, piratas et latrones occidendo, colonos autem et mercatores non attingendo.* Nescio cur Verelius *Curlandiam et Prussiam* potissimum explicet, cum, vt non negem, ea quoque litora defensa fuisse, tamen *orientalia litora* magis haec Esthonica vocari soleant, in quibus sedem totius mercaturae septentrionalis fuisse, alio in loco demonstrabo. Saepenumero, vbi excensionem aliquo in litore fecerant, opportuno loco condebant castella, quibus defensi, totam prouinciam excursionibus vexare, tum etiam, vt in Orcadibus et Anglia et Francia accidit, pedem figerent totaque regione potirentur. Pleni sunt huiusce memoria rei scriptores illorum temporum Saxones, Franci, Angli. Quare Thorgny-

(3) Snorro t. 1. p. 99. (4) In Heruorar saga p. 47.

gnyrus Iudex in comitiis Vpſalenſibus ad Olaum regem, Erici regis filium, apud Snorronem (5) de Erico Emundi filio rege, Olai proauo: *quod in vigore aetatis conſtitutus, militaribus expeditionibus vt plurimum intentus fuerit, ac quotannis peregre profectus, Finnland, Kyrialand, Eyſtland et Kurland (oc vyda um auſtur laund) et porro per Oſtrogardiam* (ſeu Ruſſiam, vel potius Eſthoniam interiorem) *in ſuam poteſtatem redegerit: cuius virtutis praeclara adhuc ſuperſint monumenta, caſtella regiaeque arces eximii operis.* Ita Thorgnyrus ab auo ſuo ſibi narrari recordabatur. Iam cum ſcriptores Ruſſi teſtantur ad A. C. 859. *Czudos* (ſeu Eſthonos et Fennos) *Slauonos et Kriuiczos Varagis tributa ſoluiſſe pro quolibet viro po bieloi vieverizy*, (6) hoc eo pertinet. Obſcurum plerisque, quod genus tributi fuerit. Docuit autem me magnus vir, quod eſſet verisſimum. Nam Ruſſicam vocem intercidiſſe oſtendit, conſeruatam in Polonica lingua, in qua *Wiewierka* adhuc *ſciurus* dicitur: eſſe deinde ſciuros alios albos, alios nigros, denique rufos, itaque mirum non eſſe, cum Hiſtoriographus Ruſſus adiecit *albos*. Idem Hiſtoriographus ad A. C. 862 ſcribit: *a Slauonis Varagos eſſe eiectos et tributum negatum, deinde per ciuiles turbas petitum a Varagis principem: Ruricum eum fuiſſe, qui cum fratribus Novogrodum venerit.*

Haec

(5) t. 1. p. 484. (6) по бѣлои вѣверице.

Haec igitur satis speciosa videri possunt: mihi tamen nominis illa notatio non satisfacit. Nam inauditum apud hos piratas nomen est Vargorum. *Vikingar* et *Kappar* et *Soecongar* dicti sunt, vt supra declaraui. *Vargicum* nomen poeticum magis est. Poetae nominibus animantium ferarum delectabantur, vt, cum nauem dicerent *dyr beſtiam*, et *baru beſtur*, *fluctuum equum*, quod, cum Eddae Islandicae pars altera refert, simul addit, omnia equorum cognomina etiam nauibus tribui. De militibus Haraldi Pulchricomi Hornklofus canens, ait: *quam plurima habuit arma*, *ſyluam* (*varga*) *lupis ſtrepentem*: (7) exercitum aut castra naualia *ſyluam*, milites nauales *lupos* dixit. Non autem probabile est, veteres Russos ex poetarum septemtrionalium carminibus fortissimorum virorum non sane frequens nomen aucupatos fuisse. Contra sit simillimum vero, ita illos vocitasse, vt sese ipsos appellare audiuerant. Sensit hoc iam amplissimus vir et ornatissimus, Arnuidus Moller: eō nomen Vargicum potius ab Esthonico *Waras* acceptum putauit. Quod, si ita est, ignominiae loco impositum fuit: neque enim Russorum moribus praedari gloriae fuit. Huius autem ignominiae quam caussam habuere Russi? Exempla protulimus, cum Varagos infestos sensere: eius generis vnum est praeterea et alterum. At vt amici et socii in bello, vt in officiis et dignitatibus, frequentissime citantur: Reges item suos ex eodem populo repetunt Russi. Et vetustum sane rerum

(7) Snorro c. 1. p. 98.

istarum auctorem habemus, aequalem Varagorum aetati, et Vladimiri Monomachi, aut qui ex aequali hauserit, Theodosium abbatem, quem bibliotheca Radziuiliana Regiomonte seruat, vnde ἀπόγραφον in Imperatoriam peruenit. Quae cum ita sint, aio, milites Suionas, Normannos, Danos, cum sub signis Russicis stipendia mererent, sese ipsos ita nuncupasse: Russos, adsuetos eorum nomine, cuius sententiam non videbant, omnes septemtrionales populos, vnde isti erant profecti, similiter appellasse Varagos. Scribunt autem sic, (8) vt potius pronunciandum sit nobis, *Variagi*. Hoc nomen est, quod in Snorrone multis locis occurrit, *Vaeringiar*, quasi *defensores et protectores*, *a waeria*, *defendere*, *vel potius a warda*, *seruare custodire*; vt Verelius iudicauit, (9) dicas. Ioannes Peringskioldus nitide explicuit, *praetorianos milites*. Plerisque autem in locis sermo est de iis, qui in Graecia apud Imperatores CPlitanos fuere: hi igitur sunt tot celebrati monumentis Βάραγγοι *Varangi*. Vt in Graecia sese ipsi vocarunt *Varangos*, honorifico nomine: ita iidem in Russia: nam ex Russia in Graeciam venerunt. Prima Varangorum memoria in Michaelis Paphlagonis Imp. rebus apud Cedrenum post A. C. 1034. Neque tum adhuc magno in honore fuere. Historiographus Russus ad A. M. 6488. A. C. 980. *Occiso Jaropolco, Varagi* (quos paullo ante dixerat Vladimirum ex

trans-

(8) Варяги. (9) In indice in Herrauds saga, voce Hirdmen.

transmarinis locis ad ius ſuum defendendum adduxiſſe) *nouas res moliuntur, poſtulantes pro ſingulis incolarum duos Griuenos, eo quod ipſorum opera vrbem cepiſſet: Vladimirus primum vnius menſis moram impetrat, donec cuniculos collegiſſet et cum poſthac non haberet, vnde ſolueret, iter in Graeciam ad ſeruitia Graeci Imperatoris poſtulantibus, id permiſit et meliores ex iis per vrbes diſtribuit, reliquis itineris licentiam dedit, legatis ante ad Imperatorem miſſis, quibus eum monebat, vt, ſi vellet rebelliones eorum cauere, illos reciperet quidem: ſed per diuerſas vrbes diſpergeret, redire vero nullum ſineret.* Ex Vladimiri conſilio Varangis accidiſſe video. Nam Michael Paphlago, vt Cedrenus teſtatur, (10) per Thracenſium prouinciam diſperſos habuit Varangos. Idem in Conſtantino Monomacho, (1) Michaelem Acoluthum in Iberiam miſſum tradit, vt τὰς διεσπαρμένους ἐν τῇ Χαλδίᾳ καὶ Ἰβηρίᾳ Βαράγγους ἀγαγῇ, *diſperſos per Chaldiam et Iberiam Varangos adduceret.* Ioannes Curopalata (2) ſub hoc Conſtantino: σίφος στρατιωτικὸν, Βαράγγους αὐτοὺς ἡ καινὴ ὀνομάζει διάλεκτος. *manus militaris: Varangos vulgus vocat.* Poſt autem officiis et fide commeruerunt, vt in palatium allecti, cuſtodiam corporis Imperatorii ſuſciperent. (3) Nicephoro Botaniatae Imp. fidiſſimi fuere, cum Alexius Comnenus CPlin obſideret. Quare apud Annam Comnenam Alexii Imp. filiam (4) conſiliarii regii: οἱ δέ γε ἐπὶ τῶν ὤμων τὰ ξίφη καθαίνοντες, πάτριον παράδοσιν καὶ ὅτον παρακαταθήκην

Zz 2

(10) t. II. p. 735. (1) t. II. p. 789. p. (2) 808. (3) Scylitzes p. 864. (4) p. 62.

κην τινὰ καὶ κλῆρον τὴν εἰς τὺς Αὐτοκράτορας πίσιν καὶ τὴν τῶν σωμάτων αὐτῶν φυλακὴν ἄλλος ἐξ ἄλλυ διαδεχόμενοι, τὴν πρὸς αὐτὸν πίσιν ἀκεράδαντον διατηρῦσι, καὶ ὐδὲ ψιλὸν πάντως ἀνέξονται περὶ προδοσίας λόγον. *Varangi qui ſuper humeris ſecures ſuſpendunt, a parentibus quaſi depoſitum et haereditatem acceperunt fidem in Imperatores et cuſtodiam corporis: fidem, quam veluti alius ab alio traditam manu accepit, incorruptam ſeruant, et ne quidem tenuem ferent de proditione mentionem.* Fuere deinceps Alexio Comneno Imp. vtiliſſimi bello Francico. (5) Codinus in officiis aulae CPlitanae (6) et ad portas ſacri cubiculi excubaſſe tradit et in triclinio. Stationem habuere in Excubitis (6) et quoties Imperator aliquam in vrbem concederet, claues portarum illius vrbis Varangorum in manibus fuerunt. (7) Firmiſſima ſuſpectorum cuſtodia ſub Varangis, vt Vecci Chartophylacis apud Georgium Pachymerem. (8) Denique theſauros quoque cuſtodiebant, ex quibus ne Palaeologum quidem, tutorem Laſcaris Imp. et magnum Ducem, efferre aliquid paſſi ſunt, niſi ceteris tutoribus conſciis et praeſentibus. (9)

Hos Varangos Iacobus Gretſerus ad Codinum *quaſi Francos*, dici autumauit: in quo facete ad Ioannem Curopalatam Iacobus Goar, (10) *at quaſi diuinat Gretſerus.* Quid Goar? is vero quaſi nimis incaute adſentitur Graecis: Anglos enim edi-

dit

(5) Anna Comnena p. 115. (6) p. 65. (6) Zonaras Tomo II. p. 308. ſequ. (7) Cantacuzenus in hiſtoria CPlitana l. II. c. 13. (8) p. 257. (9) Pachymeres in Michaele Palaeologo p. 41. (10) p. 58.

dit ab ſtirpe. Francos non fuiſſe, concedo: Graeci enim a Francicorum corpore ſtipendiariorum, quos Anna Comnena Νεμίτζους Sclauonico vocabulo nuncupauit, ſi vim vocis videas, *homines ſermonis peregrini, vt intelligi nequeant*, καὶ αὐτὸ τοῦτο, βαρβάρους, a Francis igitur Varangos diligenter atque ſaepius diſtinxerunt auctores Graeci, vtpote qui ſuis ſub ducibus et ſignis militarent. (1) Econtrario non poſſum inficiari, exſtare magno numero Graecos, qui eos Anglis accenſeant. Ioannes Cinnamus: (2) ἔθνος δ'ἐστὶ τοῦτο Βρεταννικὸν Βασιλεῦσι Ρωμαίων δουλεῦον ἀνέκαθεν, *gens eſt Britannica a multis temporibus Romanis ſeruiens Imperatoribus.* Sic Bryennius Caeſar, (3) ſic Nicetas Choniata, (4) ſic credo Georgius Pachymeres, (5) qui eos fere Celtas vocat. Codinus: (6) *ad menſam Imperatoris* πολυχρονίζουσι οἱ Βαράγγοι κατὰ τὴν πάτριον γλῶσσαν αὐτῶν, ἤτοι Ιγκληνιστὶ, τὰς πελέκεις αὐτῶν συγκρούντες κτύπον ἀποτελοῦνται, *multos annos precantur Varangi patrio ſermone, ſeu Anglice, ſecures ſuas concutientes ſtrepitum edunt.* Anna Comnena (7) autem cum Varangos ex Thule fuiſſe tradit, incertum reliquit, quam Thulen dicat. Nam veteres eius nomine inſulae imperitius ſunt vſi, ſicuti teſſerae addixerunt. Modo illis Scandinauia eſt integra, modo Noruagia tantum, aliis Anglia, aut Orcadum vna. Credo

(1) Scylitzes p. 823. alii. (2) l. 1. p. 4. (3) l. 1. c. 20. (4) In Iſaacio Angelo p. 267. (5) l. c. 41. 257. id. in Andronico p. 45. Ἐρρῆς ἐξ Ἐγκλίνων *Ericus ex Anglis.* (6) p. 90. (7) p. 62.

tamen Angliam dicere voluiſſe Comnenam. Gratanter hoc accepit Vilermus Malmesburienſis. (8) Et Goar quidem hanc vocem in Baronibus Anglis inueniſſe ſibi eſt viſus. *Baranagium*, inquit, *ſeu Varnagium, procerum regni ſenatus et coetus, vulgo Parlamentum: a cuius nobilitate ſtipendiarii Graecorum Angli, vanam titulorum libidinem Graecanico more ſectati, nomen ſibi* Βαράγγων *in curia CPlitana finxerunt et adoptarunt.* Iſti quaſi barones mihi nihilo magis placent, quam Gretſeri quaſi Franci Goaro. Henricus Spelmannus a Saxonico *farian, imprecari, execrari*, vnde *waringe, maledictio, Varangos* vocatos autumat. Non potuit quidquam tamen de Anglis perſuaderi Carolo de Fraxinis: Villhardino ſuo magis aſſenſus eſt, Varangos ex Britannia quidem fuiſſe, at Danos potius, quam vel Saxonas vel Anglos: qua in opinione conſentientem habuit Ordericum Vitalem. Locus eſt memorabilis in Alberto Aquenſi (9) de Alexio Imp. *Is Turcopolos Pincenarios* (Picenacios ſeu Pazinacitas) *Comanitas, Bulgaros arcu doctos et ſagitta, Danaosque* (Danos) *bipennium armatura dimicare peritiſſimos, Gallos* (Francos) *exules, exercitum ſimul conductitium populum diuerſi generis contraxit.* Et Saxo Grammaticus (10) cum de Erici Ejiegod regis profectione CPlitana agit: *inter ceteros, qui CPlitanae vrbis ſtipendia merentur, Danicae vocis homines primum militiae gradum*

(8) De geſtis Anglorum l. II. c. 13. (9) l. IV. p. 253. (10) p 227.

dum obtinent, eorumque cuſtodia rex ſalutem ſuam vallare conſueuit. Itaque cum ad CPlin adeſſet, Varangi ab Imperatore poteſtatem adeundi regis ſui impetrarunt, quos Ericus graui oratione ad fidem et virtutem et frugalitatem colendam hortatus, magnae admirationi fuit Graecis. Equidem non nego, Danos fuiſſe Varangos, ſi mihi quis concedat, eorum in numero frequentes exſtitiſſe et Suionas et Noruagos Guilielmus de Rubruquis, cum A. 1253. praeter Cherſonis Climata nauigaret, quae cuſtellis erant frequentibus munita, *iſthic*, inquit *erant multi Gothi, quorum idioma eſt Teutonicum.* Hoc a nobis Snorro Sturlaeus, pro ſua grauitate et fide, qua Saxonem multimodis exſuperat, hoc tot monumenta veteris aeui, ipſi denique lapides poſtulant, quos vel ex Bureanis ſchedis inſpeximus, vel ex Peringskioldorum operibus. Illa autem ſecurium Varangicarum memoria, quam ſupra produximus, e veteris codicis membranacei pictura, quam ad Oddonis Monachi Olaum Tryguonidem Verelius edidit, (1) aliisque monumentis Scandinauicis eximie illuſtrari poteſt. Theodoricus Monachus de Noruegorum et Danorum profectione Hieroſolymitana et CPlitana: (2) *peractis igitur omnibus, quorum gratia viatores noſtri aduenerant, cum honore recedunt, obſequium ſibi parantibus nobiliſſimis regis curialibus, qui dicuntur Varingae.* Ex Snorrone vnum locum adferam, (3) cum tradit Haral-

(1) Ett ſtycke af Konung Olaf Tryggiaſons ſaga, Vpſalae 1665. (2) c. 27. (3) t. 11. p. 55. ſeq.

raldum Sigurdi filium ad Iaroslaum regem Russiae adiisse, ab eo autem rege, cum Eilifo Rognualdi Iarli filio, *satellitibus suis praefectum, qui regni limites tutabantur* : inde Haraldum petiisse CPlin et a Varangis ducem esse lectum. Nolo hoc loco plura exempla producere ex Snorrone, in quibus sunt insignia, quae de Sigurdo Karlshufud et Olao Tryguonide traduntur, qui et apud Valdemarum regem et apud *Allogiam* reginam, hoc est, apud S. Olgam multum potuere. Nam haec quibusdam chronologicis difficultatibus laborant, quas alio tempore dissoluam.

Quid nunc est adeo quod quemquam in nostra Varagorum nominis notatione offendat? nisi quod *Vaeringur* Scandinauicum aliquid in sono abhorrens ab altero habere videbitur. Nempe nihil eius est. Primum Scandinauos tum quidem non *Vaeringur* sed *Varangur* sese appellasse, Graecorum illa in voce constantissima consensio, vt nobis persuadeamus, postulat. Sed illud *n* cum *g* septemtrionales inter pronunciandum saepenumero eiiciebant. Id in nomine *Ingar* et *Inguar* supra obseruauimus. In lapide, quem ad vitam Theodorici regis Peringskioldus protulit. (4) inuenio *Iggur* nomen alioqui Odini in secunda parte Eddae Snorronianae. In codice argenteo *Figgr*, *briggan* et his similia obseruata sunt Ioanni Georgio Vuachtero, (5) qui *Fingr* et *bringen* pro-

(4) p. 473. (5) Miscell. Berolin. Contin. prima p. 42.

pronunciata putat, more Graecorum. Non nego voces eas ipsas esse, quas insignis doctrinae vir indicauit: concedo auctorem huius versionis ita etiam has voces pronuntiasse, vt essent *fingr* et *bringen*: credo autem eius aetate etiam elisо *n* reuera dictum fuisse *figr* seu *figgr* et *brigen* seu *briggen*. Et ne Graecorum quidem illam legem constantem fuisse, vel Aristophanis τιὸ τίγξ demonstrare potest. Nisi *tio tigx* pronuncies, nihil ad philomelae cantum illa in voce fuit. Igitur pro *Ingur* septemtrionales etiam dixere *Iggur* et *Igur* quod mihi magis probatur, quam Ioannis Schefferi de hoc nomine opinio, *Iggur* esse *Vigur*. (6) Sic *Ingerdis* est in monumento Hallelandensi *Igerdi*. (7) Sic *Aggathir* et *Angathir*, *Iggue* et *Ingue*, quod Olaus Rudbeckius in Atlantica (8) obseruauit. Sic *Ingibiaern* in runis et *Iggibirn*, *Ingefaſt* et *Iggifaſtr*, *Ragnwald* et *Ragvald*. Hunc igitur in modum *Varangi Varaggi*, et *Varagi* dici potuere. Sed multo magis hoc licuit Ruthenico populo, qui etiamnum ab *ng*, quo ceterae gentes Slauicae vtuntur, abhorrens, multis in vocibus *g* tantummodo pronunciat.

(6) in Vpsalia p. 76. (7) apud Olaum Vormium p. 509. (8) p. 19.

OBSERVATIONES
ASTRONOMICÆ
ET
PHYSICÆ
IN RVSSIA
INSTITVTAE.

OBSERVATIO DEFECTVS LVNAE

HABITA AB IO. POLENO (TVBO OPTICO OPTIMAE NOTAE, LONGO PEDES PARISIENSES SEPTEM) KAL. DECEMB. cIↃIↃCCXXXII. PATAVII.

HVnc Defectum praeceſſit hic perturbatio aeris, ac variatio eiusmodi, vt indicanda eſſe videatur. Tantillum ninxit mane: deinde ſudum apparuit coelum: duabus ante meridiem horis, coelum erat nubibus obductum: meridie vero coelum iterum ſudum: poſtea nubes aliae: duabus circiter a meridie horis vehemens auſtralis ventus, Cum adueſperaſceret, ceſſante auſtrali illo, nouus a Septentrionibus debilior, ſed frigidiſſimus ventus flare coepit; qui tota nocte algidum, praeter anni tempeſtatem, reddidit aerem.

Temp. H.	′	′′	*Appar.*
8	43	50	Penumbra diluta.
8	46	0	Penumbra denſior.
8	48	56	Vmbra ad Lunae limbum.
8	49	58	Attingit Grimaldum.
8	51	40	Attingit Gaſſendum.
8	59	49	Attingit Kepplerum.
9	2	48	Tegit totum Mare Humorum.
9	6	0	Attingit Copernicum.
9	8	33	Tegit totum Copernicum.

Temp. Appar. H. ′ ″	
9 9 12	Tegit Pitatum.
9 11 26	Attingit Tychonem.
9 22 5	Tegit Platonem.
9 27 10	Attingit Plinium.
9 30 0	Tegit Eudoxum.
9 39 23	Attingit Mare Criſium.
9 46 46	Totalis Imerſio.

Limborum Lunae obſcuratio collata cum mediarum partium obſcuratione, non prorſus eadem ſemper apparuit: vbi vero medium vmbroſi coni Luna attingit, tantillo minus obſcura viſa eſt: fortaſſis quia plures ab omni Atmoſphaere parte refracti, et ad coni axem tendentes radii, confertiores tunc in Lunam impingerent.

Temp. Appar. H. ′ ″	
11 24 0	Lux pura in Lunae margine.
11 28 48	Grimaldus extra vmbram.
11 35 20	Gaſſendus extra vmbram.
11 35 50	Medium Mare Humorum diſcoopertum.
11 43 18	Copernicus emergere coepit.
11 48 10	Pitatus extra vmbram.
11 48 40	Tycho iam emerſit.
11 49 40	Plato emergit totus.
12 21 47	Mare Criſium integrum apparet.
12 24 38	Finis verus: prout reputatum eſt.

Duratio totius Defectus Lunae H. 3. 35′. 42″.

CON-

CONTINVATA RELATIO ECLIPSIVM SATELLITVM IOVIS PETROPOLI OBSERVATARVM A I. N. DE L'ISLE.

1731. N. St. die	temp. ver. H	′	″	
Dec. 6	17	3	5	Immerſio primi, difficulter tubo Catadioptrico obſeruata. Tempus vero duobus horologiis definitum.
1732 Ianuar. 4.	13	30	56	Immerſio Secundi tubo Newtoniano obſeruata, dubia eſt intra ſpatium aliquot ſecundorum. Iupiter non ſatis clare conſpiciebatur, paulo ſupra horizontem eleuatus. Tempus verum conſensu duorum horologiorum conſtabat.
9	18	33	7	Immerſio Quarti, tubo Catadioptrico, Coelo non admodum ſereno. Tempus verum duobus horologiis definitum.
	20	25	0	Prouecto iam die, caeteri ſatellites ſe oculis ſubduxerant, eodem tubo tamen Quarti Satellitis Emerſio nondum obſeruata eſt.

Ad-

Febr.	22.	13	25	34	Adhuc Primus Satelles proximus immerſioni conſpiciebatur, cum nebula Iouem oculis eripiebat.
		13	26	34	Iupiter iterum apparebat quidem, ſed Satelles tubo catadioptrico amplius non conſpiciebatur, et tempus verum duobus conſtabat horologiis.
Mart.	8.	8	22	20	Immerſio tertii tubo Newtoniano, ventus obſeruationem tantiſper impediebat. Tempus verum duobus horologiis definitum.
		8	46	23	Emerſio primi tubo Catadioptrico dubia intra pauca ſecunda propter vicinitatem Satellitis a Ioue.
April.	13.	7	20	30	Statim poſt Solis occaſum cum Iupiter ſe oculis conſpiciendum praeberet tertius Satelles per tubum newtonianum non ſolum vmbram plane reliquerat. Sed etiam plenoſplendore fulgebat.
	20	11	6	52	Emerſio tertii tubo Catadioptrico coelo ſereno.
	27	15	13		Tertius Satelles forte plurium minutorum ſpatio

ex

				vmbra emerſus erat, quoniam tam clara luce quam coeteri fulgebat. Obſeruatio facta tubo Catadioptrico, obſtante nebula, Ioue paululum ſupra horizontem eleuato, et magno crepuſculo adhuc durante.
Maio	10	12	55 54	Emerſio primi, Coelo ſereno, tubo Catadioptrico facta. Obſeruatio certa.
	26	11	14 5	Emerſio primi tubo 13 pedum, nubibus obſtantibus,
Dec.	24	18	4 30	Immerſio primi tubo 13
1733.				pedum. bona.
Feb.	22	13	9 32	Emerſio tertii tubo Catadioptrico. Iupiter horizonti proximus non diſtincte apparebat.
Mart.	9	13	46 51	Immerſio Secundi, tubo 13 pedum.
	12	14	39 23	Immerſio primi tubo catadioptrico.
	19	16	34 26	Primus Satelles vmbrae Iouis ſe immergens tubo Newtoniano non amplius apparebat. Ceterum nebula obſtabat quominus diminutio eius more ſolito conſpiceretur.

	21	11	2	27	Immersio primi dubia. Ioue horizonti vicino et a nebula aliquando tecto.
	28	12	59	46	Immersio primi tubo Newtoniano.
Apr.	4	14	55	38	Immersio primi tubo catadioptrico. Tempus verum vnico horologio definitum.
	6	12	9	46	Immersio tertii tubo Newtoniano.
	13	11	19	50	Immersio primi tubo newtoniano.
	28	10	32	34	Emersio secundi tubo catadioptrico. Obseruatio difficilis propter vicinitatem Iouis et Satellitis, luna quoque plena duobus tantum gradibus a Ioue distante.
Maio	5	13	6	0	Emersio Secundi tubo catadioptrico.
	6	13	44	17	Emersio primi eodem tubo.
	15	10	7	50	Emersio primi tuboNewtoniano.
			8	2	Tubo 13 pedum.
	30	10	4	16	Emersio Secundi tubo Catadioptrico.
			4	39	Tubo 13 pedum.

Emer-

Iun.	6.	12	39	35	Emerſio ſecundi tubo 13 pedum. Iupiter non procul ab horizonte remotus erat, et crepuſculum magnum.
	7	10	19	7	Emerſio primi tubo newtoniano.
			19	15	Tubo 13 pedum
	30	10	28	46	Emerſio primi tubo catadioptrico et crepuſculo obſtante.
1734.					
Martt.	10	14	56	31	Immerſio Secundi tubo 23 pedum. Ioue non admodum ſupra horizontem eleuato ſatellites haud diſtincte apparebant.
Iun.	26	11	23	33	Emerſio primi tubo catadioptrico.
			23	47	Tubo 23 pedum. Ventus oſtabat.
Iulii	2	11	0	25	Emerſio Secundi tubo Newtoniano.
			0	44	Tubo 23 pedum.

Crepuſculum magnum.

OBSERVATIO LONGITVDINIS PENDVLI SIMPLICIS FACTA ARCHANGELOPOLI

A

LVDOVICO DE LISLE DE LA CROYERE REFERENTE IOS. NIC. DEL'ISLE

QUas frater meus in itinere ſuo Archangelopolim verſus fecerat obſeruationes Aſtronomicas, longitudinem et latitudinem praecipuorum locorum Gubernici Archangelopolitani concernentes, eae tomo III Commentariorum Academiae pro anno 1728 publice propoſitae ſunt. Aliis obſeruationibus Aſtronomicis et Phyſicis ab eo peractis tomis ſequentibus dicatis. Ceterum cum editio tomi IV Commentariorum in hunc uſque diem differretur, quo frater meus Jam dudum nouum iter Iuſſu Imperatoriae Majeſtatis per totum Imperii Ruſſici tractum Kamtſchatkam uſque inſe ſuscepiſſet ut ibidem ſimiles obſeruationes Aſtronomicas haberet, obſtrictum me video ejus nomine relationem caeterarum obſervationum Aſtronomicarum et Phyſicarum in primoitinere factarum cum publico communicare. Initio referam obſeruationem longitudinis penduli ſimplicis, quae admodum curioſa et forſan unica eſt quae in hunc uſque diem in tantâ poli vicinitate inſtituta eſt; quae per conſequens inſeruire poterit confirmationi opinionis de augmentatione Longitudinis penduli ſimplicis polo propius admoti.

Fra-

Frater meus ante abitum ſuum regulam ferream cujus longitudo tres pedes cum dimidio, latitudo pollicem cum tribus partibus quartis, et craſſitudo quartam pollicis partem aequabat. Aciei hujus regulae optime fabrefactae inſertae erant minutae quaedam cupri particulae in quibus per ductus leuisſimos longitudo dimidiae perticae Gallicae ſiue 3 pedum Gallicorum, nec non longitudo penduli ſimplicis Pariſiis obſeruatae, ſcilicet 3 ped. $8\frac{1}{2}$ lineae exaratae erant.

Ad menſuras haſce obtinendas adhibuimus pedem Gallicum, ante diſceſſum noſtrum e Gallia, cum genuino pede Regio, ad cujus normam obſeruationes Pariſienſes inſtitutae ſunt, et qui ſollicite in obſeruatorio regio ſeruatur, comparatum.

Sphaerula aenea qua frater meus uſus eſt habebat diametrum $14\frac{1}{2}$ lienearum et erat perfecte Sphaerica, in ejus extremitate annulus qui paululum a ſuperficie globuli diſtabat affixus erat. Huic ſphaerulae circulus leuisſimo ductu circumſcriptus erat, cujus polus in medio annuli haerebat, ex hoc circulo ſitus centri ſphaerulae cognoſcitur, inſeruit que menſurando facilius diſtantiam hujus centri a puncto ſuſpenſionis nulla habita ratione diametri ſphaerulae.

Filum quo ſphaerula appenſa et cum illa pendulum ſimplex conſtituit vulgo Gallice appellatur

(*fil de Pite*) seu filum cannabinum, et paratur ex Aloe. At praefertur hoc filum his in obſervationibus omnibus filis ſericis, quippe quae e pluribus filis tortis conſtant, ac proinde efficiunt ut ponduſculum iis appenſum ſaepius circumuoluatur et longitudo penduli, tempore quo oſcillationes eius obſeruantur, varietur. Quo autem facilius filum penduli produci aut contrahi poſſit, vtque longitudo ſemel determinata conſeruaretur, faciendam curauimus forcipem ex Aurichalco quae ope cochleae aperiri et claudi poteſt. Supra forcipem illam axis breuis cylindricus ex aurichalco confectus in ſitu horizontali poſitus eſt, qui circa ſe ipſum circumuolui poteſt, cuiusque axis ſuperficiei filum ab vna ſui extremitate appenſum eſt; hinc voluendo hunc axim pro lubitu filum circumductum contrahitur aut producitur, longitudineque qnaeſita obtenta forceps cuius pars inferior valde acuminata eſt, clauditur, huiusque beneficio punctum ſuſpenſionis inuariatum et probe diſtinctum manet.

Tota illa machina ſuſpendendo pendulo inſeruiens ligno cuidam infixa, quod variis iterum ferreis cochleis inſtructum vt omnia eo firmius muro conclauis s. loci in quo obſeruatio illa inſtituenda eſt affingi poſſint, quae quidem conclauia ſollicite claudenda et ab agitatione aeris exterioris defendenda ſunt. Notum eſt inſuper quod magno horologio pendulo inſtructo quod minuta ſecunda monſtret opus ſit, et quod tempori ſolari medio

accommodatum ſit, aut ad minimum cognoſcatur quantum acceleret vnius diei ſpatio ſupra motum medium, vel ab eo deficiat, id quod ſolummodo ope plurium obſeruationum accuratarum ſolis aute fixarum per plurimos dies inſtitutarum, definiri poteſt, ſiquidem exinde cognoſcitur an motus horologii oſcillatorii vniformis manſerit interuallo harum obſeruationum.

Horologium illud oſcillatorium quod adhibetur in vicinia penduli ſimplicis poſitum eſſe debet, vt eo facilius et accuratius cum illo comparari poſſit. Tempus his obſeruationibus inſtituendis commodum eſt vernum et autumnale, ſiquidem his tempeſtatibus aeris temperies media eſt, vnde variatio longitudinis menſurae adhibendae euitari poteſt, namque conſtat corpora quaecumque ſolida contrahi per frigus et expandi per calorem. Menſis igitur Maius et Iunius potiſſimum ſeligendi ſunt eum in finem, ſiquidem tunc temporis coelum vt plurimum ſerenum commode inſeruire poterit horologio oſcillatorio tempori medio accommodando.

Omnes iſtae cautelae plane neceſſariae circa obſeruationes tam ſubtiles et exquiſitas, qualis eſt longitudo penduli ſimplicis, obſtiterunt quominus frater meus iſtas Kilduni aut Colae (in locis ſcilicet borealioribus quo in itinere ſuo peruenit et vbi illas facere perquam optaſſet) inſtitueret.

Haec

Haec obſeruatio ergo ſolum Archangelopoli menſe Aprili anni 1728. cum omnibus conditionibus requiſitis ab ipſo fieri potuit. Siquidem ibi inuenit domum bene clauſam, et coelum per plurimos dies ſerenum ipſi inſeruiebat vt accuratius cognoſceret quaenam intereſſet differentia inter motum horologii oſcillatorii et motum medium ſolis, et determinare valebat regularitatem motus horologii ſpatio 15 dierum, quo ſaepenumero oſcillationes penduli ſimplicis cum vibrationibus horologii comparabat.

Horologium a fratre meo in his comparationibus adhibitum pure Hugenianum eſt, eta ſuo autore in tractatu de horologio oſcillatorio deſcriptum. Talia et enim horologia bono cum ſucceſſu in Obſeruatorio Regio Pariſienſi etiam num adhibentur, et multum praeſtant horologiis conſtructionis diſparis ac recentioris, quorum vibrationes ope fuſi cuiusdam (gallice *roch et* dicti) peraguntur, quaeque minus commode obſeruationibus aſtronomicis praeſertim in itinere adhiberi poſſunt.

Poſtquam itaque frater meus durante toto menſe aprilis multas altitudines ſolis reſpondentes horis matutinis et Veſpertinis quadrante ſuo adhibito hoc horologio obſeruaſſet, et ex his altitudinibus aequalibus momentum meridiei et mediae noctis ab horologio monſtrandum, correctione neceſſaria facta pro variatione declinationis intra horas obſeruationum, certior factus eſt motum horologii oſcillatorii ſatis aequabilem fuiſſe et 15 ſecundis horariis 8 horarum ſpatio a motu medio defeciſſe.

Interea dum hae peragerentur frater meus praeparauerat pendulum ſimplex, cui longitudinem praeciſe eandem

dem quam Lutetiae Parisiorum scil. 3 pedum $8\frac{1}{2}$ linearum dederat, obseruatis quotidie iteratis vicibus quantum vibrationes penduli simplicis accelerarent vel deficerent ab horologii oscillatorii vibrationum numero determinato, quidem qui poterat maximus adhibebatur antea quam pendulum semel agitatum moueri cessaret.

Mouendo pendulum simplex curauit vt vibrationes quam minimae fierent, quod tamen non obstitit quominus per horae dimidium, aut tres quadrantes, imo per integram horam vibrationes numerare posset, antequam motus penduli finiretur: his ita dispositis experientia didicit vibrationes penduli simplicis semper superare numerum vibrationum Horologii oscillatorii, quae quantitas quandoque minor quandoque maior reperiebatur, ex parte e difficultatevibrationes tam exiguas numerandi oriunda.

En tibi obseruationes de quarum certitudine ipsi omnium maxime constabat 20. aprilis vibrationes penduli simplicis 48 minutorum primorum spatio, tribus tantum minutis secundis, supra oscillationes horologii accelerabant, id quod 8 horis, 30 minuta secunda efficit. Sed tum temporis horologium oscillatorium 8 horarum spatio deficiebat 15 minutis secundis a motu medio Solari et per consequens vibrationes penduli simplicis hoc interuallo 8 horarum accelerabant 15 minutis secundis super pendulummotui medio solis accommodatum.

25. Aprilis 34 minutis primis pendulum simplex accelerabat 2 secundis horariis. 26 aprilis autem tribus minutis secundis 52 minutorum primorum spatio.

Ex his obseruationibus diuersis proueniunt 28 minuta secunda pro spatio 8 horarum, sed tum temporis horologium oscillatorium deficiebat 15 minutis secundis cum semisse a motu medio solis, proinde pendulum a fratre adhibitum acceleraſſet saltem 12 secundis cum semisse spatio 8 horarum cum die vigesimo a prilis 15 minutis secundis acceleraſſet.

No-

Nolo omnium obſeruationum eodem menſe factarum mentionem iniicere ſiquidem acceleratio inde deducta 8 horarum ſpatio non maior eſt 15 minutis ſecundis, nec minor $12\frac{1}{2}$ minutis ſecundis; hinc iſti ex obſeruationibus eliciti termini ſolummodo inſeruire debent ſupputationi longitudinis penduli.

Longitudinem penduli ſimplicis conſtat eſſe in ratione inuerſa radicum quadratarum numeri oſcillationum tempore aequali peractarum. Pendulum quo frater vtebatur erat 3 pedum $8\frac{1}{2}$ linearum, vel quod idem $440.\frac{500}{1000}$ pendulum iſtud dabat 28815. vel $28812\frac{1}{2}$ vibrationes eo tempore, quo horologium oſcillatorium motui medio ſolis accommodatum ſaltem 28800 (qui eſt numerus minutorum ſecundorum quae continentur in 8 horis) hinc longitudo penduli ſimplicis quae minuta ſecunda Archangelopoli oſcillando dediſſet, fuiſſet ad longitudinem penduli ſimplicis Pariſiis in ratione radicum quadratarum 28800 ad 28815 vel 28800 ad $28812\frac{1}{2}$ inde ſupputatur longitudinem penduli ſimplicis Archangelopolis ſuperare longitudinem penduli ſimplicis Pariſini $\frac{115}{1000}$, vnius lineae per primam vel $\frac{96}{1000}$ per ſecundam ſuppoſitionem.

Iſta Longitudo penduli ſimplicis ſupra determinata, vera eſſet, ſi diameter Sphoerulae ad hanc obſeruationem vſurpatae, nullam vel prope nullam rationem haberet, ad ipſam penduli longitudinem. Cum vero diameter huius Sphoerulae, aequalis eſſet quatuordecim lineis cum ſemiſſe; hinc, juxta legem ab Hughenio demonſtratam, prius determinata penduli longitudo, augenda eſt dualbus quintis partibus, tertiae proportionalis, ad diſtantiam puncti ſuſpenſionis a centro Sphaerae, et ad Semidiametrum ipſius Sphaerae.

Per Antedicta autem punctum ſuſpenſionis diſtabat a centro Sphaerae lineis $440.\frac{500}{1000}$. et radius Sphaerae equabat lineas $7.\frac{250}{1000}$. ex his duobus numeris tertia proportionalis elicita, pauliſper excedit $\frac{119}{1000}$. vnius lineae: vſurpabo ergo $\frac{120}{1000}$. pro numero rotundo; hujus tertiae proportionalis, cujus duae quintae partes efficiunt 48 milleſimas partes vnius lineae, quae addi debent earumdem fractarum partium numeris 115 vel 96 antea deductis, quibus longitudo penduli ſimplicis Archangelopoli ſuperabat longitudinem penduli ſimplicis Pariſiis obſeruatam, vnde conſequens eſt, veram longitudinem penduli ſimplicis Archangelopolitani Iſochroni Pendulo ad Obſeruationem vſurpato, excedere longitudinem penduli Simplicis Pariſini, ad ſummum 163 vel ad minimum 144 milleſimis partibus vnius lineae, quarum fractionum, medium ſumendo prodibunt, tres viceſimae vnius lineae partes pro iſto penduli Archangelopolitani ſupra Pariſinum exceſſu.

FINIS.

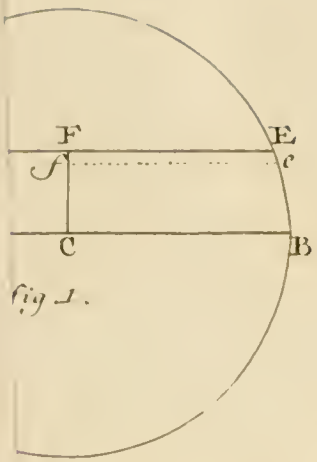


fig. 1.

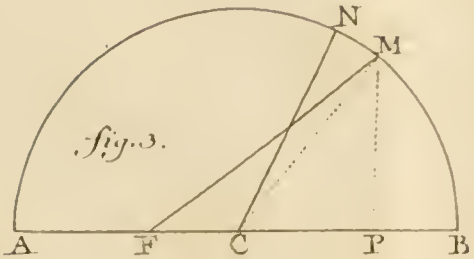


fig. 3.

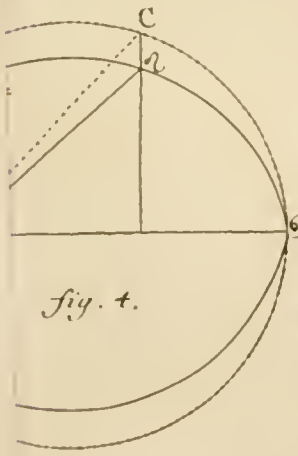


fig. 4.

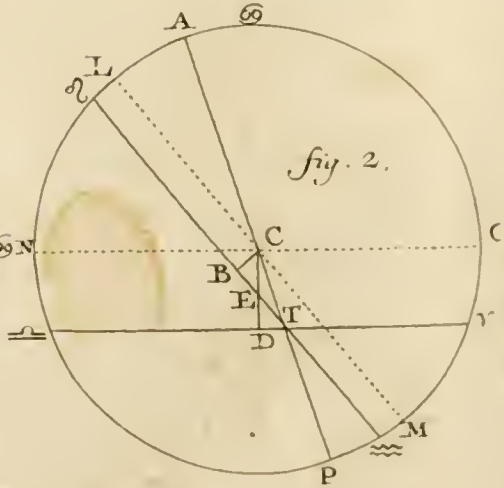


fig. 2.

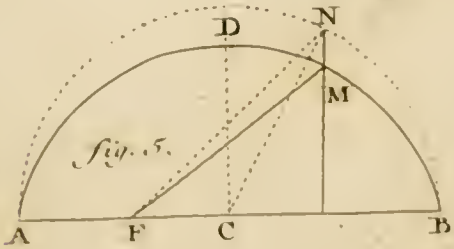


fig. 5.

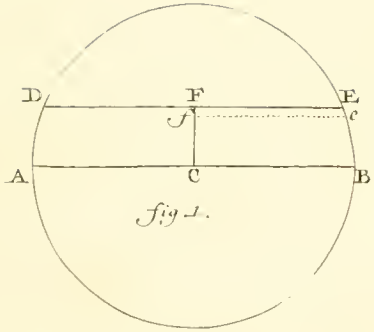


fig. 1.

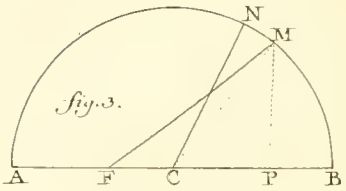


fig. 3.

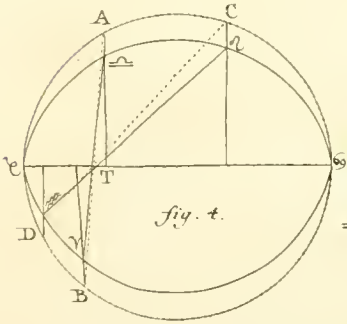


fig. 4.

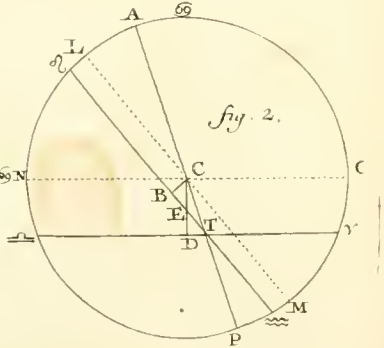


fig. 2.

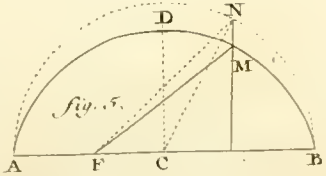


fig. 5.

fig. 1

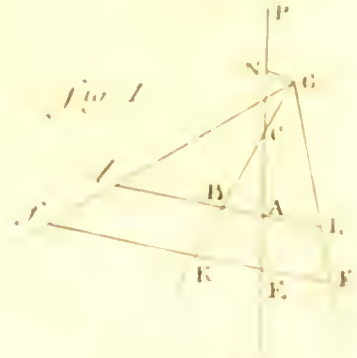


fig. 2

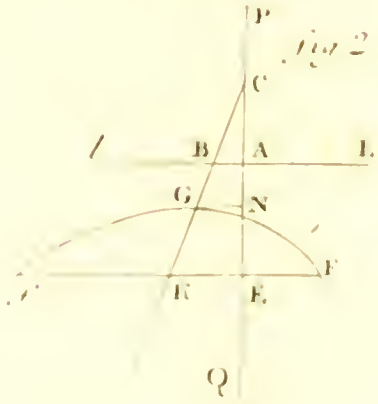


fig. 3

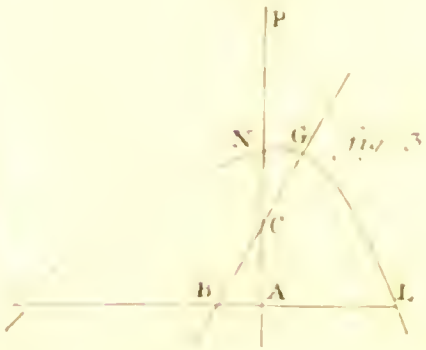


fig. 4

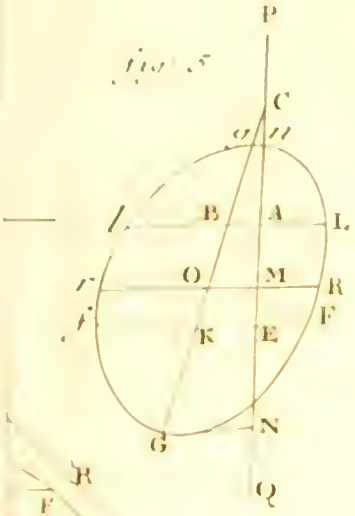
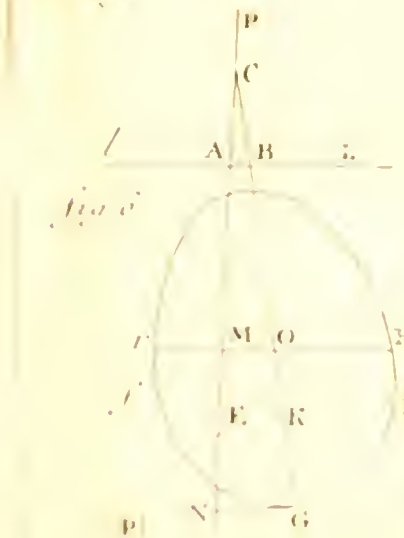


fig. 5



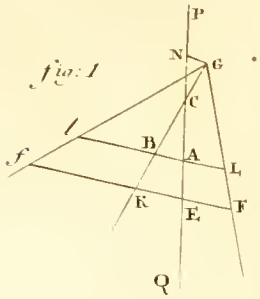


fig: 1
P
N
G
C
l
B
A
L
f
K
E
F
Q

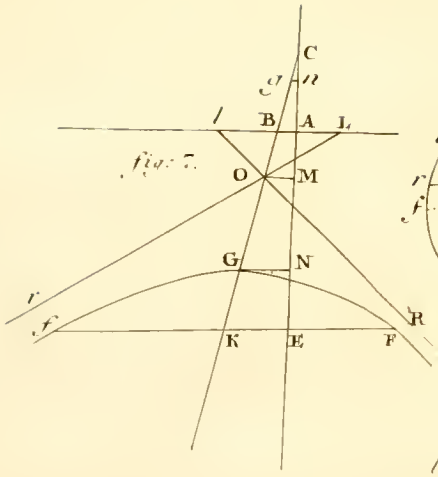


fig: 7.
C
d
n
l
B
A
L
O
M
r
f
G
N
K
E
F
R

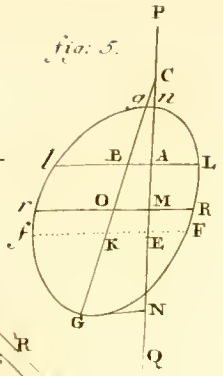


fig: 5.
P
C
d
n
l
B
A
L
r
O
M
R
f
K
E
F
G
N
Q

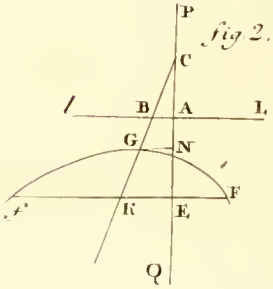


fig 2.
P
C
l
B
A
L
G
N
f
K
E
F
Q

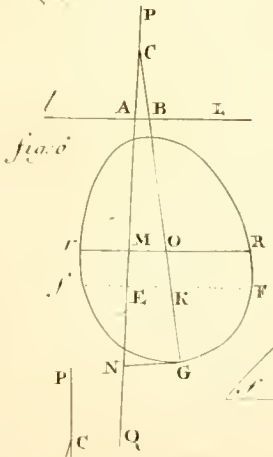


fig: 6
P
C
l
A
B
L
r
M
O
R
f
E
K
F
N
G
Q

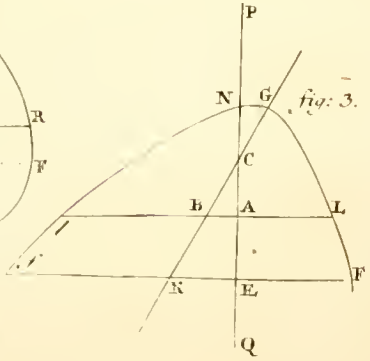


fig: 3.
P
N
G
C
B
A
L
f
K
E
F
Q

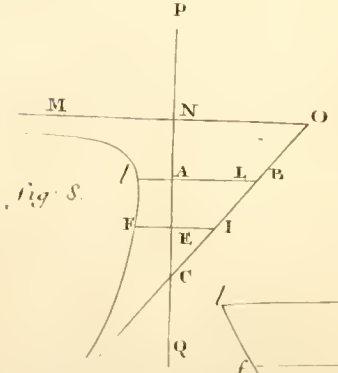


fig: 8.
P
M
N
O
l
A
L
B
F
E
I
C
Q

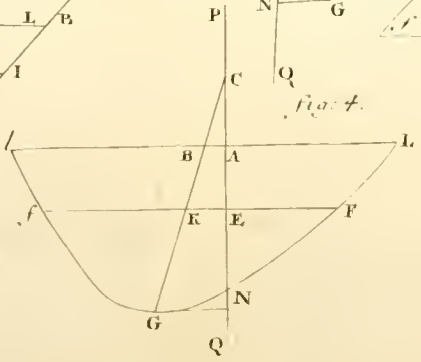


fig: 4.
P
C
l
B
A
L
f
K
E
F
N
G
Q

fig: 2.

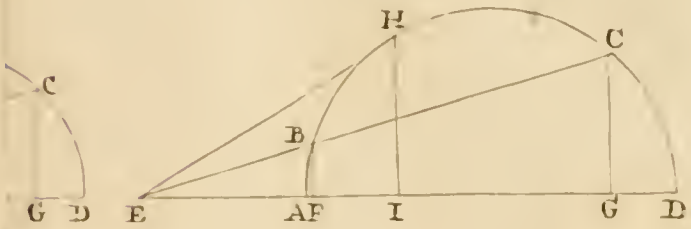
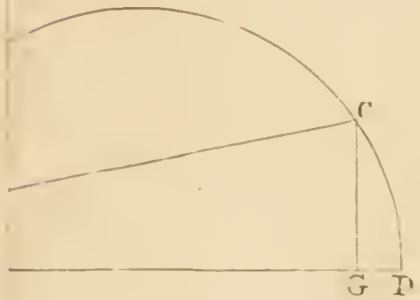


fig: 3.



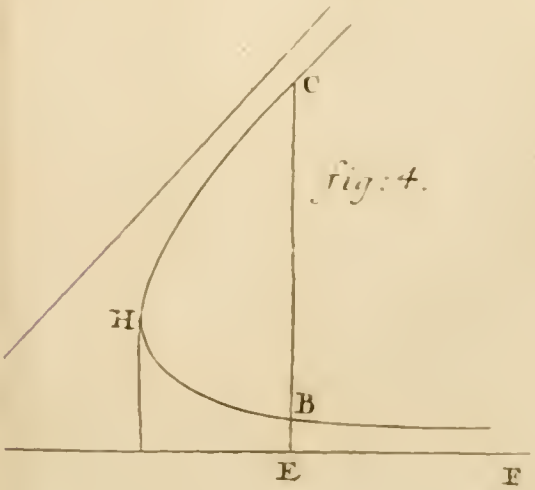


fig: 4.

fig: 1.

fig: 2.

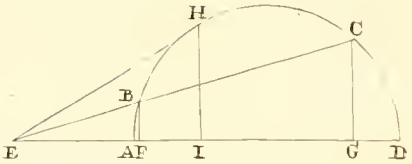


fig: 3.

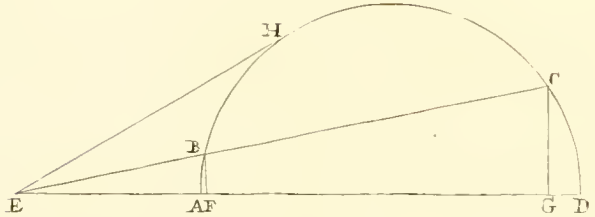
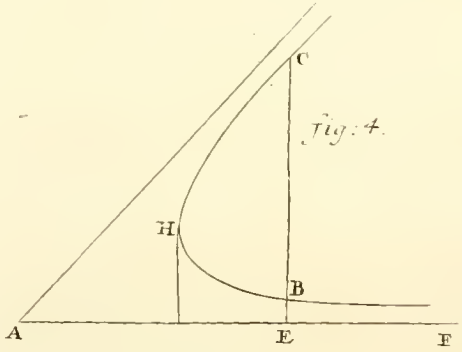


fig: 4.



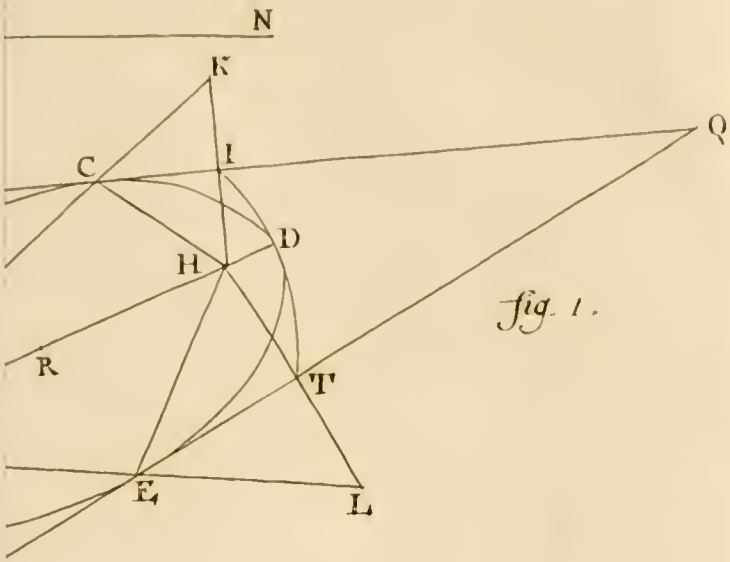


fig. 1.

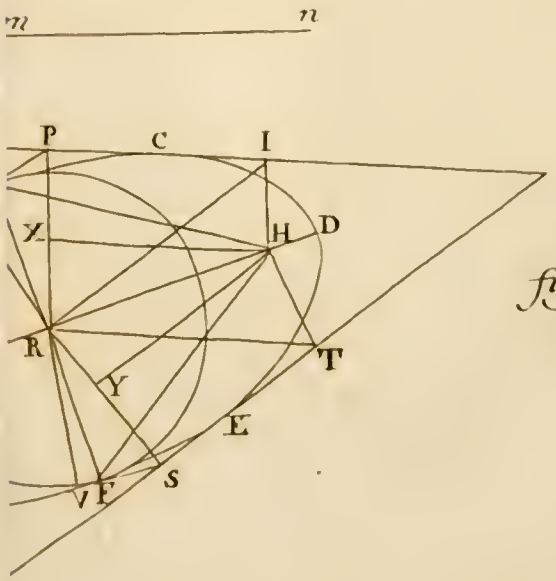


fig. 2.

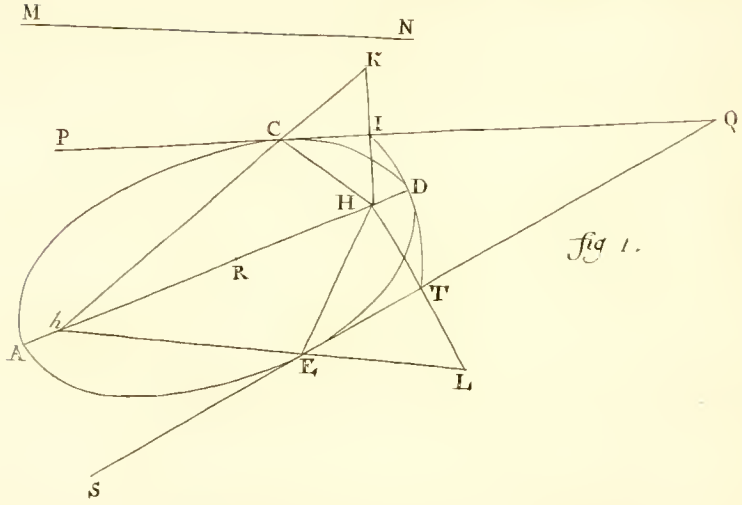


fig 1.

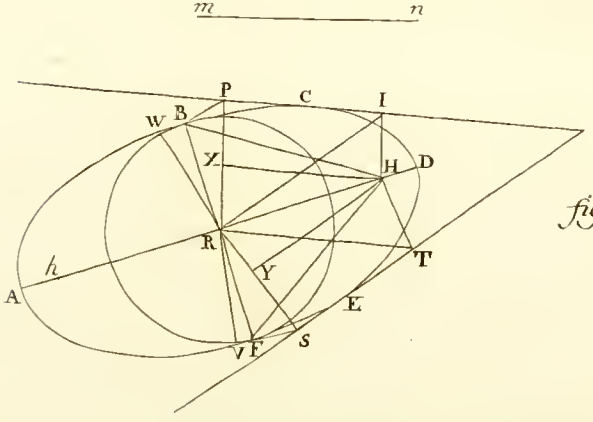
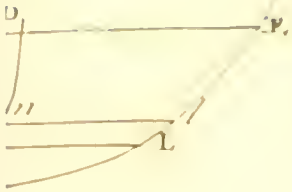
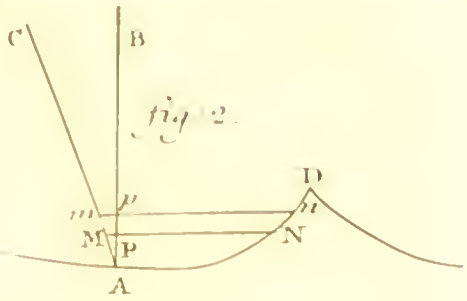
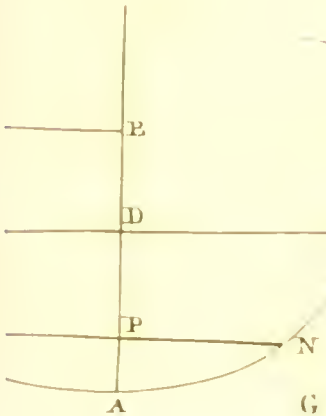


fig. 2.


D
P
m
d
L


C
B
fig. 2.
D
p
m
n
M
P
N
A


B
D
E
P
N
A

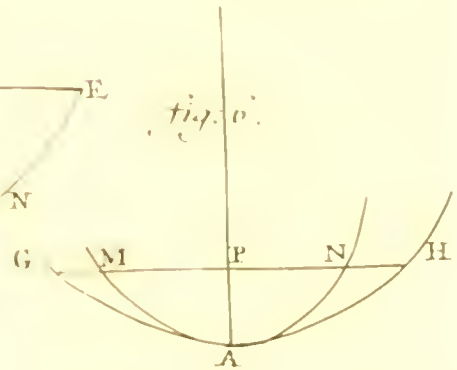
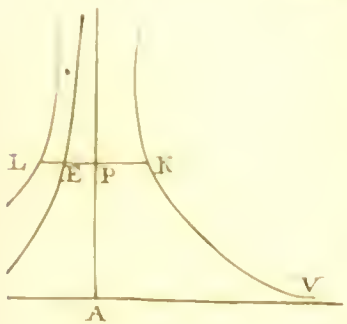
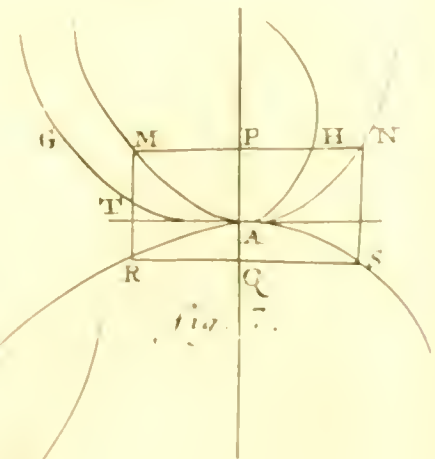


fig. 6.
G
M
P
N
H
A


L
E
P
K
V
A


G
M
P
H
N
T
A
R
Q
S
fig. 7.

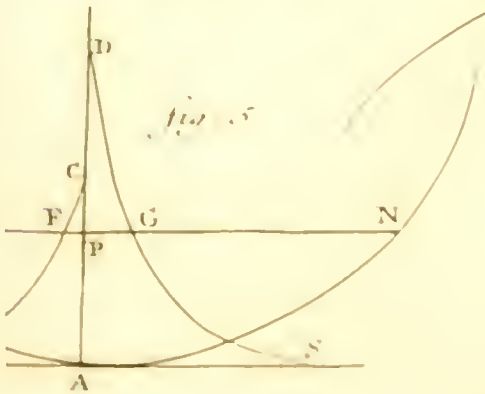
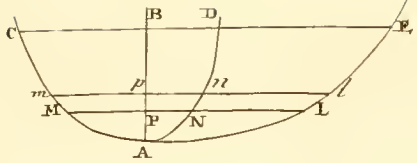
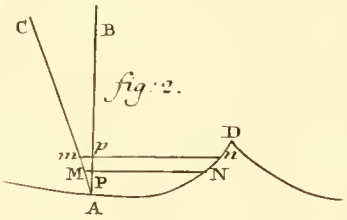
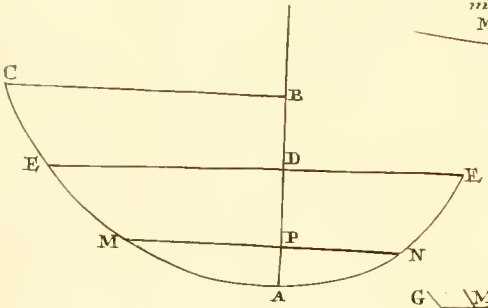

D
fig. 5.
C
F
G
N
P
S
A

fig. 1.


C
B
D
E
m
p
n
l
M
P
N
L
A


C
B
fig. 2.
D
m
p
n
M
P
N
A


C
B
E
D
E
M
P
N
A

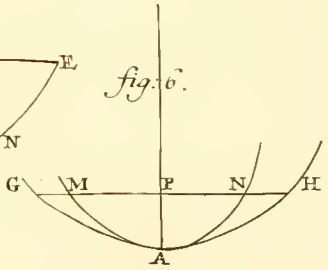


fig. 6.
G
M
P
N
H
A

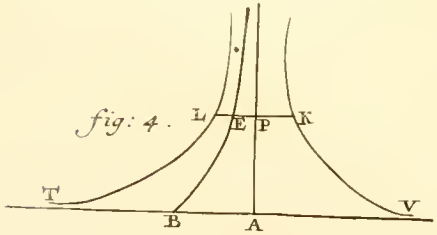
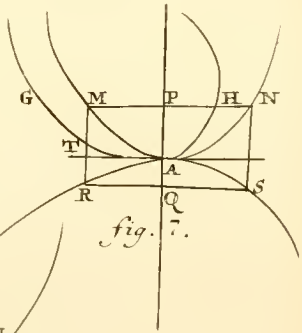


fig. 4.
L
E
P
K
T
B
A
V


G
M
P
H
N
T
A
R
Q
S
fig. 7.

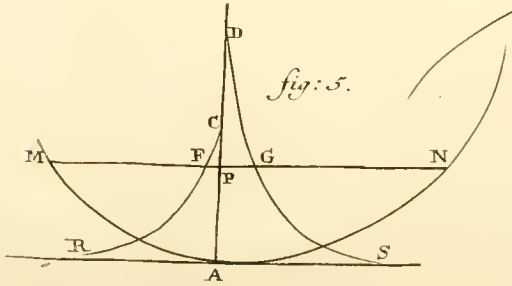
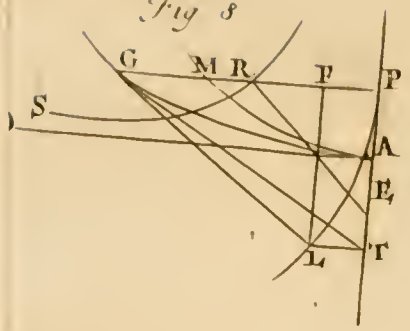

D
fig. 5.
C
M
F
G
N
P
R
S
A

Fig 8



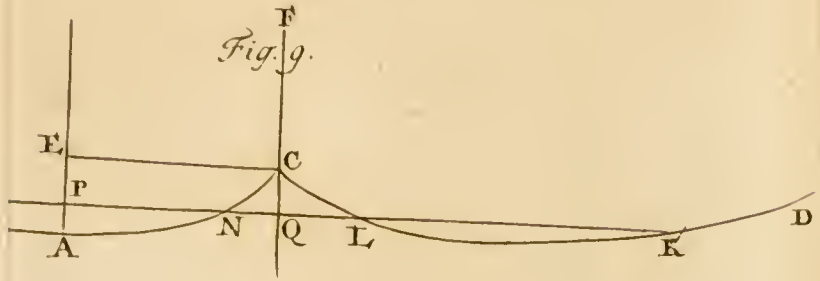


Fig. 9.

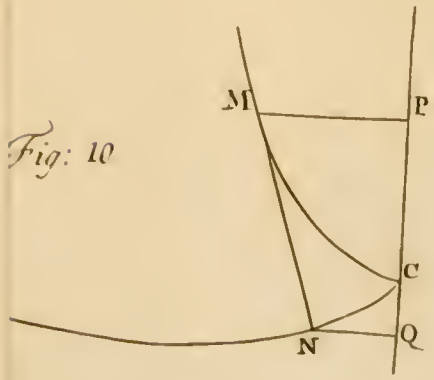


Fig: 10

Fig 8

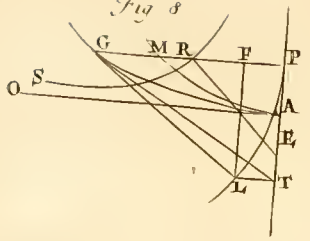


Fig. 9.

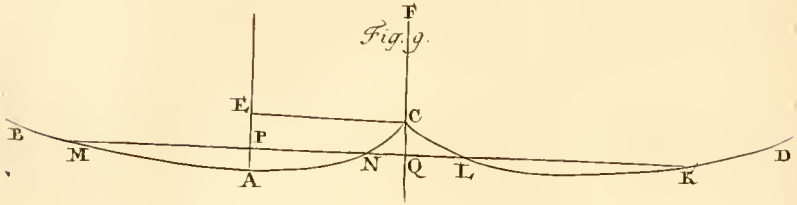
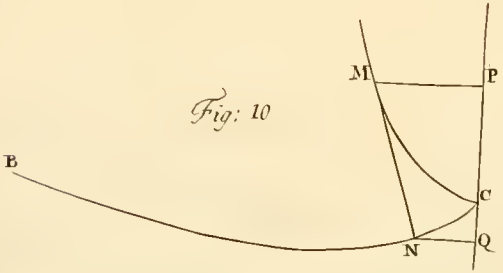
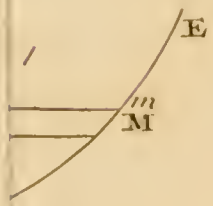


Fig: 10




E
m
M

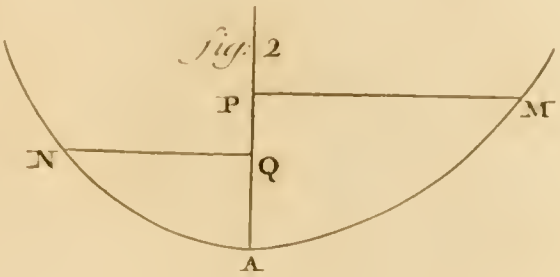
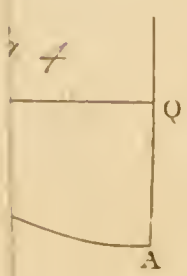


fig. 2
P
M
N
Q
A


Q
A

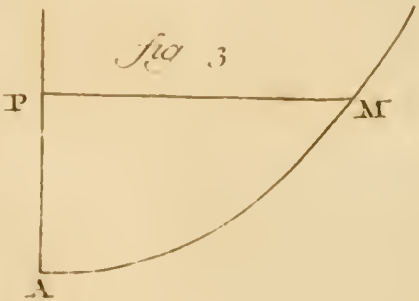
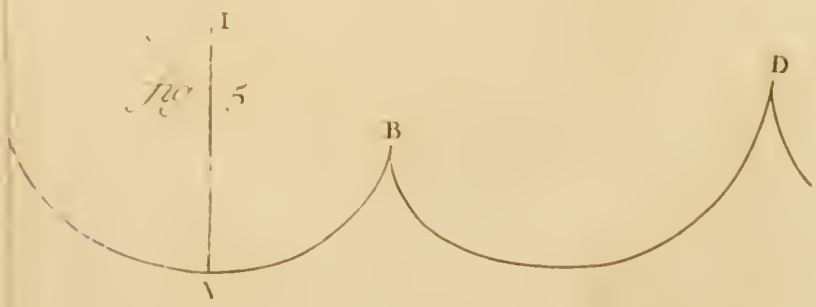


fig 3
P
M
A


I
fig 5
B
D

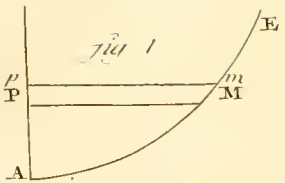


fig. 1
E
p
P
m
M
A

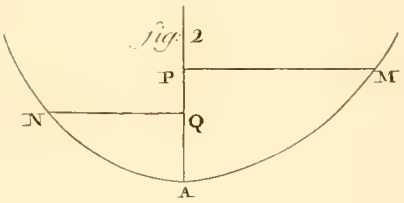


fig. 2
P
M
N
Q
A

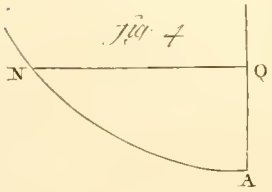


fig. 4
N
Q
A

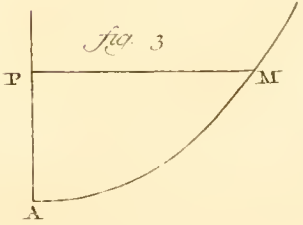
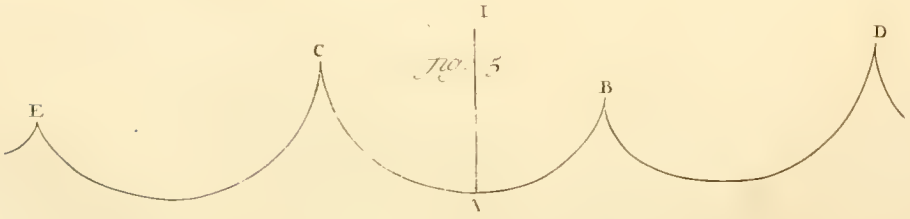
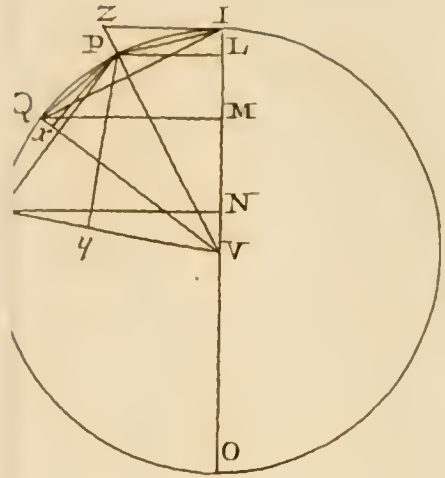
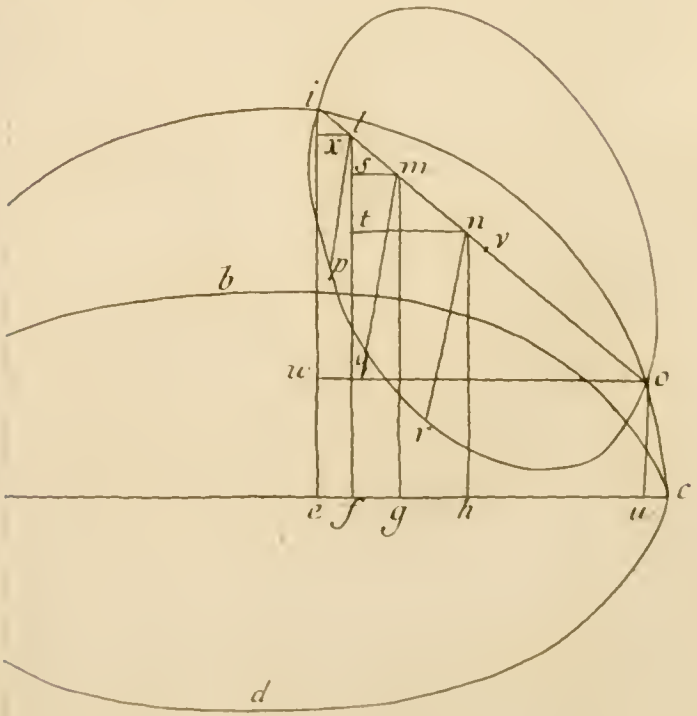


fig. 3
P
M
A


I
fig. 5
C
D
E
B


Z
I
D
L
Q
M
x
N
y
V
O


i
l
x
s
m
t
n
v
p
b
q
w
o
r
c
e
f
g
h
u
d

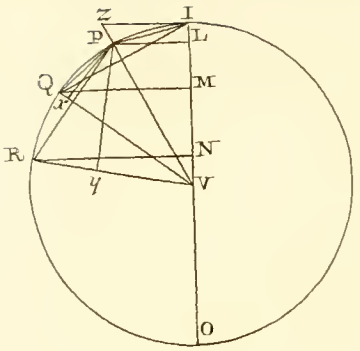


fig. 1.

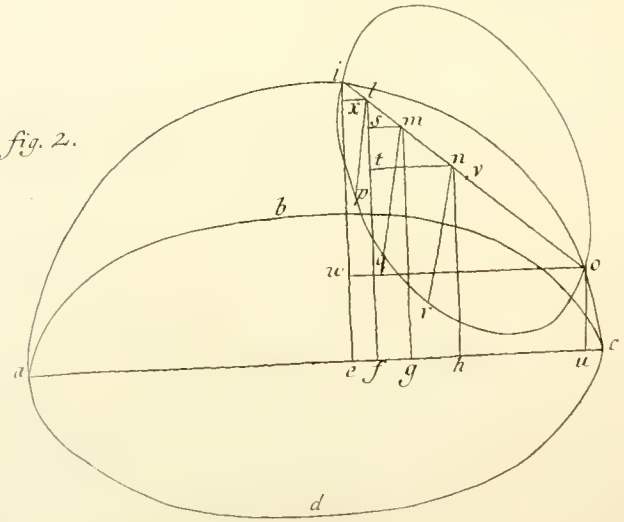


fig. 2.

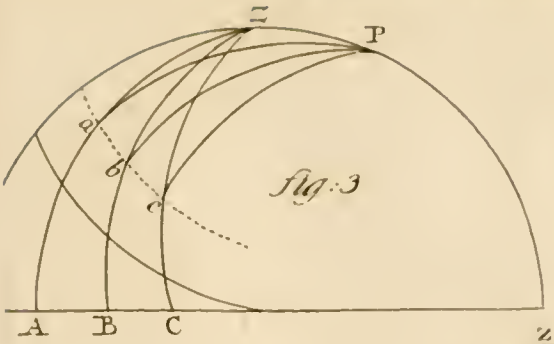


fig. 3

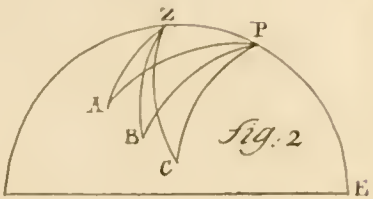


fig. 2

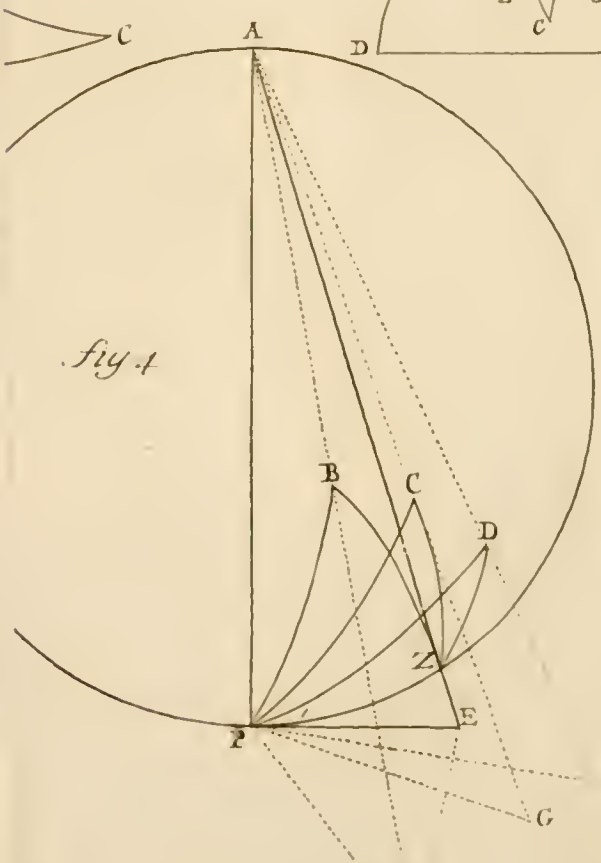


fig. 4

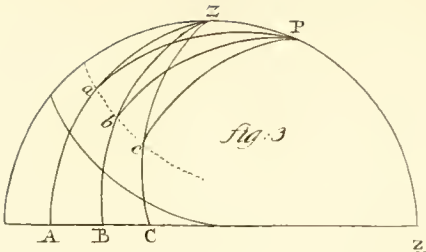


fig. 3

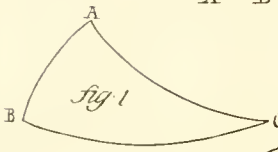


fig 1

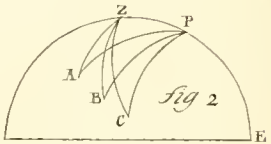


fig 2

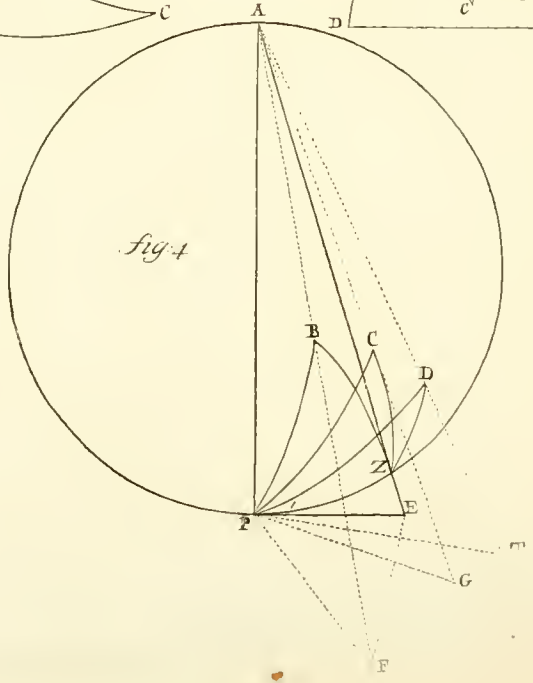


fig 4

Fig: 2.

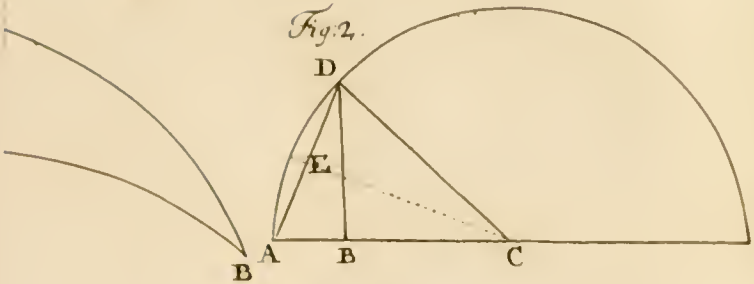


Fig: 4.

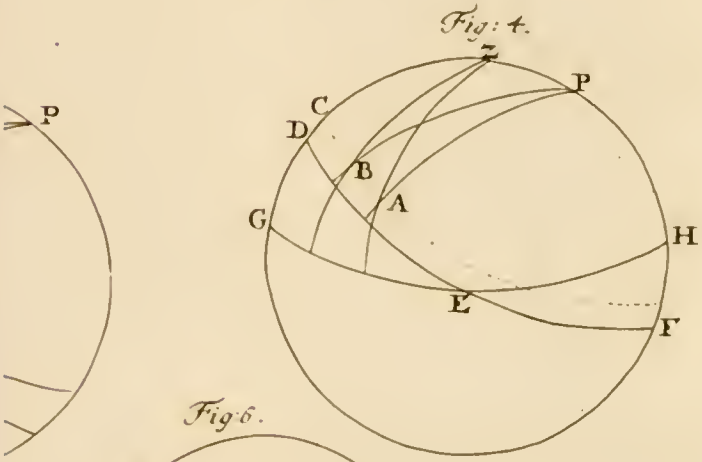


Fig: 6.

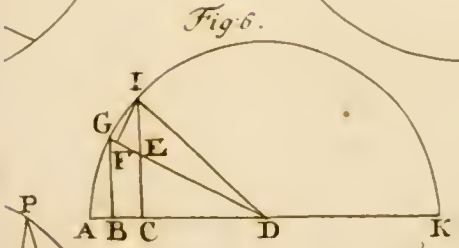


Fig: 7.

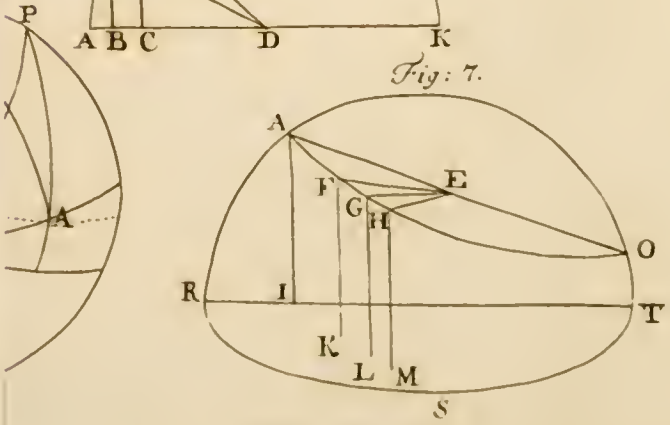


Fig: 1.

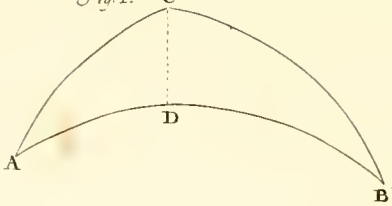


Fig: 2.

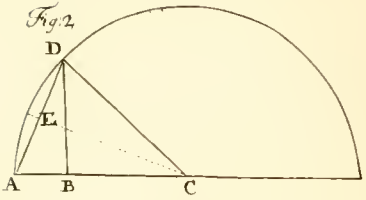


Fig: 3.

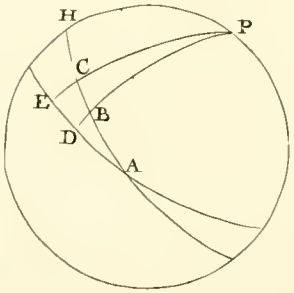


Fig: 4.

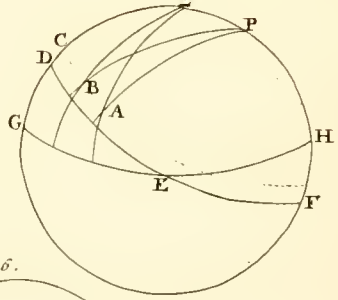


Fig: 5.

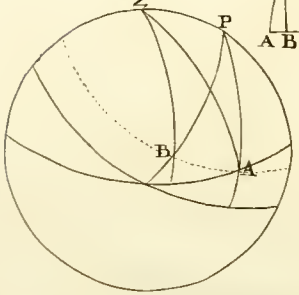


Fig: 6.

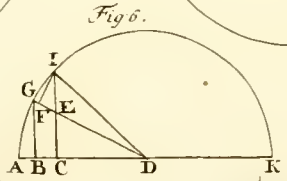
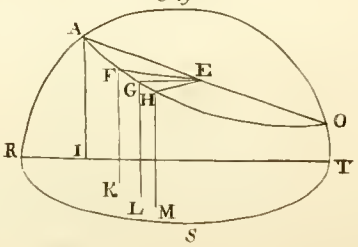
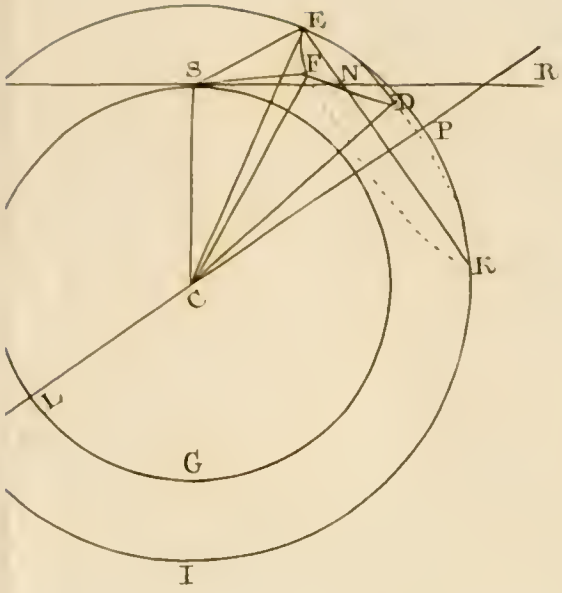


Fig 7.



1.



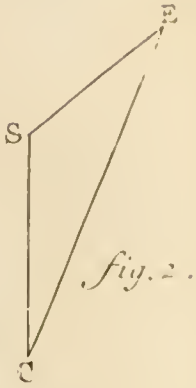


fig. 2.

3.

fig. 4.

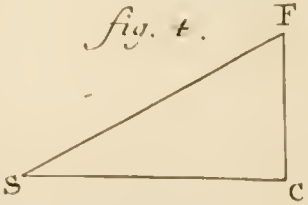


fig. 5.

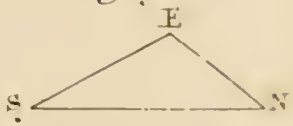
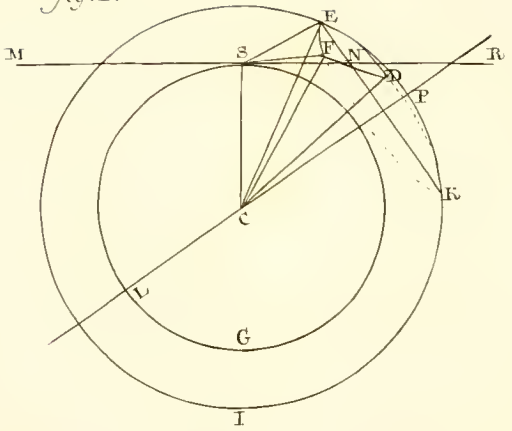


fig. 1.



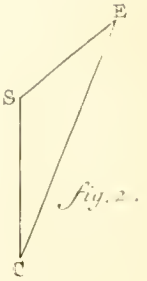


fig. 2.

fig. 3.

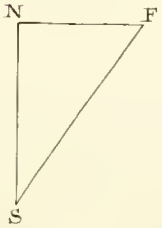


fig. 4.

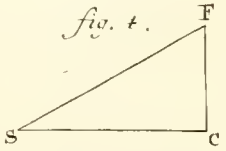
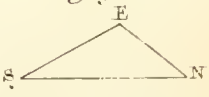
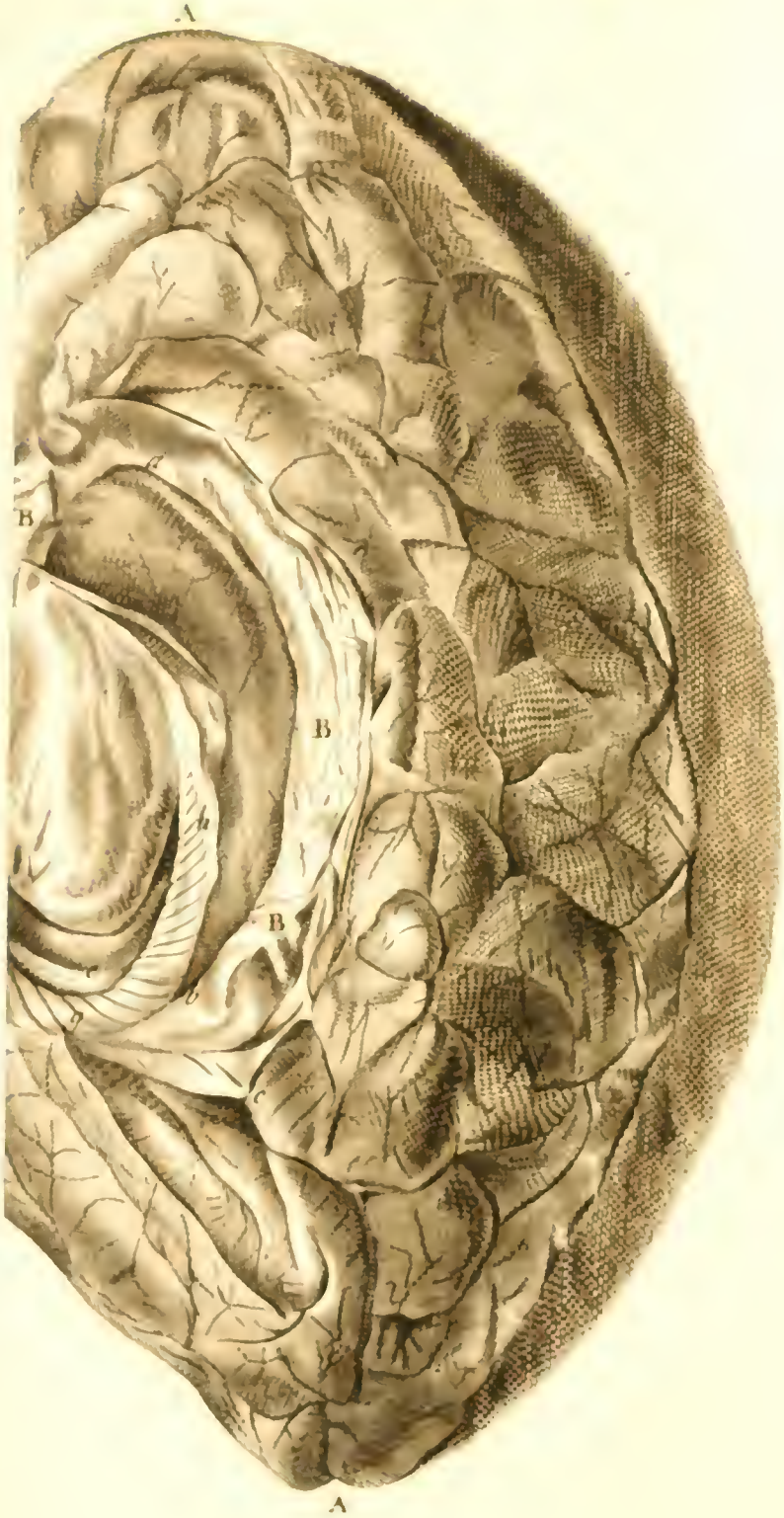
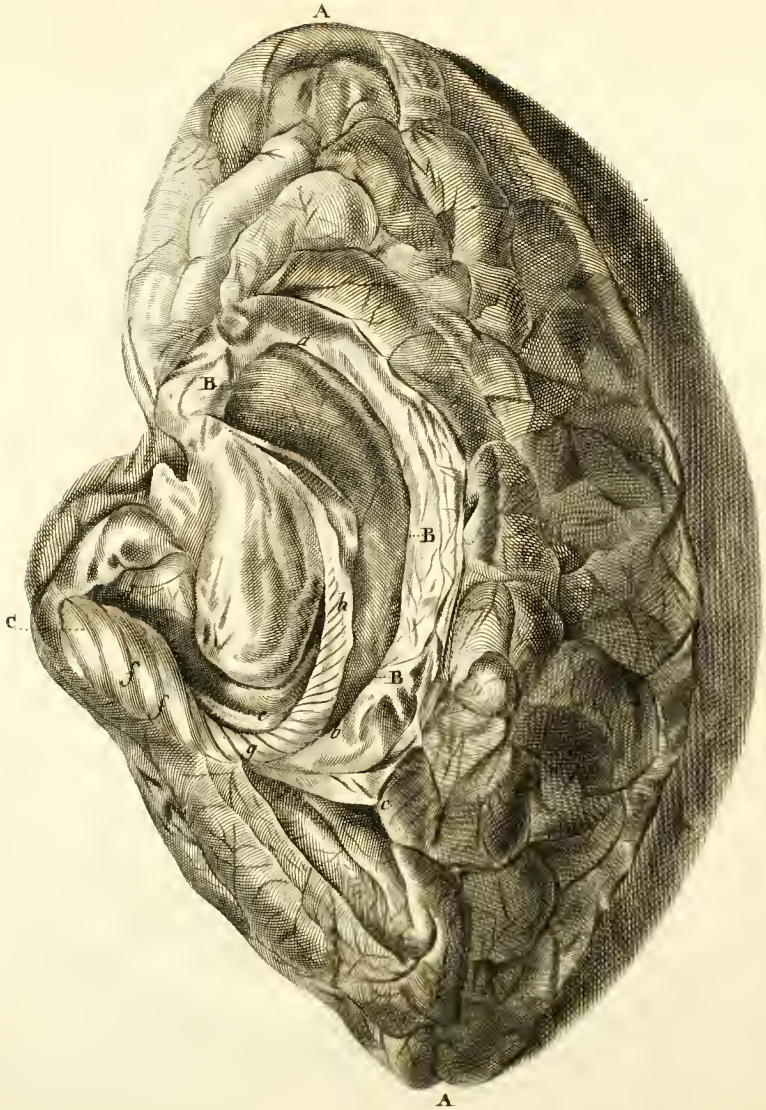
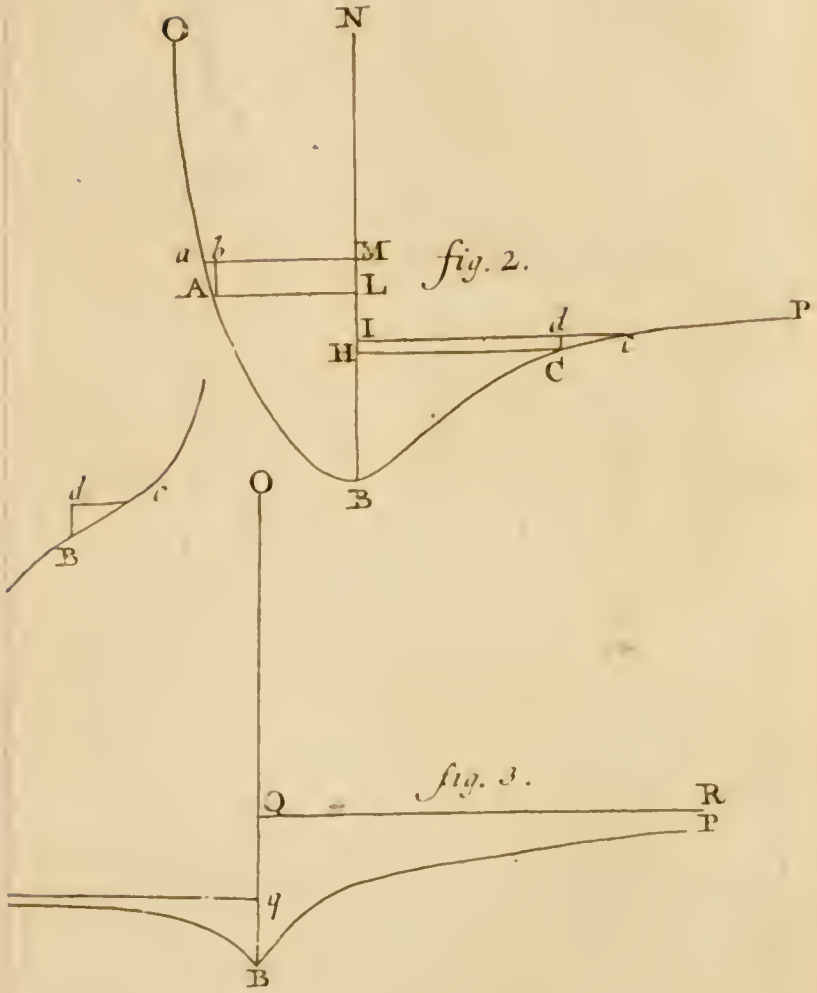


fig. 5.




A
B
B
B
A


A
B
B
B
C
A


C
N
a
b
M
A
L
fig. 2.
I
d
P
H
C
c
d
c
B
B
O
Q
fig. 3.
R
P
q
B

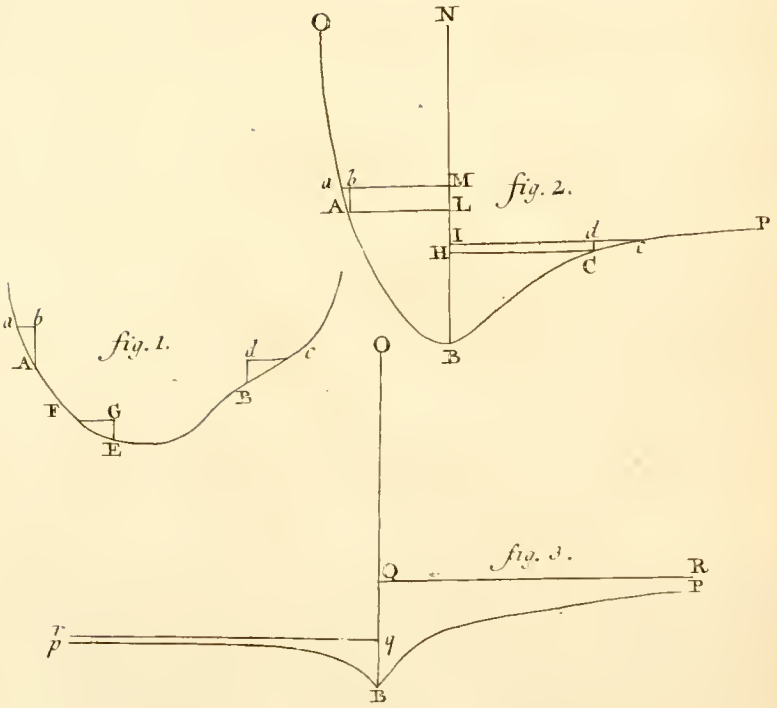
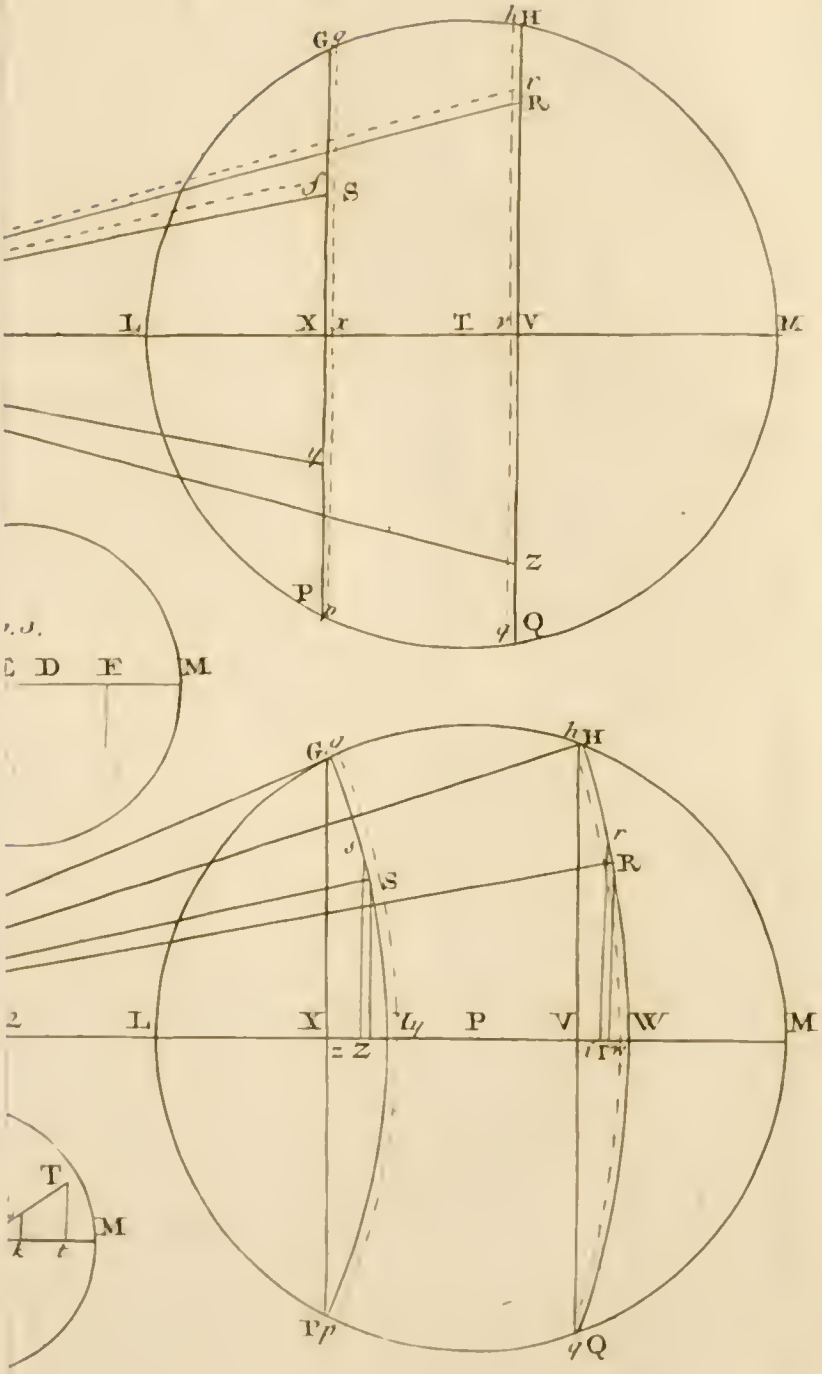


fig. 1.
a
b
A
F
G
E
d
c
B
fig. 2.
Q
N
a
b
M
A
L
I
d
P
H
C
c
B
fig. 3.
Q
R
P
r
p
q
B


G
g
h
H
r
R
S
L
X
x
T
v
V
M
P
p
q
Q
z
D
E
M
T
t
t

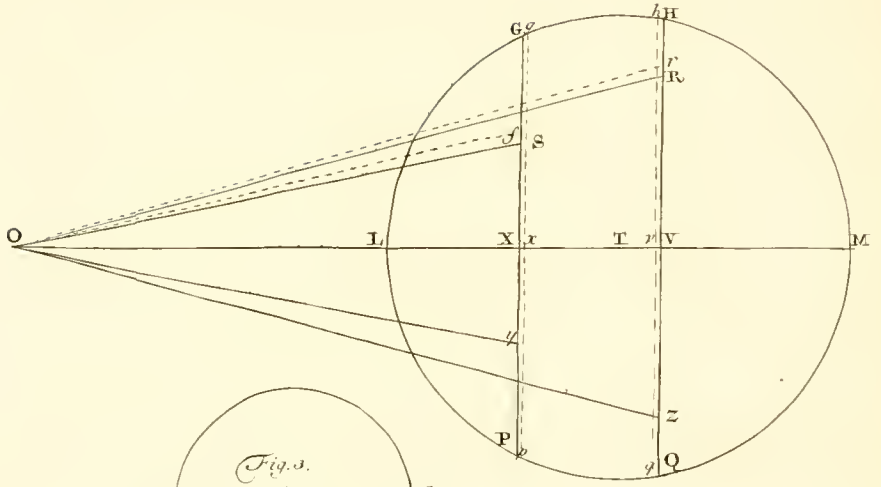
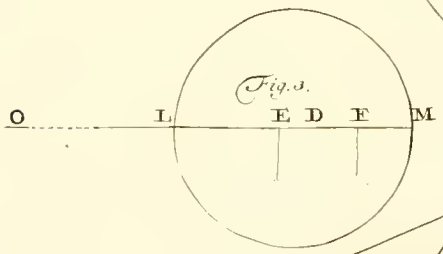


Fig. 3.



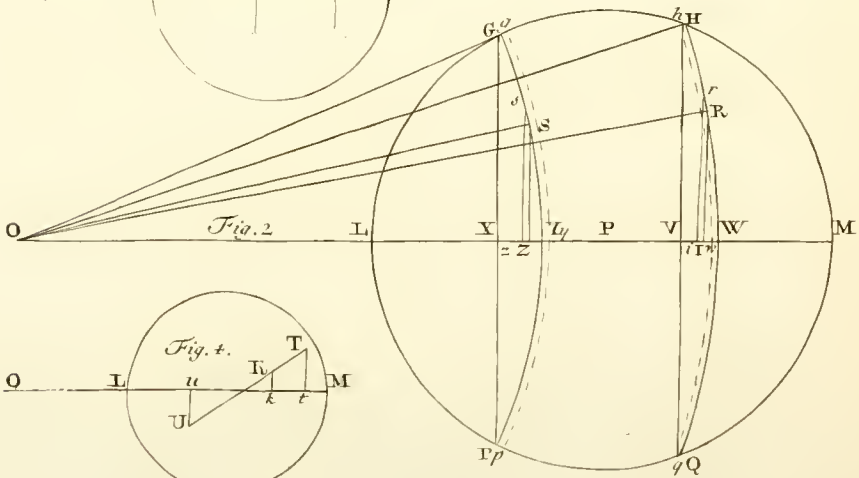
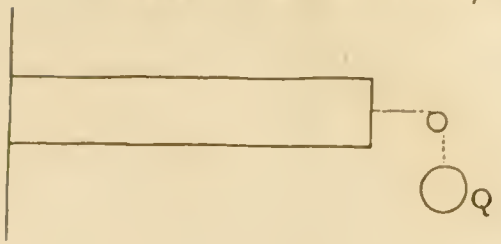


Fig. 2.

Fig. 4.

fig. 1.



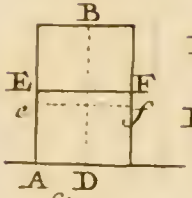


fig. 3.

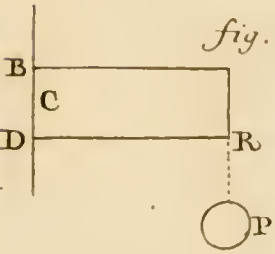


fig. 4.

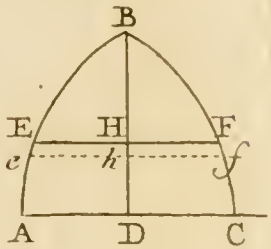
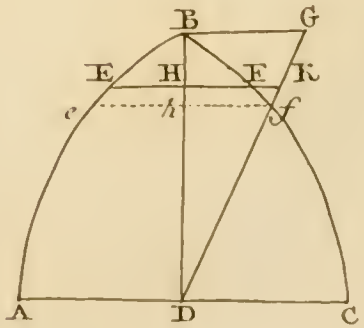


fig. 5.



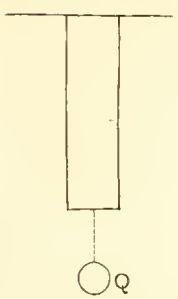
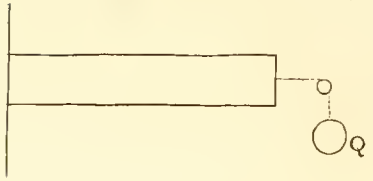


fig. 1.



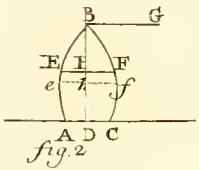


fig. 2.

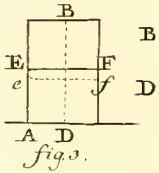


fig. 3.

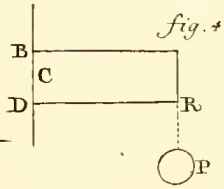
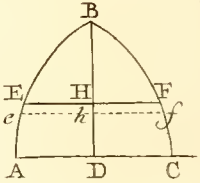


fig. 4.



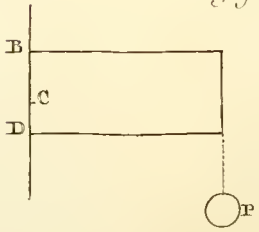
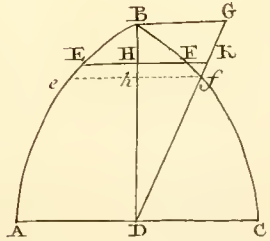


fig. 5.



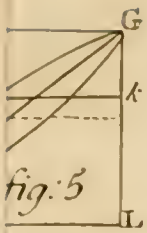


fig: 5

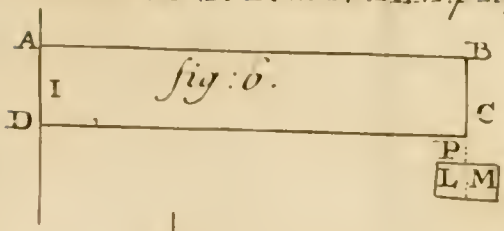


fig: 6.

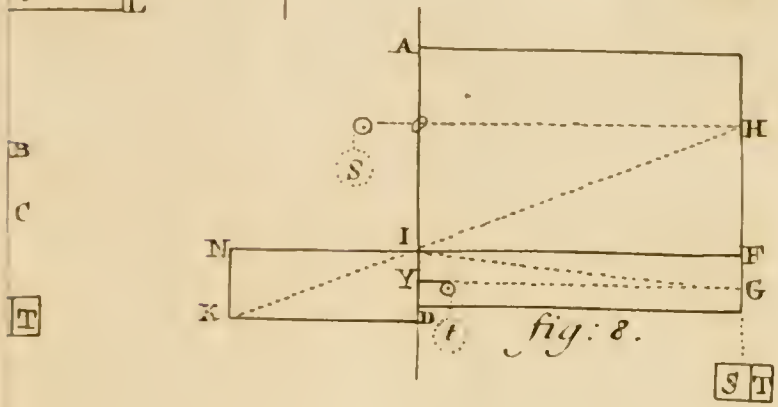
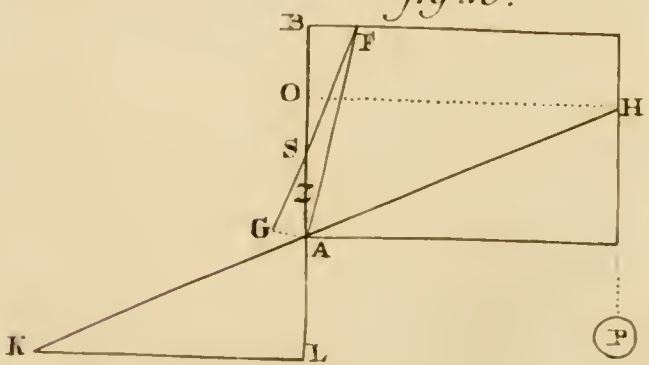


fig: 8.

fig: 10.



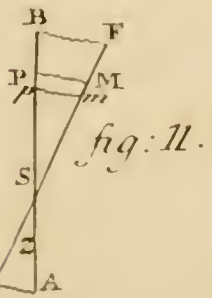
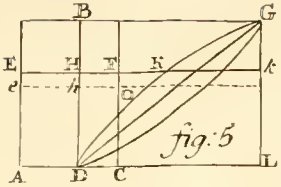
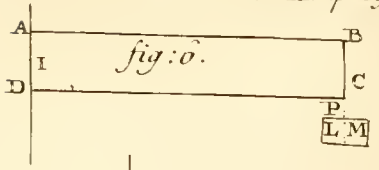
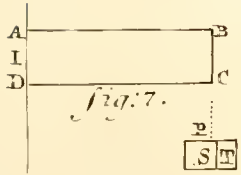
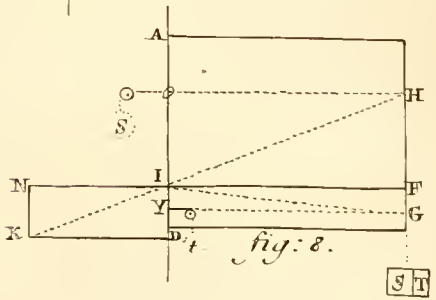


fig: 11.


B
G
E
H
F
K
k
d
h
c
A
D
C
L
fig: 5


A
B
I
fig: 6.
D
C
P
L M


A
B
I
D
C
fig: 7.
P
S T


A
H
S
N
I
F
Y
G
K
D
t
fig: 8.
S T

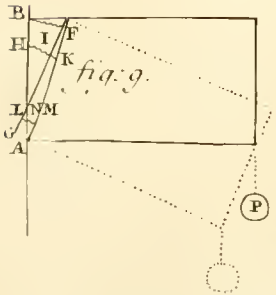
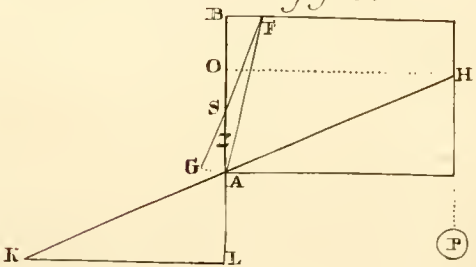
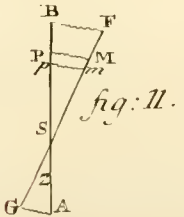

B
H
I
F
K
fig: 9.
L
N
M
G
A
P

fig: 10.


B
F
O
H
S
I
G
A
K
L
P


B
F
P
M
p
m
fig: 11.
S
Z
G
A

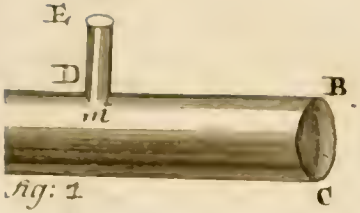


fig: 1

fig: 2

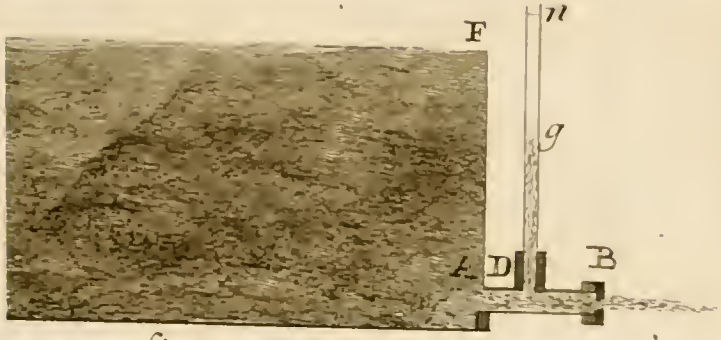


fig: 3.

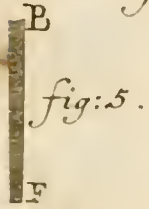


fig: 5.

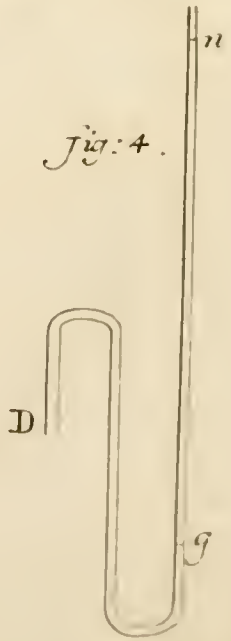


Fig: 4.

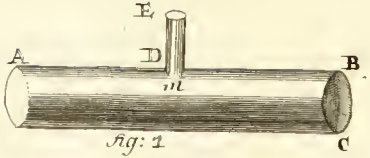


fig: 1

fig: 2

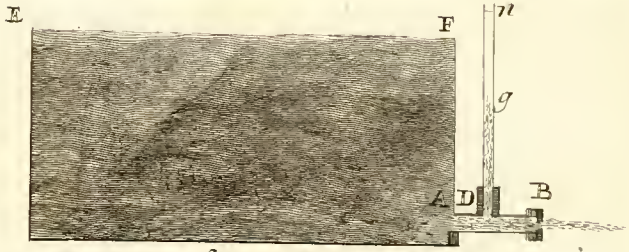


fig: 3.

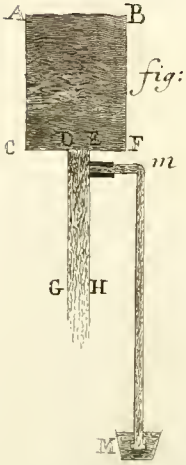


fig: 5.

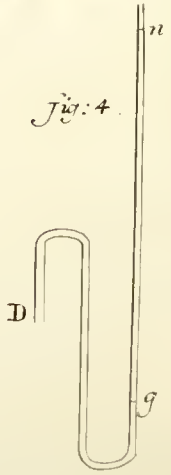


fig: 4.

ВСЕРОССІЙСКІЙ
PETRUS II IMPERATOR

AUTOCRATOR
VIVAT PETRUS II IMPERATOR.

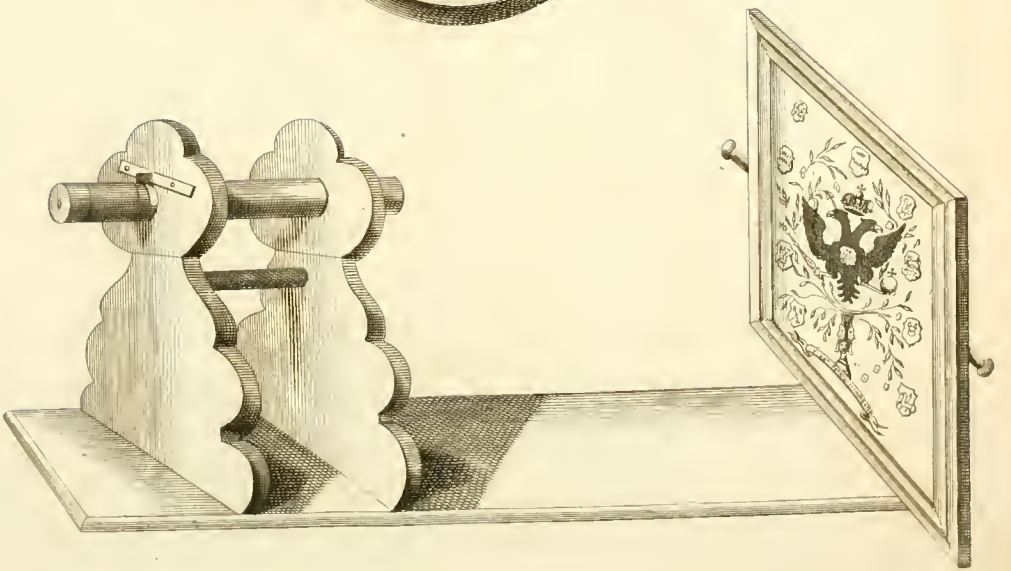


fig. 1. &
14. pag: 218

Comm. Ac. Sc. Tom. IV. T. XX. p. 216.

§ 18. pag. 219.

fig. 2.
§ 30. pag. 222.

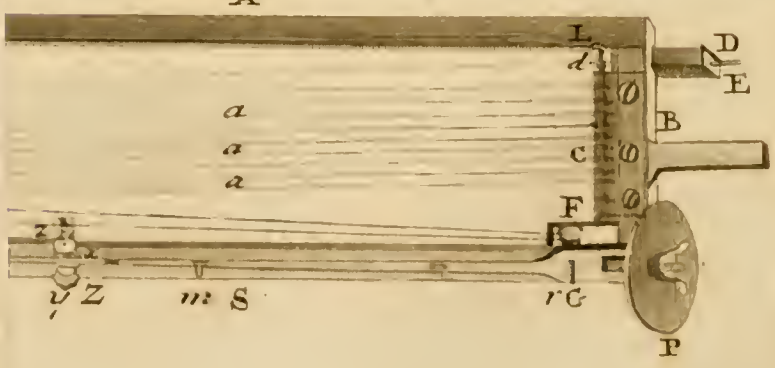
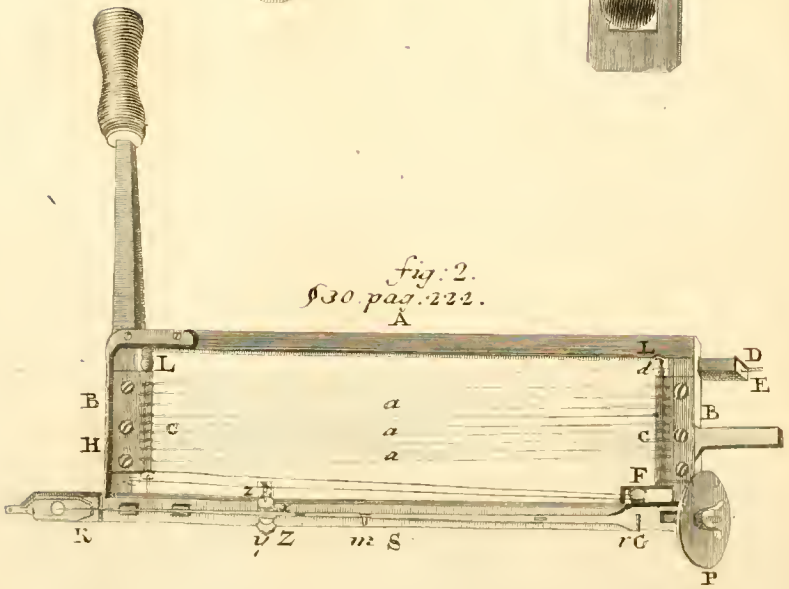


fig. 1. c
§ 17. pag. 218

§ 18. pag. 219.

fig. 2.
§ 30. pag. 222.



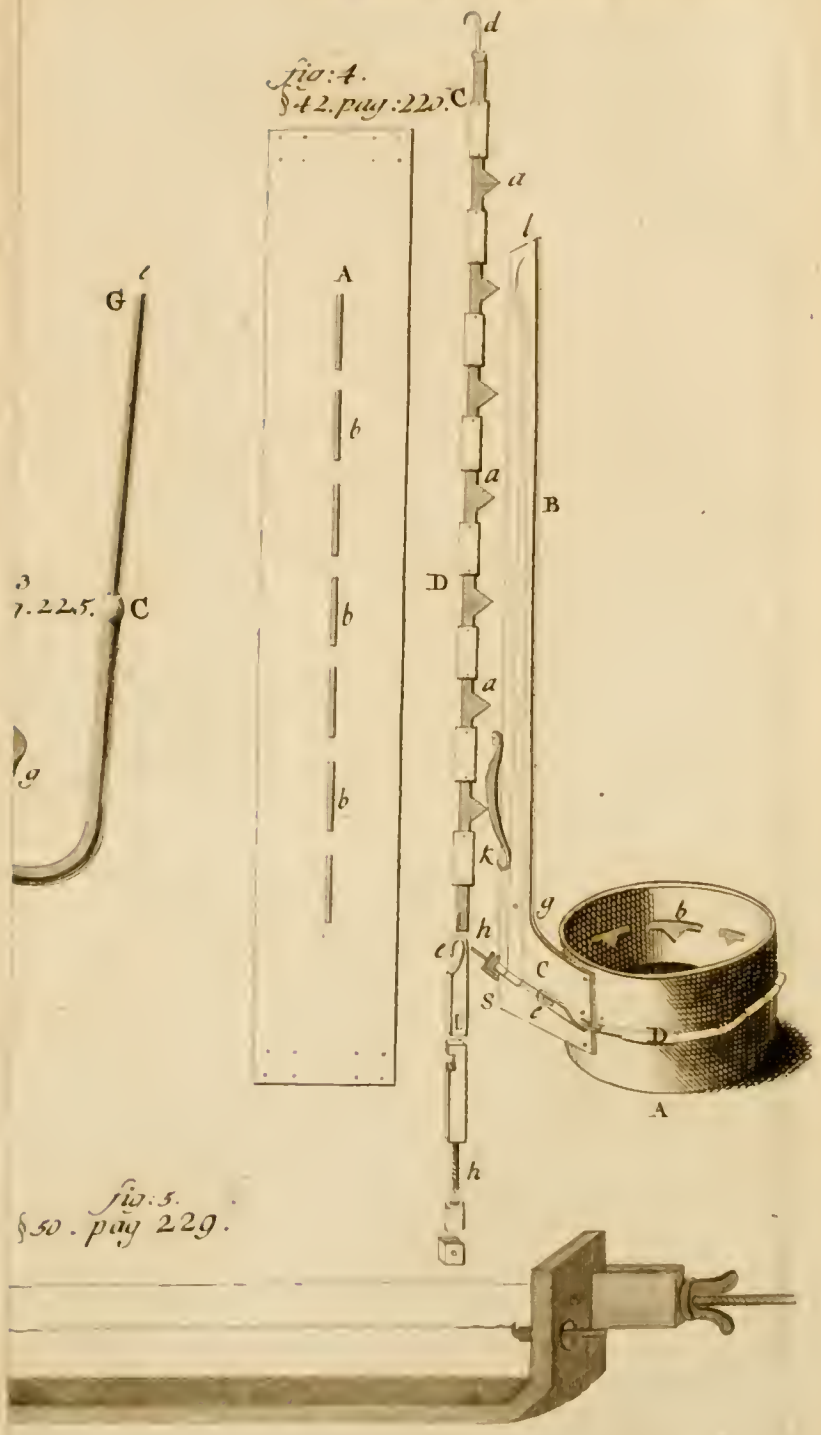


fig: 4.
§ 42. pag: 229.
d
C
a
l
A
b
a
B
D
b
a
b
k
g
h
C
S
l
D
A
h
G
l
C
g
fig: 5.
§ 50. pag 229.

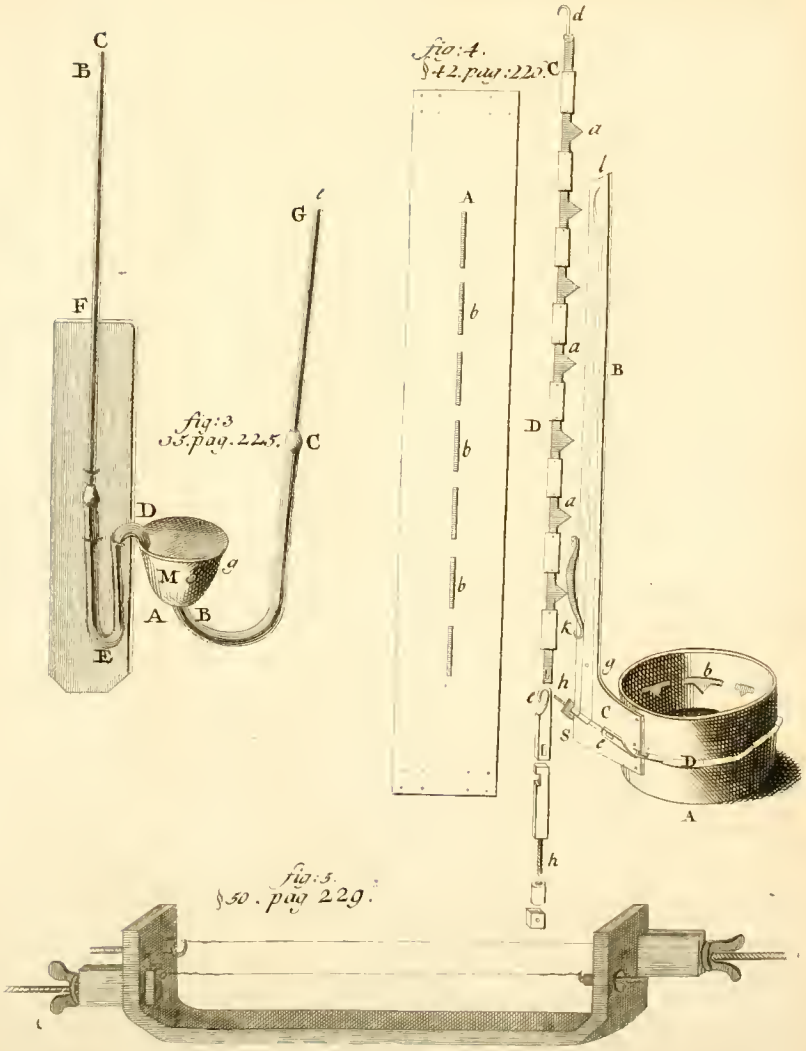

C
B
F
E
G
C
D
M
g
A
B
fig: 3
§ 35. pag. 225.
d
C
a
l
A
b
B
D
k
h
g
C
S
D
A
fig: 4.
§ 42. pag: 229.
fig: 5.
§ 50. pag 229.

fig. 5.

C
B
fig. 1.
A
a
b
c
d
e
fig. 4.

fig. 3.
a
b
c
d
e

fig. 2.
a
b
c
d
e

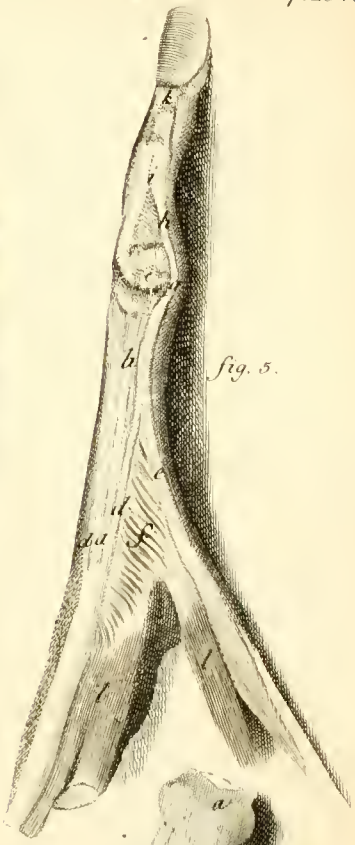


fig. 5.
a
b
c
d
e
f
g
h
i
k
l

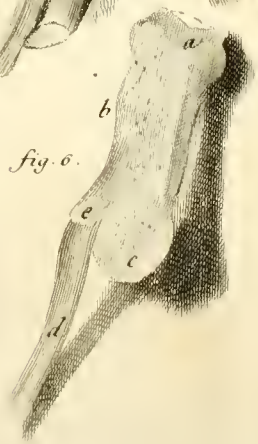


fig. 6.
a
b
c
d
e

fig. 2.

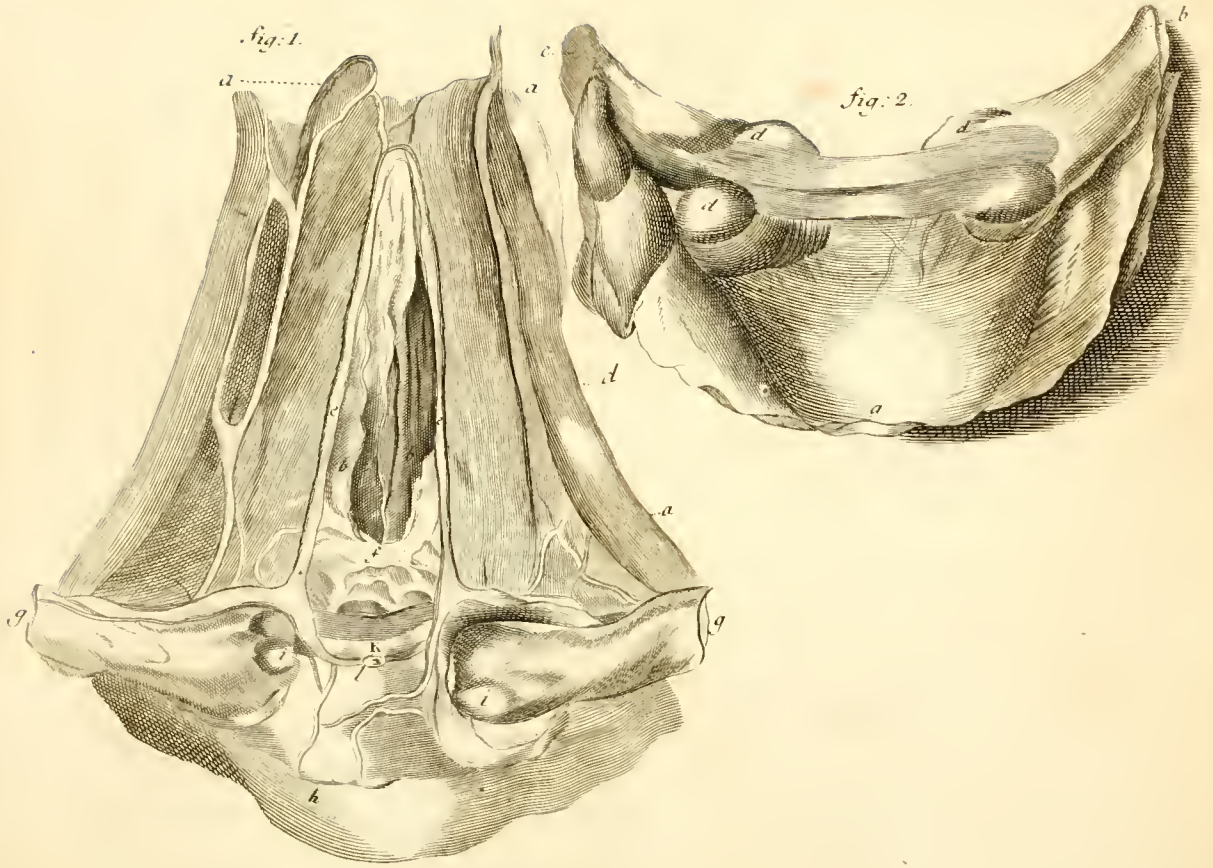
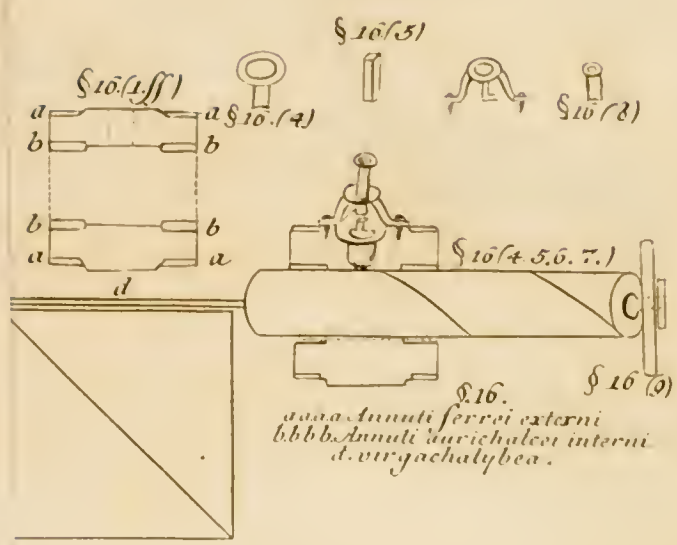


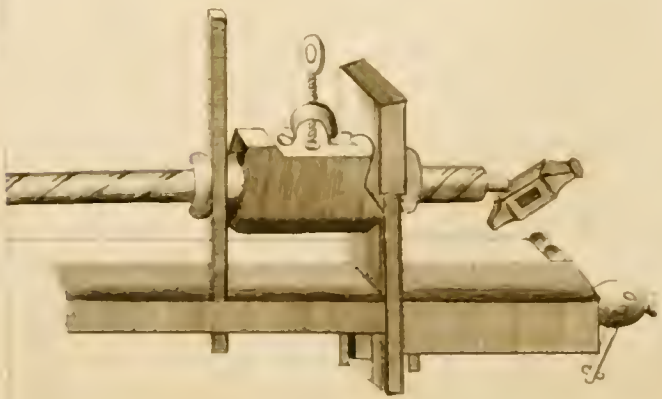
fig: 1.
a
a
c
b
f
g
g
h
fig: 2.
b
d
d
d
d
a

e
a
d
g
f
h
c
f
g
d
h
e
a
c
b

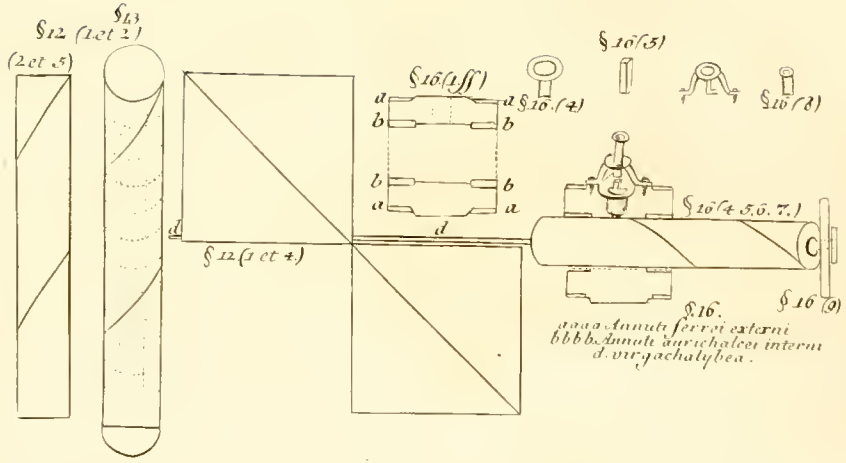


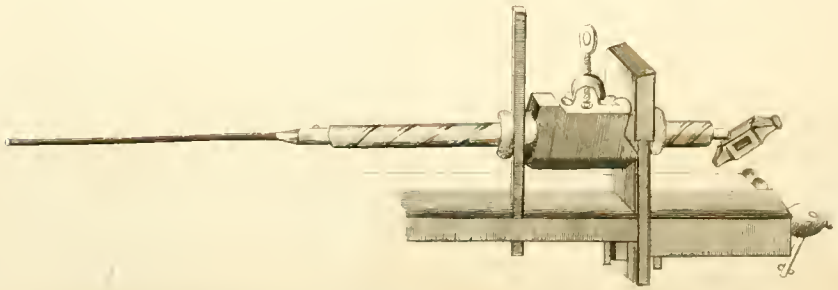
§. 16.

a a a a Annuli ferrei externi
b b b b Annuli aurichalcei interni
d. virga chalybea.



im cochleatus





Ad Dissertationem de fuleis Sclopetorum cochleatis

§ 6 pag: 266

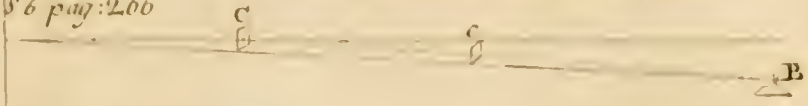
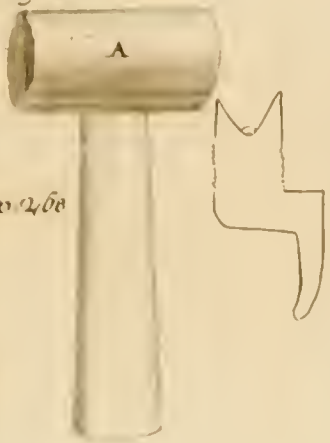
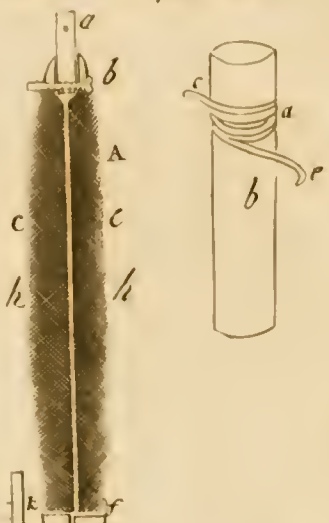


fig: 3 § 13. 268



§ 13 p. 268

fig. 12. § 28 pag. 273.



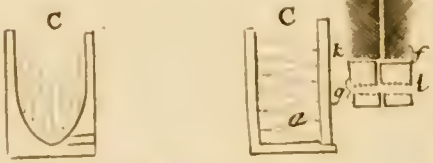
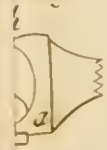


fig. 10. § 22.

p. 269.



p. 271

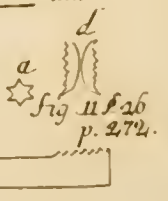


fig. 9. § 20.
p. 271.

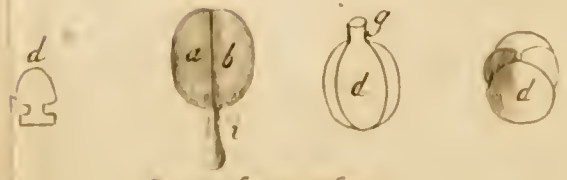


fig. 8. § 17 p. 269

Fig 1 § 6. pag: 266.

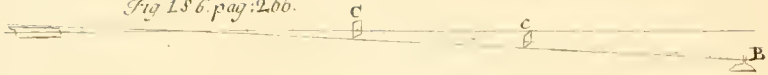


fig. 2. § 9 p. 267.

fig: 3 § 13. 268

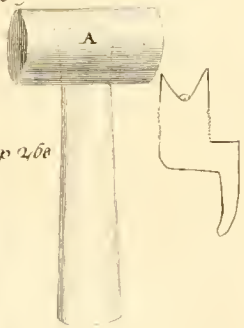


fig 12. § 28. pag: 273.

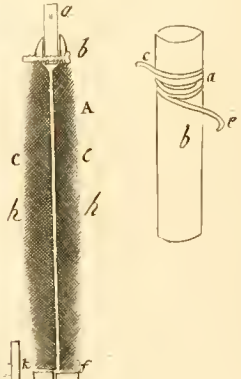


fig: 5. § 14 pag. 269.

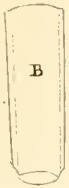


fig. 4 § 13 p. 268

fig. 6 § 14 p. 269

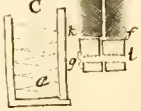


fig 7. § 15. p. 269.

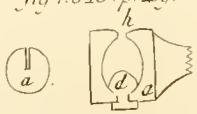
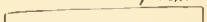


fig. 10. § 22.



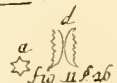


fig. 9. § 20. p. 271.

fig. 8. § 17 p. 269

fig. 1.

fig. 2.

fig. 1.

fig. 2.

fig. 1.

fig. 2.

fig. 4.

fig. 5.

'omment. IV. ad pag: 283.

fig. 1.

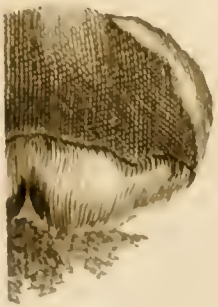


fig. 2.

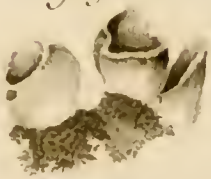


fig. 1.

fig. 2.

fig. 3.

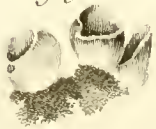
fig. 4.

fig. 5.

Comment. IV. ad pag. 283.

fig. 1.

fig. 2.



ngĭr
ngŭr
gchu"
gchal
gchăr
gchĭr
gal
gĭr
gŭr
ku"
kal

dzchi"
dzchal
dzchŭr
dzchĭr
dsu"
dsal
dsăr
dsĭr
tschu"
tschal
tschăr
tschĭr

dzchĭr
dzu"
dzal
dzăr
dzĭr
du"
dal
dăr
dĭr
tzu"
tzal
tzăr
tzĭr

ngŭr
gchu
gchal
gchŭr
gchŭr
gal
gu
kŭr
kal
gŭr
gŭr
gal
dschu
dschal
dschŭr
dschŭr
dsal
dsu
dschal
dschŭr
dschŭr
sal
su
tschal
tschŭr
tschŭr
dzal
dzu
dzal
dzŭr
dzŭr
dzal
dzu
dal
dŭr
dŭr
dzŭr
dzŭr
dzchŭr

pha
pa
dha
da
bha
ba
ma
tsa
tsha
dza
wa
zha
za
'a
ya
ra
la
sha
ssa
sa
ha
kssha

pa
pha
pa
pha
ba
bha
ma
tsa
tsha
dza
wa
zha
za
'a
ya
ra
la
sha
ssa
sa
ha
kssha

tsa
tsha
dza
wa
zha
za
'a
ya
ra
la
sha
ssa
sa
ha
kssha

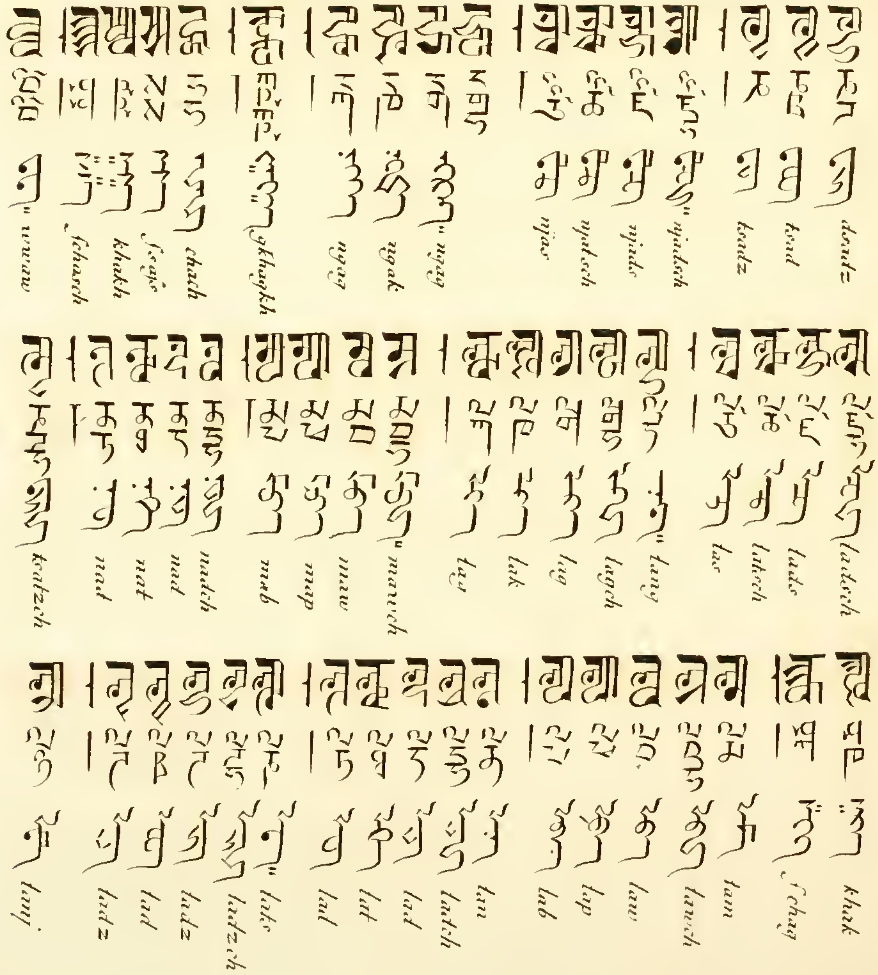
"khu
khal
khir
khir
"khu
khal
khir
khir
"wau
wal
"vau
vir
"ta
tal
"ha
"ra
tal

"ajan
"ajan
fadh
fadh
fadh
"ga
gag
gag
"nana
"cha
chal
chir
chir
"sa
sal
sal
"ja
jal
jal
"ra
ral
ral
"wa
wal
"wa
wal
"cha
"ya
yal
yal
"ha
hal
hal
"ta
tal
tal
"ta
tal
tal
"da
dal
dal
"dza
dza

dsadz
dzad
dzadzh
dzadzhh
dzadzhhh
dzadzhhhh
dzadzhhhhh
dzadzhhhhhh
dzadzhhhhhhh

tadsh
tadz
tadzh
tadzhh
tadzhhh
tadzhhhh
tadzhhhhh
tadzhhhhhh
tadzhhhhhhh

khadz
khadzh
khadzhh
khadzhhh
khadzhhhh
khadzhhhhh
khadzhhhhhh
khadzhhhhhhh


uwau
fchasch
khakh
fcafs
chach
gkhagkh
ngag
ngak
ngag
njas
njatsch
njids
njidsch
tsadz
tsad
dsadz
tsatzsch
nad
nat
nad
nadsch
mab
map
mau
mausch
lag
lak
lag
lagsch
lang
las
latsch
lads
ladsch
lanj
ladz
lad
ladz
ladzsch
lats
lad
lat
lad
latsch
lan
lab
lap
lau
lausch
lam
fchag
khak

schadsch
scham
schadz
schad
schadz
schatzch
schadz
schad
schat
schad
schadth
schan

khatzch
khadz
khad
khadz
khani
khadsch
khadz
khadsch
khadz
khadz
khaq
khaqsch

khaqsch
khaq
khaqsch
khaq
khaq
khaq
khaq
khaq
khaq
khaq
khaq
khaq

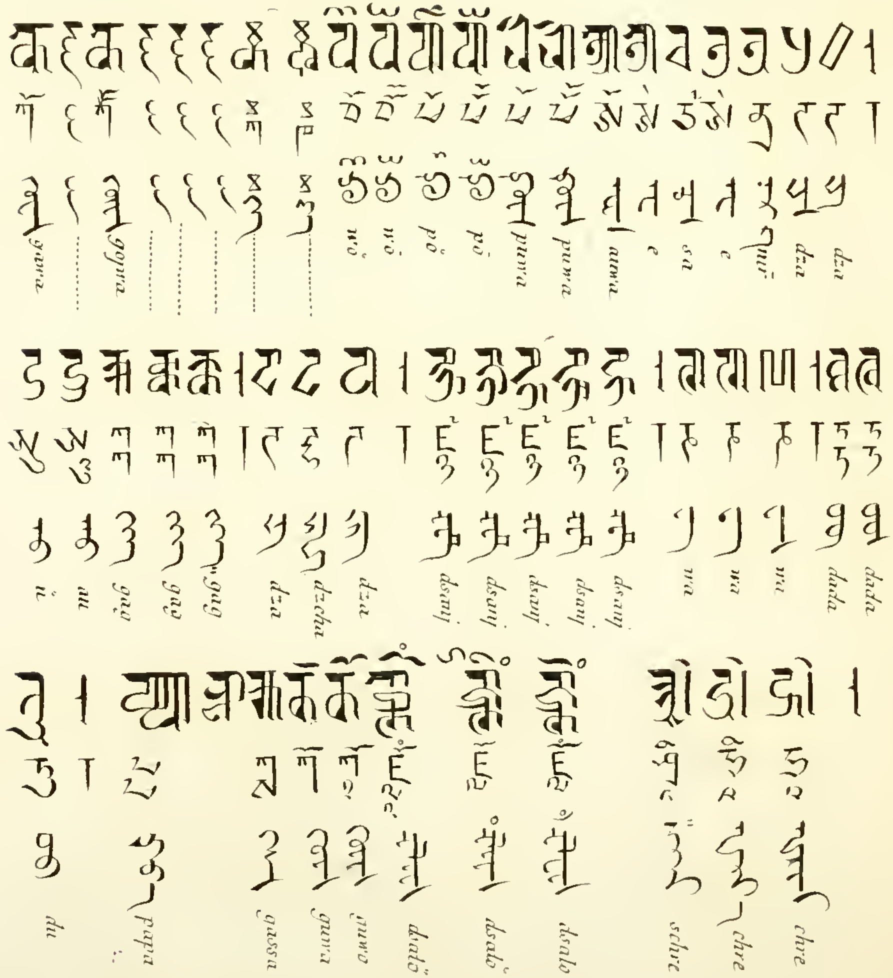
schak
schakh
schang
schas
schatsch
schad
schadsch
schan
schadz
schaad
schatzsch
schads
schad
schat
schad
schadsch
schan
schad
schap
schaw
schawsch
schan
khag
khak
khaj
khatsch
khanj
khas
khadsch
khads
khadsch
khani
khadz
khad
khadz
khatzsch
khata
khad
khat
khadsch
khan
khak
khap
khaw
khawsch
khan
fsag
fsak
fsaj
fsatsch
fsanj
fsas
fsadsch

jeam
jeamsh
jeap
jeab
jeam
jeadsh
jeat
jeal
jeat
jeatsh

ratsh
rat
rat
rat
ratz
rat
ratzsh
ratz
rate
rat
rajsh
raj
ratzh
rate

rajkha
rachha
rakha
rakha
rajcha
rakha
rawwa
rala
rara
rapa

ksam
ksab
ksap
ksaw
ksawch
ksak
ksan
ksat
ksad
ksat
ksadz
ksadzch
ksadr
ksadrh
ksadrdz
ksadrdzh
ksadr
rabbh
rad
rat
rad
radz
radzch
radr
radrh
radrdz
radrdzh
rang
rap
rab
ram
rach
rachh
rajr
rarz
rala
ravra
rajch
rakh
rajz
rachz
rakhz
ra
ran
rap
rab
rav
ravch
ran
rajr
rarz
rala
ravra
rajch
rakh
rajz
rachz
rakhz


gama
gogna
wo
wo
po
po
puma
puma
auma
e
sa
e
qui
dza
dza
u
au
gao
gao
gaog
dza
dzcha
dza
dsanj
dsanj
dsanj
dsanj
dsanj
wa
wa
wa
dada
dada
du
papa
gassa
guwa
guwo
dsalo
dsalo
dsalo
schre
chre
chre

sai
sai
the
thu
yhu

saudvadchaui
gatighyghem
chaipekhaun
chaipeukhu

0
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
ekkhu
dwi
tri
tschatur
pantschan
schasch
sapta
aschta
nawa
dasch
ekkhadaschi
dwadaschi
trajodaschi
tschaturdaschi
pantschadaschi
schodaschi
saptadaschi
aschtadaschi
nawadaschi
wimschati
ekkhawimschati
dwawimschati
trajowimschati
tschaturwimschati
pantschawimschati
schodschawimschati
saptawimschati
aschtawimschati
nawawimschati
trimschat
ekkhatrimschat
dwatrimschat
trajotrimschat
tschaturtrimschat
pantschatrimschat
schodschatrimschat
saptatrimschat
aschtatrimschat
nawatrimschat
tschatwarimschat
ekkhatschatwarimschat
dwatschatwarimschat
trajotschatwarimschat
tschaturtschatwarimschat
pantschatschatwarimschat
schodschatschatwarimschat
saptatschatwarimschat
aschtatschatwarimschat
nawatschatwarimschat
pantschaschat
ekkhapantschaschat
dwapantschaschat
trajopantschaschat
tschaturpantschaschat
pantschapantschaschat
schodschapantschaschat
saptapantschaschat
aschtapantschaschat
nawapantschaschat
schaschti
ekkhaschaschti
dwaschaschti
trajoschaschti
tschaturschaschti
pantschaschaschti
schodschaschaschti
saptaschaschti
aschtaschaschti
nawaschaschti
saptati
ekkhasaptati
dwasaptati
trajosaptati
tschatursaptati
pantschasaptati
schodschasaptati
saptasaptati
aschtasaptati
nawasaptati
aschtaschi
ekkhaaschtaschi
dwaaschtaschi
trajoaschtaschi
tschataraschtaschi
pantschaaschtaschi
schodschaaschtaschi
saptaaschtaschi
aschtaaschtaschi
nawaaschtaschi
nawati
ekkhanawati
dwanawati
trajonawati
tschatwarinawati
pantschanawati
schodschanawati
saptanawati
aschtanawati
nawanawati
sata
ekkhasata
dwasata
trajosata
tschatursata
pantschasata
schodschasata
saptasata
aschtasata
nawasata
dwisata
tisata
tschatussata
pantschasata
schodschasata
saptasata
aschtasata
nawasata
sahasra
ekkhasahasra
dwisahasra
trisahasra
tschatursahasra
pantschasahasra
schodschasahasra
saptasahasra
aschtasahasra
nawasahasra
dasasahasra
ekkhadasasahasra
dwadasasahasra
trajodasasahasra
tschaturdasasahasra
pantschadasasahasra
schodschadasasahasra
saptadasasahasra
aschtadasasahasra
nawadasasahasra
wimschatisahasra
ekkhawimschatisahasra
dwawimschatisahasra
trajowimschatisahasra
tschaturwimschatisahasra
pantschawimschatisahasra
schodschawimschatisahasra
saptawimschatisahasra
aschtawimschatisahasra
nawawimschatisahasra
trimschatsahasra
ekkhatrimschatsahasra
dwatrimschatsahasra
trajotrimschatsahasra
tschaturtrimschatsahasra
pantschatrimschatsahasra
schodschatrimschatsahasra
saptatrimschatsahasra
aschtatrimschatsahasra
nawatrimschatsahasra
tschatwarimschatsahasra
ekkhatschatwarimschatsahasra
dwatschatwarimschatsahasra
trajotschatwarimschatsahasra
tschaturtschatwarimschatsahasra
pantschatschatwarimschatsahasra
schodschatschatwarimschatsahasra
saptatschatwarimschatsahasra
aschtatschatwarimschatsahasra
nawatschatwarimschatsahasra
pantschaschatsahasra
ekkhapantschaschatsahasra
dwapantschaschatsahasra
trajopantschaschatsahasra
tschaturpantschaschatsahasra
pantschapantschaschatsahasra
schodschapantschaschatsahasra
saptapantschaschatsahasra
aschtapantschaschatsahasra
nawapantschaschatsahasra
schaschtisahasra
ekkhaschaschtisahasra
dwaschaschtisahasra
trajoschaschtisahasra
tschaturschaschtisahasra
pantschaschaschtisahasra
schodschaschaschtisahasra
saptaschaschtisahasra
aschtaschaschtisahasra
nawaschaschtisahasra
saptatisahasra
ekkhasaptatisahasra
dwasaptatisahasra
trajosaptatisahasra
tschatursaptatisahasra
pantschasaptatisahasra
schodschasaptatisahasra
saptasaptatisahasra
aschtasaptatisahasra
nawasaptatisahasra
aschtaschisahasra
ekkhaaschtaschisahasra
dwaaschtaschisahasra
trajoaschtaschisahasra
tschataraschtaschisahasra
pantschaaschtaschisahasra
schodschaaschtaschisahasra
saptaaschtaschisahasra
aschtaaschtaschisahasra
nawaaschtaschisahasra
nawatisahasra
ekkhanawatisahasra
dwanawatisahasra
trajonawatisahasra
tschatwarinawatisahasra
pantschanawatisahasra
schodschanawatisahasra
saptanawatisahasra
aschtanawatisahasra
nawanawatisahasra
lakscha
ekkhalakscha
dwilakscha
trilakscha
tschatulakscha
pantschalakscha
schodschalakscha
saptalakscha
aschtalakscha
nawalakscha
dasalakscha
ekkhadasalakscha
dwadasalakscha
trajodasalakscha
tschaturdasalakscha
pantschadasalakscha
schodschadasalakscha
saptadasalakscha
aschtadasalakscha
nawadasalakscha
wimschatilakscha
ekkhawimschatilakscha
dwawimschatilakscha
trajowimschatilakscha
tschaturwimschatilakscha
pantschawimschatilakscha
schodschawimschatilakscha
saptawimschatilakscha
aschtawimschatilakscha
nawawimschatilakscha
trimschatlakscha
ekkhatrimschatlakscha
dwatrimschatlakscha
trajotrimschatlakscha
tschaturtrimschatlakscha
pantschatrimschatlakscha
schodschatrimschatlakscha
saptatrimschatlakscha
aschtatrimschatlakscha
nawatrimschatlakscha
tschatwarimschatlakscha
ekkhatschatwarimschatlakscha
dwatschatwarimschatlakscha
trajotschatwarimschatlakscha
tschaturtschatwarimschatlakscha
pantschatschatwarimschatlakscha
schodschatschatwarimschatlakscha
saptatschatwarimschatlakscha
aschtatschatwarimschatlakscha
nawatschatwarimschatlakscha
pantschaschatlakscha
ekkhapantschaschatlakscha
dwapantschaschatlakscha
trajopantschaschatlakscha
tschaturpantschaschatlakscha
pantschapantschaschatlakscha
schodschapantschaschatlakscha
saptapantschaschatlakscha
aschtapantschaschatlakscha
nawapantschaschatlakscha
schaschtilakscha
ekkhaschaschtilakscha
dwaschaschtilakscha
trajoschaschtilakscha
tschaturschaschtilakscha
pantschaschaschtilakscha
schodschaschaschtilakscha
saptaschaschtilakscha
aschtaschaschtilakscha
nawaschaschtilakscha
saptatilakscha
ekkhasaptatilakscha
dwasaptatilakscha
trajosaptatilakscha
tschatursaptatilakscha
pantschasaptatilakscha
schodschasaptatilakscha
saptasaptatilakscha
aschtasaptatilakscha
nawasaptatilakscha
aschtaschilakscha
ekkhaaschtaschilakscha
dwaaschtaschilakscha
trajoaschtaschilakscha
tschataraschtaschilakscha
pantschaaschtaschilakscha
schodschaaschtaschilakscha
saptaaschtaschilakscha
aschtaaschtaschilakscha
nawaaschtaschilakscha
nawatilakscha
ekkhanawatilakscha
dwanawatilakscha
trajonawatilakscha
tschatwarinawatilakscha
pantschanawatilakscha
schodschanawatilakscha
saptanawatilakscha
aschtanawatilakscha
nawanawatilakscha
koti
ekkhakoti
dwikoti
trikoti
tschatukoti
pantschakoti
schodschakoti
saptakoti
aschtakoti
nawakoti
dasakoti
ekkhadasakoti
dwadasakoti
trajodasakoti
tschaturdasakoti
pantschadasakoti
schodschadasakoti
saptadasakoti
aschtadasakoti
nawadasakoti
wimschatikoti
ekkhawimschatikoti
dwawimschatikoti
trajowimschatikoti
tschaturwimschatikoti
pantschawimschatikoti
schodschawimschatikoti
saptawimschatikoti
aschtawimschatikoti
nawawimschatikoti
trimschatkoti
ekkhatrimschatkoti
dwatrimschatkoti
trajotrimschatkoti
tschaturtrimschatkoti
pantschatrimschatkoti
schodschatrimschatkoti
saptatrimschatkoti
aschtatrimschatkoti
nawatrimschatkoti
tschatwarimschatkoti
ekkhatschatwarimschatkoti
dwatschatwarimschatkoti
trajotschatwarimschatkoti
tschaturtschatwarimschatkoti
pantschatschatwarimschatkoti
schodschatschatwarimschatkoti
saptatschatwarimschatkoti
aschtatschatwarimschatkoti
nawatschatwarimschatkoti
pantschaschatkoti
ekkhapantschaschatkoti
dwapantschaschatkoti
trajopantschaschatkoti
tschaturpantschaschatkoti
pantschapantschaschatkoti
schodschapantschaschatkoti
saptapantschaschatkoti
aschtapantschaschatkoti
nawapantschaschatkoti
schaschtikoti
ekkhaschaschtikoti
dwaschaschtikoti
trajoschaschtikoti
tschaturschaschtikoti
pantschaschaschtikoti
schodschaschaschtikoti
saptaschaschtikoti
aschtaschaschtikoti
nawaschaschtikoti
saptatikoti
ekkhasaptatikoti
dwasaptatikoti
trajosaptatikoti
tschatursaptatikoti
pantschasaptatikoti
schodschasaptatikoti
saptasaptatikoti
aschtasaptatikoti
nawasaptatikoti
aschtaschikoti
ekkhaaschtaschikoti
dwaaschtaschikoti
trajoaschtaschikoti
tschataraschtaschikoti
pantschaaschtaschikoti
schodschaaschtaschikoti
saptaaschtaschikoti
aschtaaschtaschikoti
nawaaschtaschikoti
nawatikoti
ekkhanawatikoti
dwanawatikoti
trajonawatikoti
tschatwarinawatikoti
pantschanawatikoti
schodschanawatikoti
saptanawatikoti
aschtanawatikoti
nawanawatikoti
mahakoti
ekkhamahakoti
dwimahakoti
trimahakoti
tschatumahakoti
pantschamahakoti
schodschamahakoti
saptamahakoti
aschtamahakoti
nawamahakoti
dasamahakoti
ekkhadasamahakoti
dwadasamahakoti
trajodasamahakoti
tschaturdasamahakoti
pantschadasamahakoti
schodschadasamahakoti
saptadasamahakoti
aschtadasamahakoti
nawadasamahakoti
wimschatimahakoti
ekkhawimschatimahakoti
dwawimschatimahakoti
trajowimschatimahakoti
tschaturwimschatimahakoti
pantschawimschatimahakoti
schodschawimschatimahakoti
saptawimschatimahakoti
aschtawimschatimahakoti
nawawimschatimahakoti
trimschatmahakoti
ekkhatrimschatmahakoti
dwatrimschatmahakoti
trajotrimschatmahakoti
tschaturtrimschatmahakoti
pantschatrimschatmahakoti
schodschatrimschatmahakoti
saptatrimschatmahakoti
aschtatrimschatmahakoti
nawatrimschatmahakoti
tschatwarimschatmahakoti
ekkhatschatwarimschatmahakoti
dwatschatwarimschatmahakoti
trajotschatwarimschatmahakoti
tschaturtschatwarimschatmahakoti
pantschatschatwarimschatmahakoti
schodschatschatwarimschatmahakoti
saptatschatwarimschatmahakoti
aschtatschatwarimschatmahakoti
nawatschatwarimschatmahakoti
pantschaschatmahakoti
ekkhapantschaschatmahakoti
dwapantschaschatmahakoti
trajopantschaschatmahakoti
tschaturpantschaschatmahakoti
pantschapantschaschatmahakoti
schodschapantschaschatmahakoti
saptapantschaschatmahakoti
aschtapantschaschatmahakoti
nawapantschaschatmahakoti
schaschtimahakoti
ekkhaschaschtimahakoti
dwaschaschtimahakoti
trajoschaschtimahakoti
tschaturschaschtimahakoti
pantschaschaschtimahakoti
schodschaschaschtimahakoti
saptaschaschtimahakoti
aschtaschaschtimahakoti
nawaschaschtimahakoti
saptatimahakoti
ekkhasaptatimahakoti
dwasaptatimahakoti
trajosaptatimahakoti
tschatursaptatimahakoti
pantschasaptatimahakoti
schodschasaptatimahakoti
saptasaptatimahakoti
aschtasaptatimahakoti
nawasaptatimahakoti
aschtaschimahakoti
ekkhaaschtaschimahakoti
dwaaschtaschimahakoti
trajoaschtaschimahakoti
tschataraschtaschimahakoti
pantschaaschtaschimahakoti
schodschaaschtaschimahakoti
saptaaschtaschimahakoti
aschtaaschtaschimahakoti
nawaaschtaschimahakoti
nawatimahakoti
ekkhanawatimahakoti
dwanawatimahakoti
trajonawatimahakoti
tschatwarinawatimahakoti
pantschanawatimahakoti
schodschanawatimahakoti
saptanawatimahakoti
aschtanawatimahakoti
nawanawatimahakoti
asankhya
ekkhasankhya
dwisankhya
trisankhya
tschatusankhya
pantschasankhya
schodschasankhya
saptasankhya
aschtasankhya
nawasankhya
dasasankhya
ekkhadasasankhya
dwadasasankhya
trajodasasankhya
tschaturdasasankhya
pantschadasasankhya
schodschadasasankhya
saptadasasankhya
aschtadasasankhya
nawadasasankhya
wimschatisankhya
ekkhawimschatisankhya
dwawimschatisankhya
trajowimschatisankhya
tschaturwimschatisankhya
pantschawimschatisankhya
schodschawimschatisankhya
saptawimschatisankhya
aschtawimschatisankhya
nawawimschatisankhya
trimschatsankhya
ekkhatrimschatsankhya
dwatrimschatsankhya
trajotrimschatsankhya
tschaturtrimschatsankhya
pantschatrimschatsankhya
schodschatrimschatsankhya
saptatrimschatsankhya
aschtatrimschatsankhya
nawatrimschatsankhya
tschatwarimschatsankhya
ekkhatschatwarimschatsankhya
dwatschatwarimschatsankhya
trajotschatwarimschatsankhya
tschaturtschatwarimschatsankhya
pantschatschatwarimschatsankhya
schodschatschatwarimschatsankhya
saptatschatwarimschatsankhya
aschtatschatwarimschatsankhya
nawatschatwarimschatsankhya
pantschaschatsankhya
ekkhapantschaschatsankhya
dwapantschaschatsankhya
trajopantschaschatsankhya
tschaturpantschaschatsankhya
pantschapantschaschatsankhya
schodschapantschaschatsankhya
saptapantschaschatsankhya
aschtapantschaschatsankhya
nawapantschaschatsankhya
schaschtisankhya
ekkhaschaschtisankhya
dwaschaschtisankhya
trajoschaschtisankhya
tschaturschaschtisankhya
pantschaschaschtisankhya
schodschaschaschtisankhya
saptaschaschtisankhya
aschtaschaschtisankhya
nawaschaschtisankhya
saptatisankhya
ekkhasaptatisankhya
dwasaptatisankhya
trajosaptatisankhya
tschatursaptatisankhya
pantschasaptatisankhya
schodschasaptatisankhya
saptasaptatisankhya
aschtasaptatisankhya
nawasaptatisankhya
aschtaschisankhya
ekkhaaschtaschisankhya
dwaaschtaschisankhya
trajoaschtaschisankhya
tschataraschtaschisankhya
pantschaaschtaschisankhya
schodschaaschtaschisankhya
saptaaschtaschisankhya
aschtaaschtaschisankhya
nawaaschtaschisankhya
nawatisankhya
ekkhanawatisankhya
dwanawatisankhya
trajonawatisankhya
tschatwarinawatisankhya
pantschanawatisankhya
schodschanawatisankhya
saptanawatisankhya
aschtanawatisankhya
nawanawatisankhya
maha asankhya
ekkhamaha asankhya
dwimaha asankhya
trimaha asankhya
tschatumaha asankhya
pantschamaha asankhya
schodschamaha asankhya
saptamaha asankhya
aschtamaha asankhya
nawamaha asankhya
dasamaha asankhya
ekkhadasamaha asankhya
dwadasamaha asankhya
trajodasamaha asankhya
tschaturdasamaha asankhya
pantschadasamaha asankhya
schodschadasamaha asankhya
saptadasamaha asankhya
aschtadasamaha asankhya
nawadasamaha asankhya
wimschatimaha asankhya
ekkhawimschatimaha asankhya
dwawimschatimaha asankhya
trajowimschatimaha asankhya
tschaturwimschatimaha asankhya
pantschawimschatimaha asankhya
schodschawimschatimaha asankhya
saptawimschatimaha asankhya
aschtawimschatimaha asankhya
nawawimschatimaha asankhya
trimschatmaha asankhya
ekkhatrimschatmaha asankhya
dwatrimschatmaha asankhya
trajotrimschatmaha asankhya
tschaturtrimschatmaha asankhya
pantschatrimschatmaha asankhya
schodschatrimschatmaha asankhya
saptatrimschatmaha asankhya
aschtatrimschatmaha asankhya
nawatrimschatmaha asankhya
tschatwarimschatmaha asankhya
ekkhatschatwarimschatmaha asankhya
dwatschatwarimschatmaha asankhya
trajotschatwarimschatmaha asankhya
tschaturtschatwarimschatmaha asankhya
pantschatschatwarimschatmaha asankhya
schodschatschatwarimschatmaha asankhya
saptatschatwarimschatmaha asankhya
aschtatschatwarimschatmaha asankhya
nawatschatwarimschatmaha asankhya
pantschaschatmaha asankhya
ekkhapantschaschatmaha asankhya
dwapantschaschatmaha asankhya
trajopantschaschatmaha asankhya
tschaturpantschaschatmaha asankhya
pantschapantschaschatmaha asankhya
schodschapantschaschatmaha asankhya
saptapantschaschatmaha asankhya
aschtapantschaschatmaha asankhya
nawapantschaschatmaha asankhya
schaschtimaha asankhya
ekkhaschaschtimaha asankhya
dwaschaschtimaha asankhya
trajoschaschtimaha asankhya
tschaturschaschtimaha asankhya
pantschaschaschtimaha asankhya
schodschaschaschtimaha asankhya
saptaschaschtimaha asankhya
aschtaschaschtimaha asankhya
nawaschaschtimaha asankhya
saptatimaha asankhya
ekkhasaptatimaha asankhya
dwasaptatimaha asankhya
trajosaptatimaha asankhya
tschatursaptatimaha asankhya
pantschasaptatimaha asankhya
schodschasaptatimaha asankhya
saptasaptatimaha asankhya
aschtasaptatimaha asankhya
nawasaptatimaha asankhya
aschtaschimaha asankhya
ekkhaaschtaschimaha asankhya
dwaaschtaschimaha asankhya
trajoaschtaschimaha asankhya
tschataraschtaschimaha asankhya
pantschaaschtaschimaha asankhya
schodschaaschtaschimaha asankhya
saptaaschtaschimaha asankhya
aschtaaschtaschimaha asankhya
nawaaschtaschimaha asankhya
nawatimaha asankhya
ekkhanawatimaha asankhya
dwanawatimaha asankhya
trajonawatimaha asankhya
tschatwarinawatimaha asankhya
pantschanawatimaha asankhya
schodschanawatimaha asankhya
saptanawatimaha asankhya
aschtanawatimaha asankhya
nawanawatimaha asankhya
mahakalpa
ekkhamahakalpa
dwimahakalpa
trimahakalpa
tschatumahakalpa
pantschamahakalpa
schodschamahakalpa
saptamahakalpa
aschtamahakalpa
nawamahakalpa
dasamahakalpa
ekkhadasamahakalpa
dwadasamahakalpa
trajodasamahakalpa
tschaturdasamahakalpa
pantschadasamahakalpa
schodschadasamahakalpa
saptadasamahakalpa
aschtadasamahakalpa
nawadasamahakalpa
wimschatimahakalpa
ekkhawimschatimahakalpa
dwawimschatimahakalpa
trajowimschatimahakalpa
tschaturwimschatimahakalpa
pantschawimschatimahakalpa
schodschawimschatimahakalpa
saptawimschatimahakalpa
aschtawimschatimahakalpa
nawawimschatimahakalpa
trimschatmahakalpa
ekkhatrimschatmahakalpa
dwatrimschatmahakalpa
trajotrimschatmahakalpa
tschaturtrimschatmahakalpa
pantschatrimschatmahakalpa
schodschatrimschatmahakalpa
saptatrimschatmahakalpa
aschtatrimschatmahakalpa
nawatrimschatmahakalpa
tschatwarimschatmahakalpa
ekkhatschatwarimschatmahakalpa
dwatschatwarimschatmahakalpa
trajotschatwarimschatmahakalpa
tschaturtschatwarimschatmahakalpa
pantschatschatwarimschatmahakalpa
schodschatschatwarimschatmahakalpa
saptatschatwarimschatmahakalpa
aschtatschatwarimschatmahakalpa
nawatschatwarimschatmahakalpa
pantschaschatmahakalpa
ekkhapantschaschatmahakalpa
dwapantschaschatmahakalpa
trajopantschaschatmahakalpa
tschaturpantschaschatmahakalpa
pantschapantschaschatmahakalpa
schodschapantschaschatmahakalpa
saptapantschaschatmahakalpa
aschtapantschaschatmahakalpa
nawapantschaschatmahakalpa
schaschtimahakalpa
ekkhaschaschtimahakalpa
dwaschaschtimahakalpa
trajoschaschtimahakalpa
tschaturschaschtimahakalpa
pantschaschaschtimahakalpa
schodschaschaschtimahakalpa
saptaschaschtimahakalpa
aschtaschaschtimahakalpa
nawaschaschtimahakalpa
saptatimahakalpa
ekkhasaptatimahakalpa
dwasaptatimahakalpa
trajosaptatimahakalpa
tschatursaptatimahakalpa
pantschasaptatimahakalpa
schodschasaptatimahakalpa
saptasaptatimahakalpa
aschtasaptatimahakalpa
nawasaptatimahakalpa
aschtaschimahakalpa
ekkhaaschtaschimahakalpa
dwaaschtaschimahakalpa
trajoaschtaschimahakalpa
tschataraschtaschimahakalpa
pantschaaschtaschimahakalpa
schodschaaschtaschimahakalpa
saptaaschtaschimahakalpa
aschtaaschtaschimahakalpa
nawaaschtaschimahakalpa
nawatimahakalpa
ekkhanawatimahakalpa
dwanawatimahakalpa
trajonawatimahakalpa
tschatwarinawatimahakalpa
pantschanawatimahakalpa
schodschanawatimahakalpa
saptanawatimahakalpa
aschtanawatimahakalpa
nawanawatimahakalpa

Devanagaram

ॠ ऌ ॡ ऍ ऎ ऒ ऑ अं अः क ख ग घ

ṛu ḷu ḹu ie ei a au am aha kă kā gă gā

ङ च छ ज झ ञ ट ठ ड ढ ण त थ द ध

ṅa tta ttha ña ta tha da dha na pă pā bă bā

न प फ ब भ म य र ल व श ष स ह ळ क्ष ज्ञ

ha sa ha la ttza ra i tihi

II. Balabandu

ा ि ी ु ू ृ ॄ ॢ ॣ े ै ॅ ॉ ं

i i i u u ri ri li li ie ei a au am

ँ च छ ज झ ञ ट ठ ड ढ ण त थ द ध

hæ tzë tzë së së je thæ thë dæ dæ næ tæ dæ dæ

न प च ल व श ष स ह ळ क्ष ज्ञ ॥

næ ie ræ læ wæ sæ schæ schæ hæ læ ilschæ

III. Akàr Nagari

श्री गणेशाय नमः ॥

ा ि ी ु ू ृ ॄ ॢ ॣ े ै ॅ ॉ ॊ ो ौ ्

7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20

ः च छ ष ञ ः ट ठ ड ढ ण ः त थ द ध ।

27 28 29 30 31 32 33 34 35 36 37 38 39 40

ः य र ल व ः श ष स ह ः क्ष ज्ञ ः ॥

47 48 49 50 51 52 53 54 55 56

ा ु ू ृ ॄ ॅ ॉ ॊ ो ौ ॥

1 5 6 7 8 9 10 11 12

ॢ ॣ

16 17

I. *Devanagaram*

अ आ इ ई उ ऊ ऋ ॠ ऌ ॡ ए ऐ ओ औ अं अः क ख ग घ

ă ā i ī u ū ri rī li lī ie ei o au am ahá kă kā gă gā

ङ च छ ज झ ञ ट ठ ड ढ ण त थ द ध न प फ ब भ

gna schă schā dsă dsā gnà ta ta tta thā na ta tă dă dā na pă pā bă bā

म य र ल व श ष स ह ळ क्ष ज्ञ ऱ ः

ma ja ra la wa schă schā sa ha la ttza ra i tihi

II. *Balabandu*

ऊ न म ो थं अ आ इ ई उ ऊ ो ी ो ी ये यै ॐ ओं अं

Wo na ma si dhamA ā i ī u ū ri rī li lī ie ei o au am

अः ं क ख ग घ ङ च छ ज झ ञ ट ठ ड ढ ण त थ द

ahà kæ kæ g æ gæ nhæ tzĕ tzĕ sĕ sĕ je thæ thæ dæ dæ næ tæ dæ dæ

ध न प फ ब भ म य र ल व श ष स ह ळ क्ष ज्ञ ॥

dæ næ pæ bæ bæ bæ mæ iæ ræ læ wæ sæ schæ schæ hæ læ ilschæ

III. *Akàr Nagari*

ओ१॥ श्री ग ो मा ई न म ः ॥

ो न ग श्री ध्ः श्र श्रा ह्रि ह्री ु ू ृ ॄ ॢ ॣ ॅ े ै ॉ ॊ ो ौ ्र

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20

ग्ः क ष ग ज ड्ः च ध ष्व न्ः ट ठ द ठ य्ः न्र च ह्म द्ध

21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31 32 33 34 35 36 37 38 39 40

न्ः प फ ब्ब न भ्ः य र ल ब्ः श ष स ट्ः न्त ष ः॥

41 42 43 44 45 46 47 48 49 50 51 52 53 54 55 56

प पा ि पी पु पू प प पा पौ प प ः॥

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12

प्र प्रा ि प्री प्रु

13 14 15 16 17

.246.

mment. Tom. IV. p. 260.

Ad Comment. Tom. IV. p. 246.

Ad Comment. Tom. IV. p. 260.

AMNH LIBRARY
100127243